1. Si considerino le seguenti rette r_1 e r_2 dello spazio affine euclideo $E^3_{\mathbb{R}}$:

$$r_1: \begin{cases} x-2y+z=1 \\ 2x-z=0 \end{cases} \qquad r_2: \begin{cases} 3y-2z=2 \\ x+y+z=1 \end{cases}$$

Si determini il coseno dell'angolo acuto tra r_1 e r_2.

2. Si consideri la retta r del piano euclideo $E^2_{\mathbb{R}}$:

$$r: \quad x+2y=-1$$

Si determini un'equazione cartesiana della retta r' ortogonale ad r e passante per il punto

$$P=(0,2).$$

3. In $E^3_{\mathbb{R}}$ si determini un'equazione cartesiana del piano H contenente la retta r:

$$r: \begin{cases} x-y+z=3 \\ x+2z=0 \end{cases}$$

e ortogonale al piano L di equazione

$$L: \quad 2x-y+3z=1.$$

4. In $E^3_{\mathbb{R}}$ si trovino delle equazioni cartesiane della retta r:

- passante per il punto $P=(1,0,1)$
- incidente ortogonalmente la retta s:

$$s: \begin{cases} x+2y+3z=0 \\ x-y-z=1 \end{cases}$$

5. In $E^3_{\mathbb{R}}$ si determini il coseno dell'angolo acuto tra le seguenti coppie di piani:

- $x-z=2 \quad , \quad y+z=-1$
- $y=3 \quad , \quad x=1$
- $x+y-2z=2 \quad , \quad x-y+2z=2$
- $y+3z=3 \quad , \quad 2x-4y+z=4$

6. In $E^3_{\mathbb{R}}$ si determini il coseno dell'angolo acuto tra le seguenti coppie retta - piano:

- $r: \begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2+2t \end{cases} \qquad H: \; x+y=2$

- $r: \begin{cases} x=2 \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases} \qquad H: \; x+3z=1$

- $r: \begin{cases} 2x-3y+z=1 \\ x+y+z=1 \end{cases} \qquad H: \; 2y-4z=1$

OSS.: Per trovare un vettore di direzione per una retta data con equazioni cartesiane si può procedere nel modo seguente:

sia r data da $\begin{cases} ax+by+cz=d \\ a'x+b'y+c'z=d' \end{cases}$

allora la sua giacitura W ha equazioni

$$\begin{cases} ax+by+cz=0 \\ a'x+b'y+c'z=0 \end{cases}$$

Cerchiamo un vettore $v \in \mathbb{R}^3$ tale che $W = \mathrm{Span}(v)$

Ricordiamo che il vettore $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ è ortogonale al piano vettoriale $ax+by+cz=0$, e che il vettore $\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$ è ortogonale a $a'x+b'y+c'z=0$.

Il vettore v deve appartenere a entrambi i piani vettoriali, quindi DEVE ESSERE ORTOGONALE SIA A $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ CHE A $\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$.

Un possibile modo per ottenere un tale vettore è quello di considerare il PRODOTTO VETTORIALE

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} bc'-b'c \\ -ac'+a'c \\ ab'-a'b \end{pmatrix} = v$$