ESERCIZIO SU MOODLE

Un campione casuale di 20 biglie in acciaio viene estratto da un processo produttivo il cui scostamento dal diametro atteso segue un andamento gaussiano. Le misure dei diametri ottenuti sono:

x_1= {2.02, 1.94, 2.09, 1.95, 1.98, 2.00, 2.03, 2.04, 2.08, 2.07, 1.99, 1.96, 1.99, 1.95, 1.99, 1.99, 2.03, 2.05, 2.01, 2.03}.

Considerando che il valore atteso della media μ e della varianza σ^2 sono ignoti:

a) Trova un intervallo di fiducia al 95% per μ e σ^2.

b) Verifica se il diametro μ è maggiore di 2. (α = 0.05 e α = 0.025).

c) Verificare se un nuovo campione casuale,

x_2= {1,97, 1.98, 1.85, 1.90, 1.94, 2.02, 1.97, 1.96, 1.83, 2.04}.

raccolto a distanza di un anno, consenta di non rifiutare un'ipotesi nulla che afferma NON esserci stato un deterioramento del processo produttivo tale da causare un aumento della variabilità nei diametri delle biglie prodotte. (α = 0.05, e α = 0.025).

RISOLUZIONE:

Trovo media e varianza dei due campioni con le formule: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ e $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$.

Per il primo campione n = 20. Trovo che $\bar{x}_1 = 2.01$ e $s_1^2 = 0.001889$ ($s_1 = 0.0435$).

Per il secondo campione n = 10. Trovo che $\bar{x}_2 = 1.95$ e $s_2^2 = 0.0046267$ ($s_2 = 0.0680$).

a)

Trovo prima l'intervallo di confidenza per μ. La formula è $\bar{\mathbf{x}}$ **± t*se**. Dove **t** è il t-score per un livello di fiducia del 95% a n-1 gradi di libertà e **se** = $\frac{s}{\sqrt{n}}$.

Sulla tavola a pag. 287 del libro di Luccio, incrociando 19 gdl con la probabilità 0.025 trovo che **t = 2.09**.

Calcolo **se** = $\frac{0.0435}{\sqrt{20}}$ **= 0.00972.**

Calcolo quindi l'intervallo: **2.01 ± 2.09*0.00972 = 2.01 ± 0.02 = (1.99, 2.03).**

Trovo adesso l'intervallo di confidenza per σ^2, la formula è: $\frac{(n-1)*s^2}{\chi^2_{1-(\alpha/2)}} \geq \sigma^2 \geq \frac{(n-1)*s^2}{\chi^2_{(\alpha/2)}}$

Dove **n** è il numero di osservazioni, $\mathbf{s^2}$ è la varianza campionaria,

α è 0.05 (corrisponde a 1 – livello di fiducia dove il livello di fiducia è 95% in questo caso),

$\chi^2_{1-(\alpha/2)}$ e $\chi^2_{(\alpha/2)}$ sono le statistiche del χ^2 che per (n -1) gdl sono associate all'area espressa dal pedice (in questo caso 1 – 0.025 = **0.975** e **0.025**).

Di questi mi mancano le statistiche del χ^2. Le cerco quindi nella tavola χ^2 a pag. 294-295 del libro di Luccio.

Incrociando 19 gdl con 0.975 trovo che $\chi^2_{0.975}$ **= 8.90652.**

Incrociando 19 gdl con 0.025 trovo che $\chi^2_{0.025}$ **= 32.8523.**

A questo punto sostituisco nella formula e trovo l'intervallo:

$\frac{(20-1)*0.001889}{8.90652} \geq \sigma^2 \geq \frac{(20-1)*0.001889}{32.8523}$ = **$0.00403 \geq \sigma^2 \geq 0.00109$.**

b)

Per rispondere a questo punto faccio una verifica di ipotesi. Le ipotesi sono:

H_0: $\mu \leq 2$ H_1: $\mu > 2$

Per procedere devo trovare la statistica test **t** = $\frac{\bar{x} - \mu_0}{se}$ dove **se** è lo stesso del punto precedente. Quindi **se = 0.00972**. Trovo che **t** = $\frac{2.01-2}{0.00972}$ **= 0.977.**

Per verificare se questo risultato è statisticamente significativo devo verificare se il p-valore a esso associato è inferiore a 0.05 e inferiore a 0.025. Quindi, lo devo confrontare con quel t-score "critico" che lascia, per n-1 gdl, alla destra della distribuzione t il 5% e il 2.5% dell'area.

Sulla tavola a pag. 287 del libro di Luccio, incrociando 19 gdl con la probabilità 0.05 e 0.025 trovo rispettivamente che **t = 1.73** e che **t = 2.09**.

In entrambi i casi il **t-score** trovato dai risultati è inferiore. Quindi sia per $\alpha = 0.05$ che per $\alpha = 0.025$ non rifiuto l'ipotesi nulla.

c)

Questo punto mi sta chiedendo di fare un confronto fra due varianze. Faccio quindi una verifica di ipotesi. Visto che mi chiede di verificare se c'è stato un deterioramento le ipotesi che pongo sono:

H_0: $\sigma^2_1 \leq \sigma^2_2$ e H_1: $\sigma^2_1 > \sigma^2_2$.

Come passo successivo devo calcolare la statistica test. La statistica test è $\boldsymbol{F} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$. Metto al numeratore la varianza dal valore più grande. Quindi $\boldsymbol{F} = \frac{0.0046267}{0.001889}$ **= 2.449.**

Ho trovato la statistica test, adesso dovrei trovare il p-valore ad essa associato e verificare se è inferiore ad $\alpha = 0.05$ e ad $\alpha = 0.025$. Per procedere devo confrontarlo con quel F-score "critico" che per gli appropriati gdl lascia alla destra della distribuzione F il 5% e il 2.5% dell'area.

Utilizzo le Tavola F a pag. 288-289 e a pag. 290-291 del libro di Luccio.

I gradi di libertà al numeratore sono (n-1) 10-1 = 9. I gradi di libertà al denominatore sono (n-1) 20-1 = 19.

Quindi, incrociando 9 sulle colonne (approssimo a 8) e 19 sulle righe (approssimo a 18) trovo che per α = 0.05 il valore critico è **2.5102**. Mentre per $\alpha = 0.025$ il valore critico è **3.0053**.

In entrambi i casi la statistica test ottenuta dai risultati è inferiore ai valori critici, quindi in entrambi i casi non rifiuto l'ipotesi nulla. Ovvero, non ho trovato evidenze a sostegno di un deterioramento del processo produttivo.

ESERCIZIO 7.17

Una ricerca condotta nel 2004 sul comportamento compulsivo negli acquisti ha realizzato alcune interviste telefoniche sul territorio nazionale USA su adulti di età uguale o superiore ai 18 anni. 44 su 800 uomini e 90 su 1501 donne sono stati giudicati come acquirenti incontrollabili secondo la "*Compulsive Buying Scale*".

a) Trova l'intervallo al 95% per la differenza tra le proporzioni di popolazione delle donne e degli uomini.

b) Verifica, con $\alpha = 0.05$, se le proporzioni di popolazione differiscono fra le donne e gli uomini.

RISOLUZIONE:

Prima di tutto, assegno e calcolo le proporzioni campionarie.

$\hat{\pi}_1$ (uomini) = 44/800 = 0.055 $\hat{\pi}_2$ (donne) = 90/1501 = 0.060

a)

Per trovare l'intervallo di confidenza della differenza fra le proporzioni di popolazione di donne e uomini, la formula è **$(\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1) \pm z^*se$**. Dove: **z** è lo z-score per un livello di fiducia al 95% e **se** è l'errore standard della distribuzione campionaria **$\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1$**.

Z = 1.96

$$\mathbf{Se} = \sqrt{\frac{\hat{\pi}_1 * (1-\hat{\pi}_1)}{n_1} + \frac{\hat{\pi}_2 * (1-\hat{\pi}_2)}{n_2}}$$

Calcolo quindi:

$(\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1) = 0.060 - 0.055 = 0.005$

$$\mathbf{Se} = \sqrt{\frac{0.055 * (1-0.055)}{800} + \frac{0.060 * (1-0.060)}{1501}} = \mathbf{0.0217}$$

Ricavo l'intervallo di confidenza:

$0.005 \pm 1.96 * 0.0217 = (-0.015, 0.025)$.

L'interpretazione è: immaginando di eseguire il processo di campionamento innumerevoli volte, ho una fiducia del 95% che questo intervallo sia uno di quelli intervalli che contiene il valore della popolazione.

In altre parole, ho una fiducia del 95% nel ritenere che la differenza fra donne e uomini nell'essere giudicati come acquirenti incontrollabili vada da -0.015 (ovvero valore degli uomini più alto) a 0.025 (ovvero valore delle donne più alto).

b)

Per rispondere a questo punto svolgo una verifica di ipotesi. Le ipotesi sono:

H_0: $\pi_2 = \pi_1 \dashrightarrow \pi_2 - \pi_1 = 0$ H_1: $\pi_2 \neq \pi_1 \dashrightarrow \pi_2 - \pi_1 \neq 0$

A questo punto devo trovare la statistica test. Per differenza fra proporzioni la statistica test è: **z =** $\frac{(\hat{\pi}_2-\hat{\pi}_1)-(\pi_2-\pi_1)_0}{se_0}$. Dove $(\boldsymbol{\pi_2} - \boldsymbol{\pi_1})_0$ è la differenza assunta sotto l'ipotesi nulla (= **0**) e $\mathbf{se_0}$ è l'errore standard sotto l'assunzione dell'ipotesi nulla.

$\mathbf{se_0} = \sqrt{\frac{\hat{\pi}_c*(1-\hat{\pi}_c)}{n_1} + \frac{\hat{\pi}_c*(1-\hat{\pi}_c)}{n_2}}$

Dove $\hat{\boldsymbol{\pi}}_c$ è la stima conglobata (proporzione della popolazione sotto l'assunzione dell'ipotesi nulla). $\hat{\boldsymbol{\pi}}_c = \frac{k_1+k_2}{n_1+n_2}$.

Dove $\mathbf{k_1 = 44}$ e $\mathbf{k_2 = 90}$ (un modo per trovare questi valori se non forniti dal problema è facendo l'operazione $\mathbf{k_1 = \hat{\pi}_1 * n_1}$ e $\mathbf{k_2 = \hat{\pi}_2 * n_2}$).

Ricavo: $\hat{\boldsymbol{\pi}}_c = \frac{44+90}{800+1501}$ = **0.0582**.

Di conseguenza: $\mathbf{se_0} = \sqrt{\frac{0.0582*(1-0.0582)}{800} + \frac{0.0582*(1-0.0582)}{1501}}$ **= 0.01.**

Posso quindi calcolare la statistica test: **z =** $\frac{0.005-0}{0.01}$ **= 0.5.**

Trovo il p-valore associato a questa statistica test sulla tavola z a pag. 286 del libro di Luccio. Vedo che per z = 0.5 il p-valore è 0.3085. Visto che l'ipotesi è bilaterale devo raddoppiare questo p-valore: 2p = 0.6170.

Confronto questo p-valore con il livello di significatività α e vedo che è superiore. 0.6170 > 0.05.

Non ci sono quindi evidenze per rifiutare l'ipotesi nulla. Sembrerebbe quindi plausibile che le distribuzioni di popolazione fra donne e uomini non differiscano. Di conseguenza sembrerebbe che non ci siano differenze nell'essere giudicati acquirenti incontrollabili fra donne e uomini.

ESERCIZIO 7.19

Una GSS ha riportato che 486 donne avevano una media di 8.3 amici intimi (s = 15.6) e 354 uomini avevano una media di 8.9 amici intimi (s = 15.5).

a) Trova l'intervallo al 95% per la differenza tra le medie di popolazione delle donne e degli uomini.

b) Verifica, con $\alpha = 0.05$, se le medie di popolazione differiscono fra le donne e gli uomini.

c) Assumendo che le due distribuzioni abbiano la stessa deviazione standard, come cambierebbero i risultati in **a)** e **b)**?

RISOLUZIONE:

$\bar{x}_1$ e s_1= media e dev. stand. delle donne. $\bar{x}_2$ e s_2 = media e dev. stand. degli uomini.

Per trovare l'intervallo di confidenza della differenza fra le medie di popolazione nel numero di amici intimi di donne e uomini, la formula è $(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) \pm t^*se$. Dove: **t** è lo t-score per un livello di fiducia al 95% e **se** è l'errore standard della distribuzione campionaria $\bar{x}_2 - \bar{x}_1$.

Essendo i due campioni indipendenti, i gradi di libertà di **t** devo trovarli utilizzando la formula di Welch-Satterthwaite, mentre il livello di fiducia è del 95%.

La formula di Welch-Satterthwaite è: $\mathbf{v} = \dfrac{\left({s_1^2}/{n_1}+{s_2^2}/{n_2}\right)^2}{\dfrac{\left({s_1^2}/{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\dfrac{\left({s_2^2}/{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$ Sostituendo i valori: **v = 763.94.**

Tali gradi di libertà rendono la distribuzione t approssimabile alla z, quindi **t = 1.96**. (Sulla tavola t a pag. 287 del libro di Luccio, incrociando la riga infinito con la probabilità 0.025 trovo 1.94 ma è un errore).

Se = $\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1}+\dfrac{s_2^2}{n_2}}$.

Calcolo quindi:

$(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) = 8.9 - 8.3 = 0.6$

Se = $\sqrt{\dfrac{15.6^2}{486}+\dfrac{15.5^2}{354}} = 1.086$

Ricavo l'intervallo di confidenza:

0.6 ± 1.96*1.086 = (-1.53, 2.73).

L'interpretazione è: immaginando di eseguire il processo di campionamento innumerevoli volte, ho una fiducia del 95% che questo intervallo sia uno di quelli intervalli che contiene il valore della popolazione.

In altre parole, ho una fiducia del 95% nel ritenere che la differenza fra donne e uomini nel numero di amici intimi vada da -1.53 (ovvero valore degli uomini più alto) a 2.73 (ovvero valore delle donne più alto).

b)

Per risolvere questo punto faccio una verifica di ipotesi. Le ipotesi sono:

H_0: $\mu_2 = \mu_1$ --> $\mu_2 - \mu_1 = 0$ H_1: $\mu_2 \neq \mu_1$ --> $\mu_2 - \mu_1 \neq 0$

A questo punto devo trovare la statistica test. Per la differenza fra medie la statistica test è:
t = $\frac{(\bar{x}_2-\bar{x}_1)-(\mu_2-\mu_1)_0}{se}$**.** Dove $(\mu_2 - \mu_1)_0$ è il valore della differenza assunto sotto l'ipotesi nulla, mentre **se** è l'errore standard trovato al punto precedente: **se = 1.086**.

Quindi **t** = $\frac{0.6-0}{1.086}$ **= 0.55.**

A questo punto, per verificare se il p-valore è inferiore ad α, devo confrontarlo con il valore t "critico". I gdl sono sempre da ricavare con la formula di Welch-Satterthwaite, dal punto precedente ho che **v = 763.94**. Posso quindi utilizzare la distribuzione z e ho che il t "critico" è di 1.96 (lascia a destra il 2.5%, quindi nel complesso a destra e a sinistra il 5%).

Vedo che **0.55 < 1.96** quindi non ho evidenze per rifiutare l'ipotesi nulla. Ovvero, non ho evidenze a sostegno di una differenza nel numero di amici intimi fra uomini e donne, per cui è plausibile che non ci siano differenze.

c)

Se assumo che le due distribuzioni hanno uguale deviazione standard, devo tenere conto delle variazioni che avvengono nel calcolo dell'errore standard e di come cambiano i gradi di libertà della statistica test t.

Infatti, grazie a questa assunzione, posso utilizzare una stima della deviazione standard conglobata. La formula per ricavare questa stima è s_c = $\sqrt{\frac{(n_1-1)*s_1^2+(n_2-1)*s_2^2}{n_1+n_2-2}}$**.** Sostituendo i valori trovo che **s_c = 15.558.**

L'errore standard utilizza questa stima: **se = s_c*** $\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$ **.** Sostituendo i valori: **se = 1.087**.

I gradi di libertà della statistica test t invece diventano $n_1 + n_2 - 2$. Ovvero non serve più utilizzare Welch-Satterthwaite. I gdl diventano 486 + 354 – 2 = 838, posso quindi approssimare sempre la distribuzione t a quella z.

La differenza è minima, infatti ricalcolando l'intervallo di confidenza e la statistica test t trovo gli stessi valori:

Intervallo: **0.6 ± 1.96*1.087 = (-1.53, 2.73)**.

Statistica test: **t** = $\frac{0.6}{1.087}$ **= 0.55.**

Quindi i risultati non cambiano.

ESERCIZIO 7.15

In una GSS del 2004 alla domanda "È molto meglio per tutti che l'uomo si impegni fuori di casa e la donna si prenda cura della casa e della famiglia", 153 su 411 maschi (37.2%) e 166 su 472 femmine (35.2%), hanno risposto "sì".

a) Trova un intervallo al 99% per la differenza tra le risposte "sì" delle donne e degli uomini. Interpretalo.

b) Verifica, con $\alpha = 0.05$, se la proporzione di donne che hanno risposto "sì" è significativamente inferiore alla proporzione di uomini che hanno risposto "sì". Interpreta i risultati.

RISOLUZIONE:

Prima di tutto, assegno e calcolo le proporzioni campionarie.

$\hat{\pi}_1$ (maschi) = 153/411 = 0.372 $\hat{\pi}_2$ (femmine) = 166/472 = 0.352

Le proporzioni potevano essere ricavate anche dividendo le percentuali fornite dalla consegna per 100.

a)

Per trovare l'intervallo di confidenza della differenza fra le proporzioni di popolazione di donne e uomini, la formula è **$(\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1) \pm z^*se$**. Dove: **z** è lo z-score per un livello di fiducia al 99% e **se** è l'errore standard della distribuzione campionaria **$\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1$**.

Z = 2.58 (pag. 286 del libro di Luccio, trovo lo z-score che lascia alla destra della distribuzione il 0.005 dell'area).

$$Se = \sqrt{\frac{\hat{\pi}_1 * (1-\hat{\pi}_1)}{n_1} + \frac{\hat{\pi}_2 * (1-\hat{\pi}_2)}{n_2}}$$

Calcolo quindi:

$(\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1) = 0.352 - 0.372 = -0.02$

$$Se = \sqrt{\frac{0.372 * (1-0.372)}{411} + \frac{0.352 * (1-0.352)}{472}} = 0.0324$$

Ricavo l'intervallo di confidenza:

$-0.02 \pm 2.58*0.0324 = (-0.10, 0.06)$.

L'interpretazione è: immaginando di eseguire il processo di campionamento innumerevoli volte, ho una fiducia del 99% che questo intervallo sia uno di quelli intervalli che contiene il valore della popolazione.

In altre parole, ho una fiducia del 99% nel ritenere che la differenza fra donne e uomini nel rispondere sì alla domanda vada da -0.10 (ovvero valore dei maschi più alto) a 0.06 (ovvero valore delle femmine più alto).

b)

Per rispondere a questo punto svolgo una verifica di ipotesi. Le ipotesi sono:

H_0: $\pi_2 \geq \pi_1$ --> $\pi_2 - \pi_1 \geq 0$ H_1: $\pi_2 < \pi_1$ --> $\pi_2 - \pi_1 < 0$

A questo punto devo trovare la statistica test. Per differenza fra proporzioni la statistica test è: **z =** $\frac{(\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1) - (\pi_2 - \pi_1)_0}{se_0}$**.** Dove $(\boldsymbol{\pi_2 - \pi_1})_0$ è la differenza assunta sotto l'ipotesi nulla (= **0**) e se_0 è l'errore standard sotto l'assunzione dell'ipotesi nulla.

se_0 = $\sqrt{\frac{\hat{\pi}_c * (1 - \hat{\pi}_c)}{n_1} + \frac{\hat{\pi}_c * (1 - \hat{\pi}_c)}{n_2}}$

Dove $\hat{\boldsymbol{\pi}}_c$ è la stima conglobata (proporzione della popolazione sotto l'assunzione dell'ipotesi nulla). $\hat{\boldsymbol{\pi}}_c = \frac{k_1 + k_2}{n_1 + n_2}$.

Dove **k_1 = 153** e **k_2 = 166** (un modo per trovare questi valori se non forniti dal problema è facendo l'operazione **$k_1 = \hat{\pi}_1 * n_1$** e **$k_2 = \hat{\pi}_2 * n_2$).**

Ricavo: $\hat{\boldsymbol{\pi}}_c = \frac{153 + 166}{411 + 472}$ **= 0.361**.

Di conseguenza: **se_0 =** $\sqrt{\frac{0.361*(1-0.361)}{411} + \frac{0.361*(1-0.361)}{472}}$ **= 0.0324.**

Posso quindi calcolare la statistica test: **z =** $\frac{-0.02 - 0}{0.0324}$ **= - 0.617.**

Trovo il p-valore associato a questa statistica test sulla tavola z a pag. 286 del libro di Luccio. Vedo che per z = 0.617 il p-valore è 0.2676. Visto che l'ipotesi è unilaterale,confronto questo p-valore con il livello di significatività α e vedo che è superiore. 0.2676 > 0.05.

Non ci sono quindi evidenze per rifiutare l'ipotesi nulla. Sembrerebbe quindi plausibile che le distribuzioni di popolazione, nel rispondere sì alla domanda del sondaggio, fra donne e uomini non differiscano o quella delle donne sia di una proporzione più alta.

ESERCIZIO 7.30

Una psicologa clinica è interessata a scegliere tra 2 possibili terapie per trattare la depressione. Per 6 pazienti la psicologa seleziona casualmente tre pazienti per ricevere la terapia A e i rimanenti tre per la terapia B. Dopo un mese di trattamento i punteggi di miglioramento sono 30, 45, 45 per i pazienti che ricevono la terapia A e 10, 20, 30 per i pazienti che ricevono la terapia B. Assumendo uguale deviazione standard fra i due gruppi:

a) Trova un intervallo al 90% per la differenza tra i miglioramenti ottenuti nelle due terapie. Interpretalo.

b) Verifica, con $\alpha = 0.01$, se i miglioramenti tratti dal gruppo di pazienti che ha ricevuto la terapia B siano significativamente inferiori ai miglioramenti ottenuti dall'altro gruppo. Interpreta i risultati.

c) Svolgi nuovamente i punti **a)** e **b)** senza assumere uguale deviazione standard.

RISOLUZIONE:

Calcolo media e deviazione standard dei due gruppi: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ e $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$.

Per il gruppo 1 (Terapia A): $\bar{x}_1 = 40$ e $s_1 = 8.660$.

Per il gruppo 2 (Terapia B): $\bar{x}_2 = 20$ e $s_2 = 10$.

Se assumo che le due distribuzioni hanno uguale deviazione standard, devo tenere conto delle variazioni che avvengono nel calcolo dell'errore standard e di come cambiano i gradi di libertà della statistica test t.

Infatti, grazie a questa assunzione, posso utilizzare una stima della deviazione standard della popolazione conglobata. La formula per ricavare questa stima è $\mathbf{s_c} = \sqrt{\frac{(n_1-1)*s_1^2+(n_2-1)*s_2^2}{n_1+n_2-2}}$. Sostituendo i valori trovo che $\mathbf{s_c = 9.354}$.

L'errore standard utilizza questa stima: $\mathbf{se = s_c * \sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$. Sostituendo i valori: **se = 7.637**.

I gradi di libertà della statistica test t sono $n_1 + n_2 - 2$. Ovvero $3 + 3 - 2 = 4$.

a)

Per trovare l'intervallo di confidenza della differenza fra le medie di popolazione nel numero di amici intimi di donne e uomini, la formula è $\mathbf{(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) \pm t*se}$. Dove: **t** è lo t-score per un livello di fiducia al 90% e **se** è l'errore standard della distribuzione campionaria $\mathbf{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}$.

Per trovare il valore della statistica test t vado sulla tavola t a pag 287 del libro di Luccio e incrocio 4 (i gdl) con la probabilità 0.05. **t = 2.13**.

Se l'ho già trovato, calcolo quindi:

$\mathbf{(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) = 20 - 40 = -20}$

Ricavo l'intervallo di confidenza:

-20 ± 2.13*7.637 = (- 36.27, - 3.73).

L'interpretazione è: immaginando di eseguire il processo di campionamento innumerevoli volte, ho una fiducia del 90% che questo intervallo sia uno di quelli intervalli che contiene il valore della popolazione.

In altre parole, ho una fiducia del 90% nel ritenere che la differenza fra le due terapie nei punteggi di miglioramento vada da -36.27 a -3.73 (in entrambi i casi la terapia A porta a punteggi più alti).

b)

Per risolvere questo punto faccio una verifica di ipotesi. Le ipotesi sono:

H_0: $\mu_2 \geq \mu_1$ --> $\mu_2 - \mu_1 \geq 0$ H_1: $\mu_2 < \mu_1$ --> $\mu_2 - \mu_1 < 0$

A questo punto devo trovare la statistica test. Per la differenza fra medie la statistica test è: **t =** $\frac{(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) - (\mu_2 - \mu_1)_0}{se}$**.** Dove $(\mu_2 - \mu_1)_0$ è il valore della differenza assunto sotto l'ipotesi nulla, mentre **se** è l'errore standard trovato all'inizio.

Quindi **t =** $\frac{-20}{7.637}$ **= - 2.62.**

A questo punto, per verificare se il p-valore è inferiore ad α, devo confrontarlo con il valore t "critico" che lascia alla coda sinistra della distribuzionecl'1% dell'area.

I gdl sono sempre 4, mentre α = 0.01. Dalla tavola t a pag 287 del libro di Luccio, incrociando 4 (i gdl) con la probabilità 0.01 trovo che **t = 3.75** (o meglio **– 3.75** visto che mi interessa la coda sinistra).

Vedo che: **- 2.62 > - 3.75** quindi non ho evidenze per rifiutare l'ipotesi nulla. Ovvero, non ho evidenze a sostegno di una peggior efficacia della terapia B.

c)

Se non assumo uguale deviazione standard non posso utilizzare la stima della deviazione standard conglobata e i gradi di libertà associati. Devo quindi calcolare l'errore standard appropriato e usare la formula di Welch-Satterthwaite per i gradi di libertà della statistica test t.

Se = $\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$**.** Sostituendo i valori trovo che: **se = 7.638.**

La formula di Welch-Satterthwaite è: **v =** $\frac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2 - 1}}$ Sostituendo i valori: **v = 3.92** (≈**4**).

A questo punto ricalcolerei l'intervallo e la statistica test ma osservo che le differnze numeriche sono minime. I risultati quindi non variano dai punti **a)** e **b)**.