

Prova scritta di Algebra 1
14 giugno 2018

Risolvere i quattro esercizi proposti motivando adeguatamente le risposte.

1. Sia $f: A \rightarrow B$ un'applicazione.
 - a) Dimostrare che f è suriettiva se e solo se è cancellabile a destra.
 - b) Sia $Y \subseteq B$. In generale vale sempre l'uguaglianza $ff^{-1}(Y) = Y$?
Argomentare la risposta.

2. Si dimostri quali siano tutte e sole le relazioni di equivalenza compatibili su $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$.

3. Sia A un anello unitario commutativo. Dimostrare che il quoziente di A rispetto un ideale massimale è un campo.

4. Assegnato il gruppo ciclico $(\mathbb{Z}_{12}, +)$,
 - a) Determinare l'insieme H dei sottogruppi di $(\mathbb{Z}_{12}, +)$ e tracciare il grafo del reticolo H ordinato per inclusione.
 - b) Determinare gli eventuali complementi di tutti gli elementi di H .
 - c) Stabilire se H è distributivo.
 - d) Stabilire se H è di Boole.
 - e) Trovare gli eventuali elementi massimali.