

Si valuteranno solo risultati il cui procedimento usato per arrivarvi e' chiaro.

Fare almeno uno degli esercizi sui vettori, pena l'annullamento del compito. Si richiede:

NOME/COGNOME

ESERCIZI VETTORI

1. Dati i vettori  $A=(2,5,3)$  e  $B=(4,1,2)$  calcolare il prodotto scalare e l'angolo compreso  $\alpha$ .

$S = \vec{A} \cdot \vec{B} = (2 \cdot 4 + 5 \cdot 1 + 3 \cdot 2) = 8 + 5 + 6 = 19$

$S = AB \cos \alpha$   $A = \sqrt{2^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{38}$   $B = \sqrt{4^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{21}$

$\cos \alpha = \frac{S}{AB} = \frac{19}{\sqrt{38 \cdot 21}} = \dots$

$\alpha = \arccos \frac{19}{\sqrt{38 \cdot 21}} = 48^\circ$

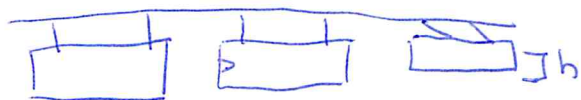
2. Dati  $A=(3,4,0)$  e  $B=(1,2,0)$  calcolare i moduli e il vettore risultante, cioe' la somma.

$A = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$   $B = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$   $\vec{R} = (3+1, 4+2, 0+0) = (4, 6, 0)$

PROBLEMA I

Si richiedono le risposte nel sistema MKS.

Si consideri un pendolo balistico: un grosso blocco di legno (di massa  $M = 2,000Kg$ ) a forma di parralelepipedo sospeso con due fili sottili al soffitto (attaccati in modo simmetrico al blocco). Il pendolo balistico all'inizio e' fermo. Un proiettile di massa  $m = 40g$  e' lanciato contro il pendolo (vedi figura) a velocita'  $v = 50m/s$ . Il proiettile fa attrito nel legno tanto da rimanee incastrato nel pendolo. 1) A che velocita'  $V$  parte il pendolo? 2) Di che altezza  $h$  massima si alza il pendolo?



1) cons. q. da no to  $mv = (m+M)V$

$V = \frac{m}{m+M} v = \frac{0,04}{2,04} \cdot 50 = 0,98 \text{ m/s}$

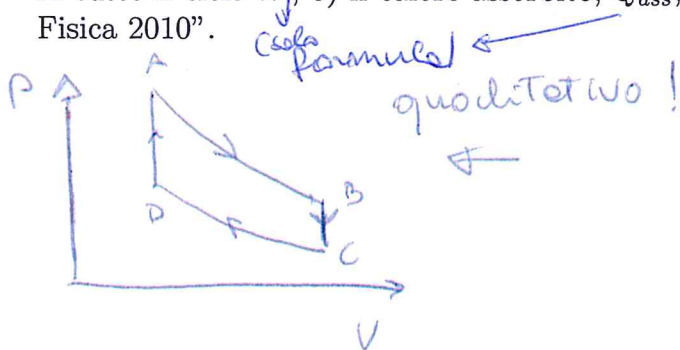
2) cons. energia  $\frac{1}{2}(m+M)V^2 = (m+M)gh$

$h = \frac{1}{2} \frac{V^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{0,98^2}{9,8} = 0,049 \text{ m}$

PROBLEMA II

Si richiedono le risposte nel sistema MKS.

Un sistema costituito da 0.08 mol di gas perfetto biatomico percorre in senso orario - in un grafico  $(V, p)$  - un ciclo reversibile composto da due trasformazioni adiabatiche e due isocore (si veda figura). Si sa che  $t_C = 27.0^\circ C$ ,  $p_C = 101 \text{ kPa}$ ,  $t_A = 977^\circ C$ ,  $V_A = 0.350 V_C$ . Calcolare 1) le coordinate termodinamiche (volume pressione, temperatura) degli stati A, B, C, D; 2) il lavoro netto scambiato in tutto il ciclo  $W$ ; 3) il calore assorbito,  $Q_{ass}$ ; il rendimento del ciclo  $\eta$ . Si ringrazia "Olimpiadi di Fisica 2010".



1) eq. di stato  $P_C V_C = n R T_C$   $T_A = 277 + 273 = 1250 \text{ K}$   
 $T_C = 27 + 273 = 300 \text{ K}$

c)  $V_C = \frac{n R T_C}{P_C} = \frac{0,08 \cdot 8,31 \cdot 300}{101 \cdot 10^3} = 1,97 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

A)  $V_A = 0,35 V_C = 0,690 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

$P_A = \frac{n R T_A}{V_A} = \frac{0,08 \cdot 8,31 \cdot 1250}{0,690 \cdot 10^{-3}} = 1,20 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

B)  $V_B = V_C$   
 AB è adiab.  $P V^\gamma = \text{cost}$   $\gamma = \frac{\frac{7}{2} R}{\frac{5}{2} R} = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1,4$

$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$   
 $P_B = P_A \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma = 1,20 \cdot 10^6 \cdot \left( \frac{0,690}{1,97} \right)^{1,4} = 277 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

$T_B = \frac{P_B V_B}{n R} = \frac{277 \cdot 10^3 \cdot 1,97 \cdot 10^{-3}}{0,08 \cdot 8,31} = 821 \text{ K}$

D)  $V_D = V_A$  CD è adiab.  
 $P_D = P_C \left( \frac{V_C}{V_D} \right)^\gamma = 101 \cdot 10^3 \left( \frac{1,97}{0,690} \right)^{1,4} = 439 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

2)  $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$   
 $\underbrace{W_{BC} + W_{CD}}_{=0 \text{ isocore}} \rightarrow T_D = \frac{P_D V_D}{n R} = 475 \text{ K}$

$W_{AB} = -\Delta U_{AB} + Q_{AB}$   $W_{CD} = -\Delta U_{CD}$   
 $\underbrace{Q_{AB}}_{=0 \text{ adiab.}}$

$W = -\Delta U_{AB} + \Delta U_{CD}$   
 $= -m C_v (T_B - T_A) - m C_v (T_D - T_C)$

3)  $Q_{\text{oss}} = Q_{DA} = \Delta U_{DA} = m C_v (T_A - T_D)$

4)  $\eta = \frac{W}{Q_{\text{oss}}} = \frac{m C_v (T_A - T_B + T_C - T_D)}{m C_v (T_A - T_D)} = \frac{1250 - 821 + 300 - 475}{1250 - 475} = 0,328 = 32,8\%$