Esame di Probabilità e Statistica
Anno Accademico 2018/2019, 2^a sessione, 3^o appello (16/07/2019)
Corso di laurea triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica
Dipartimento di Ingegneria e Architettura
Università degli Studi di Trieste

1) Siano X ed Y variabili aleatorie indipendenti: la prima con legge binomiale di parametri 3, $\frac{1}{4}$; la seconda con legge di Bernoulli di parametro $\frac{2}{3}$.
a) Calcolare $E[3X+2Y]$ e $Var\,[X-3Y]$.
b) Calcolare $P(Y \leq -X^2+2)$.
c) Determinare la densità discreta della variabile aleatoria $Z = XY$.
d) Calcolare $E[Z^2]$ e $Var\,[Z+Y]$.

2) Siano X ed Y variabili aleatorie indipendenti: la prima con legge uniforme continua sull'insieme $(0,2)$; la seconda con la seguente densità continua:

$$f_Y(y) = y^2 1_{(0,1]}(y) + \left(-y^2+2y\right) 1_{(1,2)}(y),\ \forall\, y \in \mathbf{R}.$$

a) Calcolare $E[2X+3Y]$ e $Var\,[X-2Y]$.
b) Calcolare $P\left(\left\{X^2 > \frac{1}{4}\right\} \cup \left\{\frac{1}{2} < Y < \frac{3}{2}\right\}\right)$.
c) Determinare la funzione di ripartizione della variabile aleatoria $Z = 2Y$.

3) Sia $(X_1, ..., X_5)$ un campione casuale estratto da una legge normale di parametri μ, σ^2 e sia

$$(0,4,\ 0,7,\ 0,9,\ 1,1,\ 1,4)$$

una sua realizzazione; inoltre, sia $\overline{X}$ la media campionaria e sia S^2 la varianza campionaria.
a) Calcolare $E\left[3\overline{X}+2S^2\right]$ e $Var\left[\overline{X}-\frac{S^2}{\sigma}\right]$.
b) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per μ al livello di confidenza del 95%.
c) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per σ^2, con estremo inferiore strettamente positivo, al livello di confidenza del 98%.