Università degli Studi di Trieste, A.A. 2019/2020
Laurea triennale in Ingegneria
Fisica generale II – Appello 24.01.2020 – Compito B

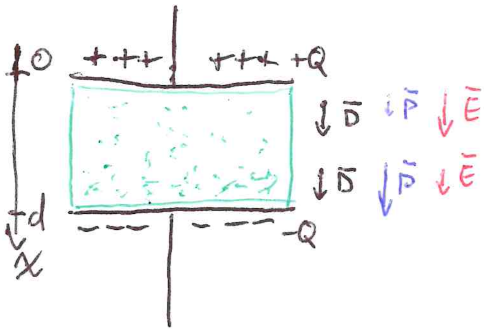
Cognome ______________________ Nome ______________________ Corso studi ________________

Problema 1

Un condensatore a facce piane e parallele, le cui armature hanno area $S = 0.30\ m^2$ e sono distanti $d = 2.0\ mm$, è riempito per l'intero spazio tra le armature con un dielettrico. La sua costante dielettrica relativa non è uniforme, ma dipende dalla distanza dall'armatura positiva x : $\varepsilon_r = 1 + a(x/d)$ con $a = 3.0$. Il condensatore viene caricato con una carica $Q = 70\ nC$.

1. Si calcoli il valore dell'intensità del campo di spostamento elettrico e scrivere l'equazione del campo di polarizzazione in funzione della distanza dall'armatura positiva.

$\bar D = \delta \hat{i}$ $\quad |\bar D| = \delta = \frac{Q}{S} =$ 2.7×10^{-7} (A) / 2.3×10^{-7} (B)



$$\bar P = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\bar D = \frac{ax}{d+ax}\frac{Q}{S}\hat i$$

2. Determinare la capacità del condensatore.

$$C = \frac{Q}{V} \quad V = \int_0^d E(x)\,dx = \int_0^d \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\frac{1}{1+\frac{ax}{d}}\,dx \qquad x' = 1+\frac{ax}{d} \quad dx' = \frac{a}{d}dx$$

$$= \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\int_1^{a+1}\frac{d}{a}\frac{1}{x'}\,dx' = \frac{Qd}{\varepsilon_0 a S}\ln(a+1) \longrightarrow C = \frac{\varepsilon_0 a S}{d\ln(a+1)} = C_0\frac{a}{\ln(a+1)} =$$

7.6×10^{-9} (A) / 2.9×10^{-9} (B)

3. Si calcoli il valore massimo della densità di energia del campo elettrostatico.

$$E(x) = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r S} \qquad u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{max}^2 = \frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{Q^2}{S^2} =$$

4.0×10^{-3} J (A) / 3.0×10^{-3} J (B)

E e' massima dove
ε_r e' minima (a $x=0$ $\varepsilon_r=1$)

Problema 2

Una bobina quadrata di lato $l = 18\ cm$ e massa $m = 50\ g$ entra all'istante $t = 0$ con velocità iniziale $v_0 = 7.0\ m/s$ in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico d'intensità $B = 0.60\ T$ uniforme e perpendicolare al piano della bobina. Il filo della bobina ha una sezione circolare di diametro $d = 1.50\ mm$ e resistività $\rho = 5.25\text{x}10^{-8}\ \Omega m$.

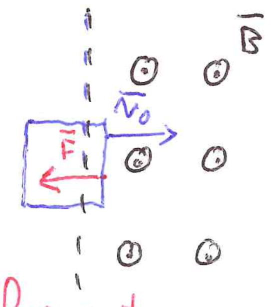
1. Determinare modulo, direzione e verso della forza che agisce all'istante iniziale sulla bobina .

f.e.m. indotta su filo $\mathcal{E} = B\ell v(t)$ $\quad i = \frac{\mathcal{E}(t)}{R}$

resistenza $R = \rho\frac{4\ell}{\pi(\frac{d}{2})^2} = 16\frac{\rho\ell}{\pi d^2}$

$$|\bar F| = i\ell B = \frac{B^2\ell^2 v(t)}{R} = \frac{B^2\ell^2 v(t)\pi d^2}{16\rho\ell} \overset{t=0}{=}$$

6.5 N (A) / 3.8 N (B)



Frenante

2. Scrivere l'equazione del moto della bobina e calcolare il tempo impiegato dalla bobina per entrare completamente nella regione con campo magnetico.

$$m\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{B^2 \ell^2}{R} v(t)$$

$$\frac{dv(t)}{v(t)} = -\frac{B^2\ell^2}{mR}dt$$

$$v(t) = v_0 e^{-t/\tau} \quad \text{con } \tau = \frac{mR}{B^2\ell^2}$$

$$x(t') = \int_0^{t'} v(t)\,dt = v_0\tau\left(1-e^{-t'/\tau}\right)$$

impongo $x(t') = \ell$

$$t' = -\tau \ln\left[1 - \frac{\ell}{v_0\tau}\right] = \begin{cases} 26\,ms & (A) \\ 21\,ms & (B) \end{cases}$$

3. Calcolare l'energia dissipata dalle correnti indotte alla fine del processo.

$$E_{diss} = K_i - K_f = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}v^2(t')$$

$$= \frac{1}{2}mv_0^2\left[1 - e^{-2t'/\tau}\right] = \begin{cases} 0.72\ J & (A) \\ 0.45\ J & (B) \end{cases}$$

Problema 3

Un'antenna viene illuminata da una radiazione elettromagnetica polarizzata linearmente lungo la direzione dell'antenna, di intensità $I = 450\ W/m^2$ e frequenza $\upsilon = 200\ kHz$.

1. Determinare l'ampiezza massima del campo elettrico e magnetico sull'antenna.

$$|\bar{S}| = I = \frac{E_{eff}^2}{c\mu_0} \qquad E_{eff} = \sqrt{c\mu_0 I}$$

$$E_{max} = \sqrt{2c\mu_0 I} = \begin{cases} 6.7\times10^2\ V/m & (A) \\ 5.8\times10^2\ V/m & (B) \end{cases} \qquad B_{max} = \frac{E_{max}}{c} = \begin{cases} 2.2\times10^{-6}\ T & (A) \\ 1.9\times10^{-6}\ T & (B) \end{cases}$$

2. L'antenna, lunga $l = 50\ cm$, viene usata come sorgente di forza elettromotrice indotta per alimentare un circuito RLC in serie alla propria frequenza di risonanza. Calcolare il valore efficace di tale forza elettromotrice indotta trascurando gli effetti del campo magnetico sull'antenna.

$$\mathcal{E}_{eff} = \int_0^{\ell} E_{eff}\,dx = E_{eff}\cdot\ell = \begin{cases} 190\ V & (A) \\ 206\ V & (B) \end{cases}$$

3. Data l'induttanza $L = 0.20\ mH$ e sapendo che il fattore di merito del circuito è $Q = 250$, si calcoli il valore massimo della corrente circolante nel circuito.

$$\omega_0 = 2\pi\nu$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \qquad R = \frac{\omega_0 L}{Q} \qquad i_{max} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{R} = \mathcal{E}_{eff}\sqrt{2}\,\frac{Q}{\omega_0 L} = \begin{cases} 360\ A & (A) \\ 580\ A & (B) \end{cases}$$