

**Prova scritta di Algebra 1**  
**14 giugno 2018**

Risolvere i quattro esercizi proposti motivando adeguatamente le risposte.

1. Sia  $f: A \rightarrow B$  un'applicazione.
  - a) Dimostrare che  $f$  è suriettiva se e solo se è cancellabile a destra.
  - b) Sia  $Y \subseteq B$ . In generale vale sempre l'uguaglianza  $ff^{-1}(Y) = Y$ ?  
Argomentare la risposta.
  
2. Si dimostri quali siano tutte e sole le relazioni di equivalenza compatibili su  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ .
  
3. Sia  $A$  un anello unitario commutativo. Dimostrare che il quoziente di  $A$  rispetto un ideale massimale è un campo.
  
4. Assegnato il gruppo ciclico  $(\mathbb{Z}_{12}, +)$ ,
  - a) Determinare l'insieme  $H$  dei sottogruppi di  $(\mathbb{Z}_{12}, +)$  e tracciare il grafo del reticolo  $H$  ordinato per inclusione.
  - b) Determinare gli eventuali complementi di tutti gli elementi di  $H$ .
  - c) Stabilire se  $H$  è distributivo.
  - d) Stabilire se  $H$  è di Boole.
  - e) Trovare gli eventuali elementi massimali.