

Prova scritta di Algebra 1
7 maggio 2018

Risolvere i quattro esercizi proposti motivando adeguatamente le risposte.

2. Calcolare quali sono i possibili sottogruppi del gruppo $(\mathbb{Z}_8, +)$. Tali sottogruppi sono ciclici? Se sì individuare i possibili generatori. Cosa si può dire di $(\mathbb{Z}_7, +)$ e dei suoi sottogruppi?

2. Si dimostri che se (G, \cdot) è un gruppo finito, allora valgono i seguenti punti:

- a) Il Teorema di Lagrange.
- b) Se H è un sottogruppo di G unico nel suo ordine, allora H è normale in G .

3. Dimostrare che un dominio di integrità finito è un campo.
Produrre un esempio di un dominio di integrità che non sia un campo.

4. Dimostrare che in una algebra di Boole il complemento di un elemento è unico e che valgono le leggi di De Morgan.