

ESERCIZI SULLE VARIABILI ALEATORIE DISCRETE 1

Esercizio 1. Sono date due urne denominate A e B : A contiene 10 palline bianche e 6 palline rosse; B contiene 8 palline bianche e 8 palline rosse. Si estraggono ripetutamente, con reimmissione, delle palline da ciascuna urna. Siano X ed Y le v.a. che indicano il tempo della prima estrazione di una pallina bianca rispettivamente da A e da B .

- i) Si determini $P(X = 4)$ e $P(Y > 3)$.
- ii) Si determini $P(Y \leq X + 2)$.
- iii) Si determini la densità discreta della v.a. $X + Y$.

Esercizio 2. Siano X ed Y variabili aleatorie indipendenti: la prima con legge di Poisson di parametro 1; la seconda con legge di Bernoulli di parametro $\frac{1}{3}$.

- i) Si calcoli $P(Y \leq -X^2 + 2)$.
- ii) Si determini la densità discreta della variabile aleatoria $Z = X + Y$.
- iii) Si calcoli $E[ZX]$ e $Var[-3Z]$.

Esercizio 3. Il numero di chiamate che vengono fatte ad un centralino in un certo intervallo di tempo si comporta come una v.a. di Poisson di parametro 2.

- i) Calcolare la probabilità che al centralino in quell'intervallo di tempo non arrivino chiamate.
- ii) Calcolare la probabilità che al centralino in quell'intervallo di tempo arrivino almeno 2 chiamate.

Esercizio 4. Un'urna contiene 10 palline bianche e 10 palline rosse. Se ne estraggono 5 con reimmissione e si lancia una moneta equilibrata tante volte quante sono le palline bianche dell'estrazione. Sia X il numero di teste ed Y il numero di croci ottenute.

- i) Determinare le densità discrete delle variabili aleatorie X ed Y .
- ii) Dire se X ed Y sono indipendenti.

Esercizio 5. Siano X ed Y due v.a. geometriche indipendenti: la prima tale che

$$P(X = 1) = 2P(X = 2);$$

la seconda di parametro $\frac{1}{2}$; inoltre, sia $Z = X + Y$.

- i) Determinare la densità discreta della variabile aleatoria Z .
- ii) Calcolare $P(X = 4 | Z \geq 7)$.
- iii) Calcolare $P(Z \geq 7 | X = 4)$.
- iv) Determinare $E[Z^2]$.