

1. Si consideri l'applicazione lineare

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x \\ 2y \\ -3x \end{pmatrix}$$

- Se \mathcal{E} è la base canonica di \mathbb{R}^2 , e \mathcal{E}' è la base canonica di \mathbb{R}^3 , si scriva $M_{\mathcal{E}'}^{\mathcal{E}}(f) = M$.
- Si determini $\dim \text{Im} f$ e un'equazione cartesiana per $\text{Im} f$ in \mathbb{R}^3 .
- Sia $r \in \mathbb{R}^2$ la retta vettoriale: $x - y = 0$. Si determini la dimensione del sottospazio $f(r) \subseteq \mathbb{R}^3$ e una sua base.
- Si calcoli $M \cdot {}^t M = A$, il suo polinomio caratteristico $p_A(x)$ e il suo spettro $S_p(A)$.

2. Si trovi un'equazione cartesiana e delle equazioni parametriche per:

- il piano H contenente la retta $r: \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y - z = 2 \end{cases}$ e passante per $P = (1, 0, 0)$

- il piano L ortogonale ad $r: \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y - z = 2 \end{cases}$ e passante per $P = (1, 0, 0)$