

Prova scritta di Algebra 1
5 febbraio 2018

Risolvere i quattro esercizi proposti motivando adeguatamente le risposte.

1. Sia $f : A \rightarrow B$ un'applicazione. Dimostrare che f è suriettiva se e solo se è cancellabile a destra.

Sia $Y \subseteq B$. In generale vale sempre l'uguaglianza $f f^{-1}(Y) = Y$? Argomentare la risposta.

2. Si dimostri quali siano tutte e sole le relazioni di equivalenza compatibili su $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$.

3. Sia $f : A \rightarrow B$ un omomorfismo di anelli. Dimostrare che f è iniettivo se e solo se $\text{Ker } f = \{0\}$

4. Dimostrare che i sottogruppi normali di un gruppo formano un reticolo modulare.