LEZIONE 3-4

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

$$\left.\begin{matrix} k \\ \omega_S \end{matrix}\right\} = \varphi^{1/2}\psi^{-3/4} = \omega\sqrt{\frac{\dot{m}}{\rho_{01}}}\cdot L_i^{-3/4} = \omega\frac{\sqrt{Q}}{L_i^{3/4}}$$

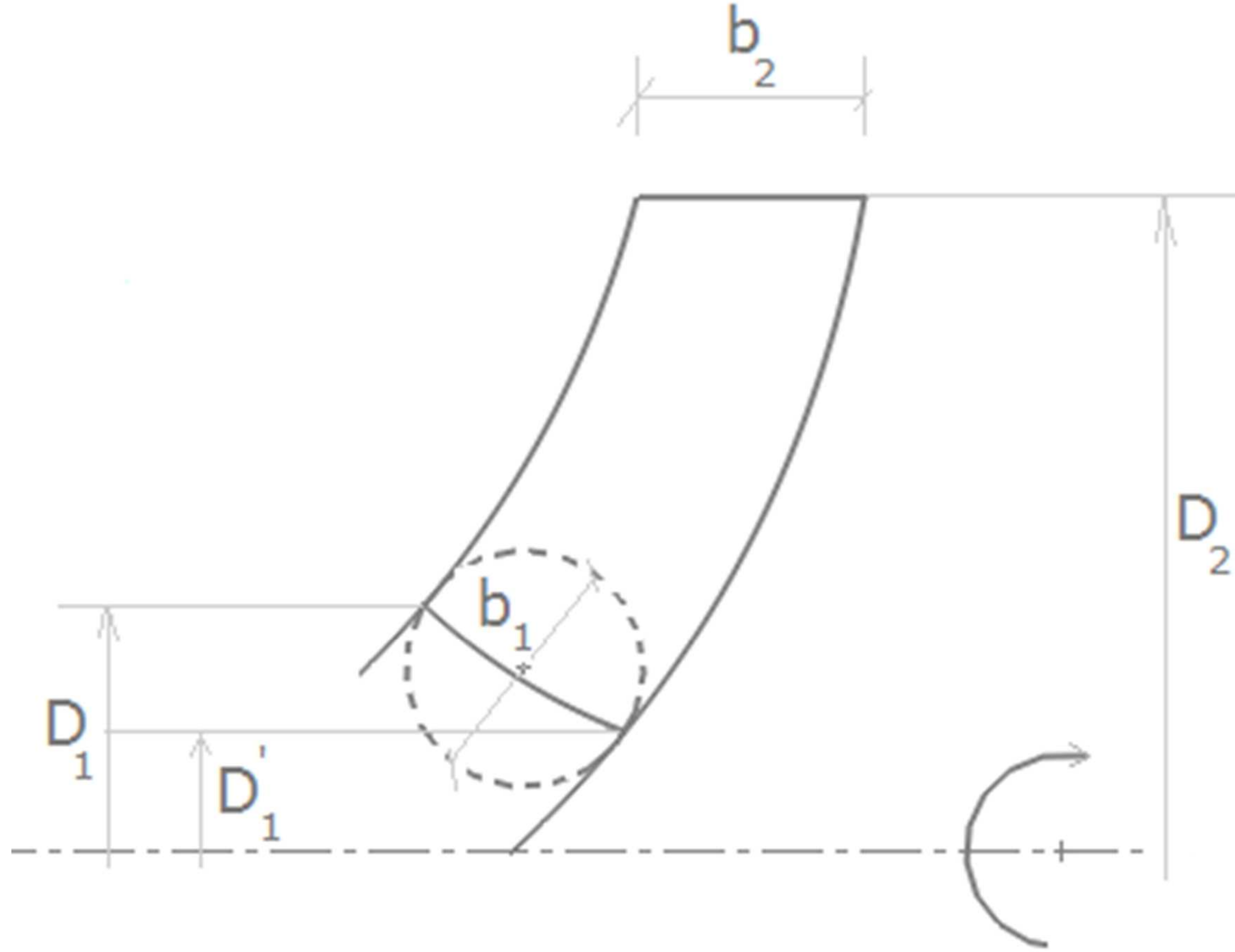
- noti gli obiettivi di prestazione della macchina (portata e lavoro nel punto di progetto) devo determinare la velocità in base ai vincoli esterni
- determinata la velocità angolare, e’ determinato k

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

$$\left.\begin{array}{c} k \\ \omega_S \end{array}\right\} = \varphi^{1/2}\psi^{-3/4} = \omega\sqrt{\frac{\dot{m}}{\rho_{01}}} \cdot L_i^{-3/4} = \omega\frac{\sqrt{Q}}{L_i^{3/4}}$$

- noto k posso utilizzare diagrammi statistici che riportano rapporti dimensionali in funzione di k per macchine di rendimento elevato

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

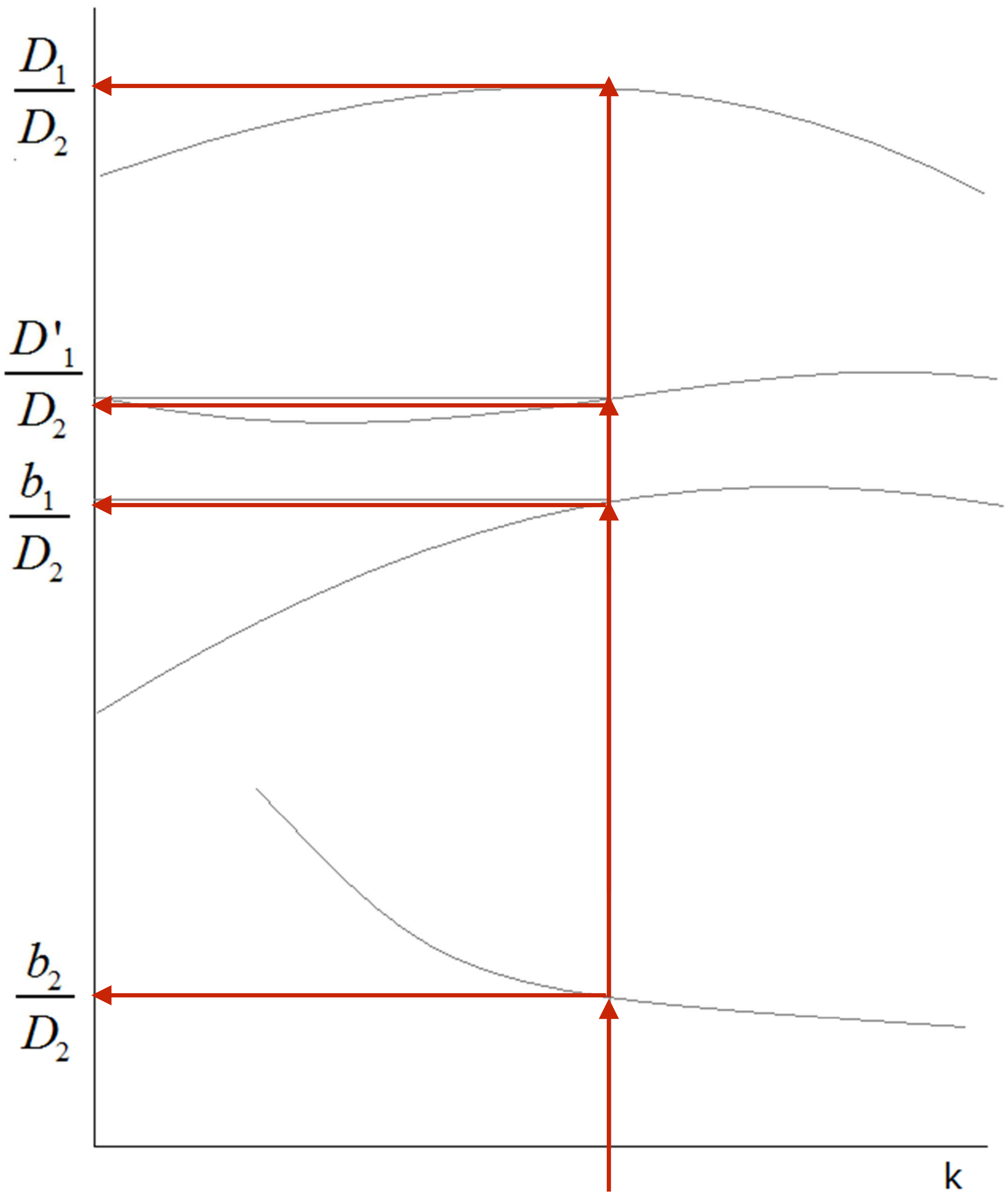


Le dimensioni caratteristiche più significative sono:

- D_2 : diametro massimo della girante;
- D_1 : diametro massimo della sezione d’ingresso;
- D'_1 : diametro minimo della sezione d’ingresso;
- b_2 : altezza della pala in uscita;
- b_1 : altezza della pala in ingresso (per definirla

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

Per queste grandezze posso definire le cifre adimensionali



$$\underbrace{\frac{D_1}{D_2} \qquad \frac{D'_1}{D_2} \qquad \frac{b_1}{D_2} \qquad \frac{b_2}{D_2}}_{f(k)}$$

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

1)

Si esiste una *dimensione ottimale* cioè una dimensione alla quale corrisponde il massimo rendimento. Bisogna però definire un’ulteriore grandezza detta *diametro specifico*

$$\varphi = \frac{\dot{m}}{\rho_{01}\omega D^3}\left(= \frac{Q}{\omega D^3} \right)$$

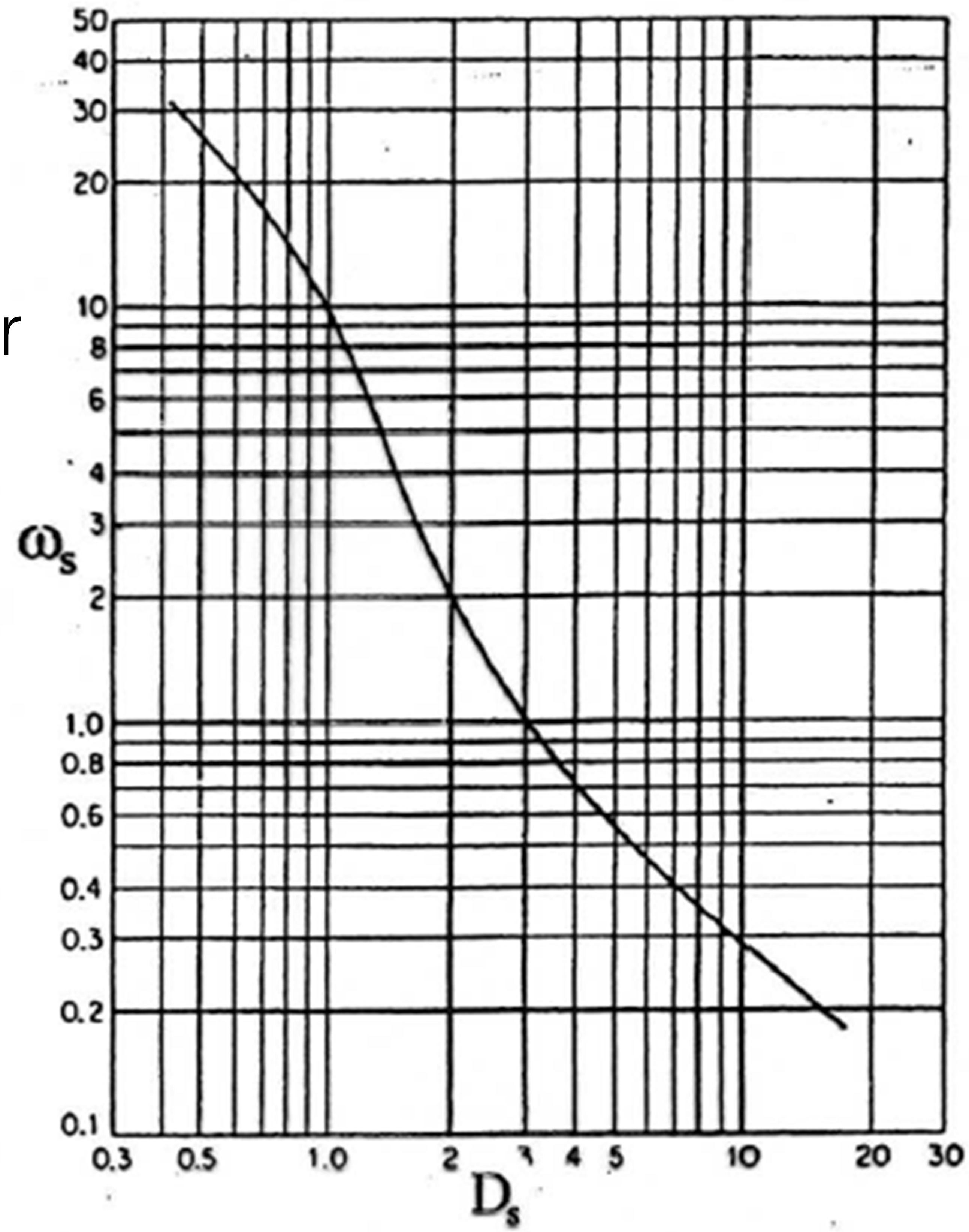
$$\psi = \frac{L_i}{\omega^2 D^2}$$

$$D_S = \varphi^{-1/2}\psi^{1/4} = D \cdot \frac{L_i^{1/4}}{\sqrt{Q}}$$

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

$$D_s = f\left(\omega_s\right)$$

Diagramma di Cordier



SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

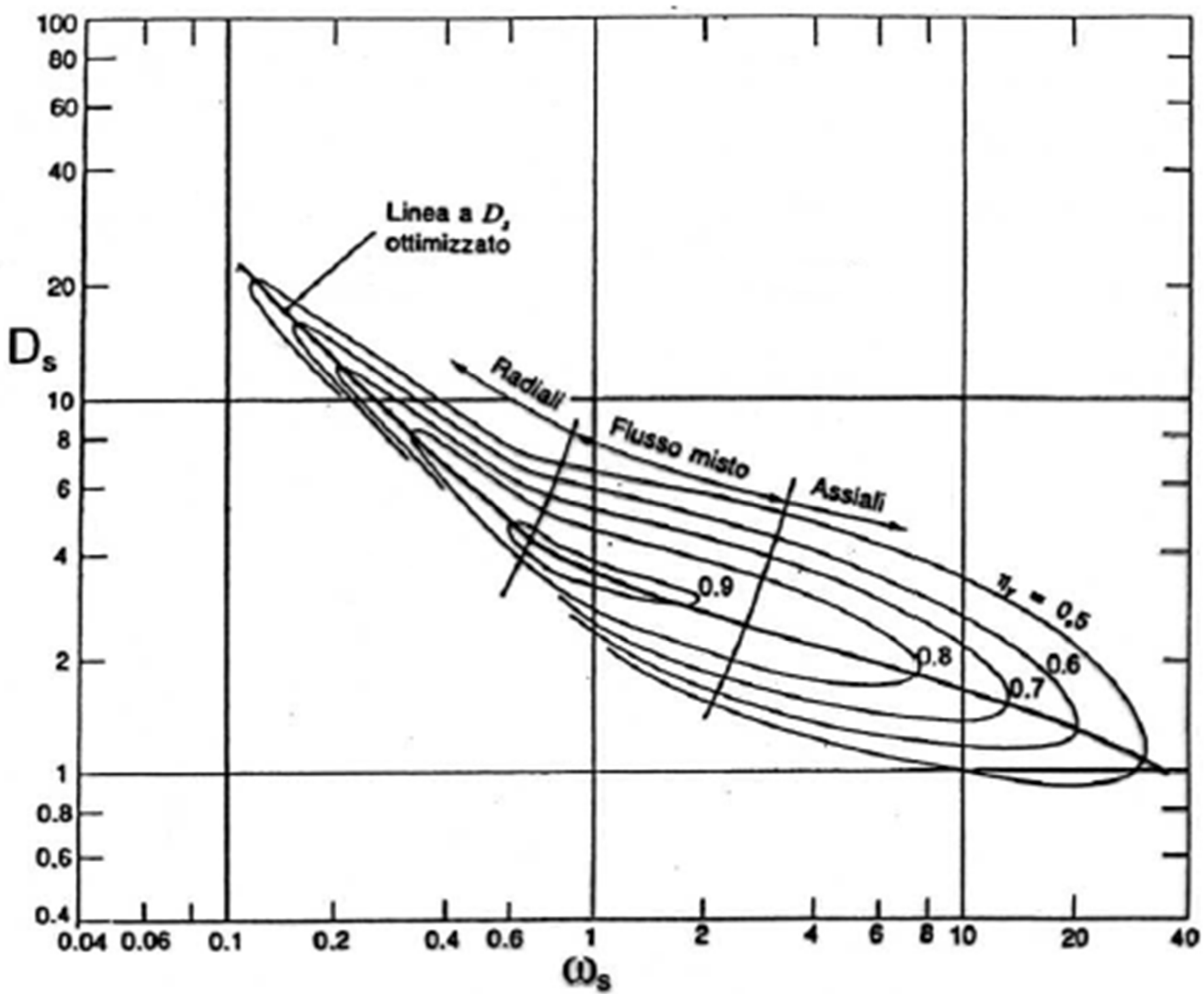
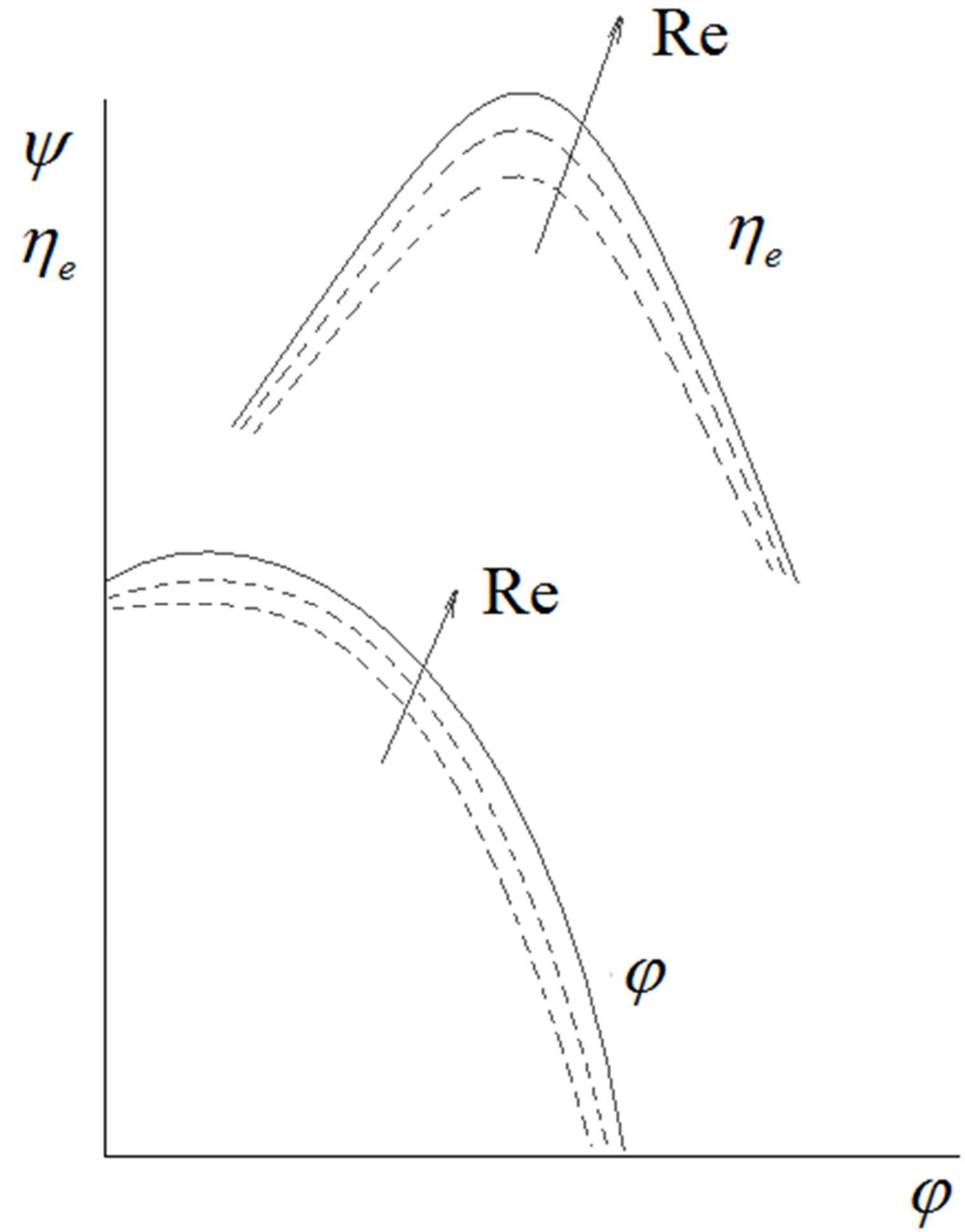


Diagramma di Balié (pompe centrifughe)

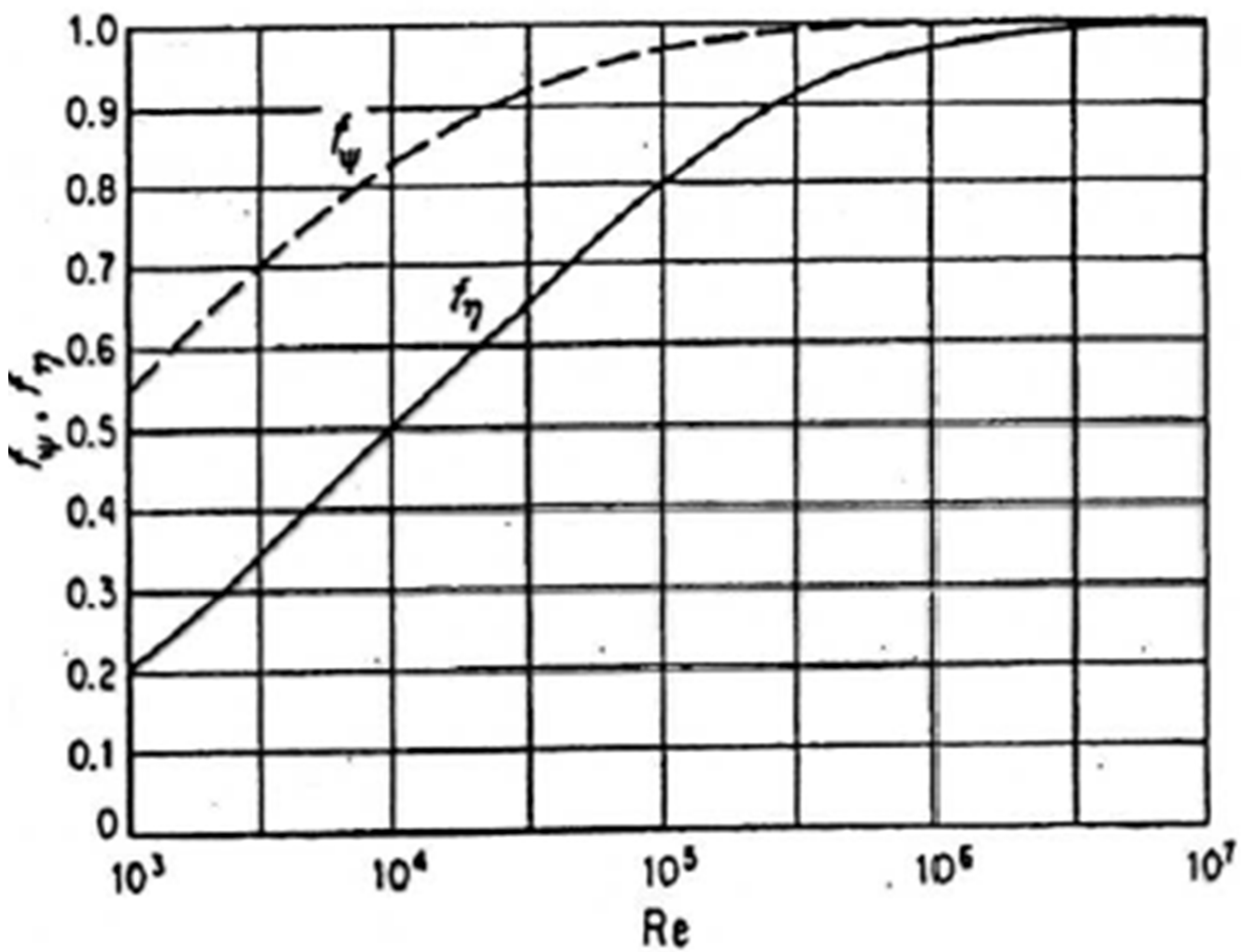
SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

2)
Per capire entro quali limiti si può trascurare l'influenza di Reynolds si inizia riportando qualitativamente il diagramma delle prestazioni adimensionali



SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

2)
fattore di correzione della cifra di pressione e rendimento in funzione di Reynolds



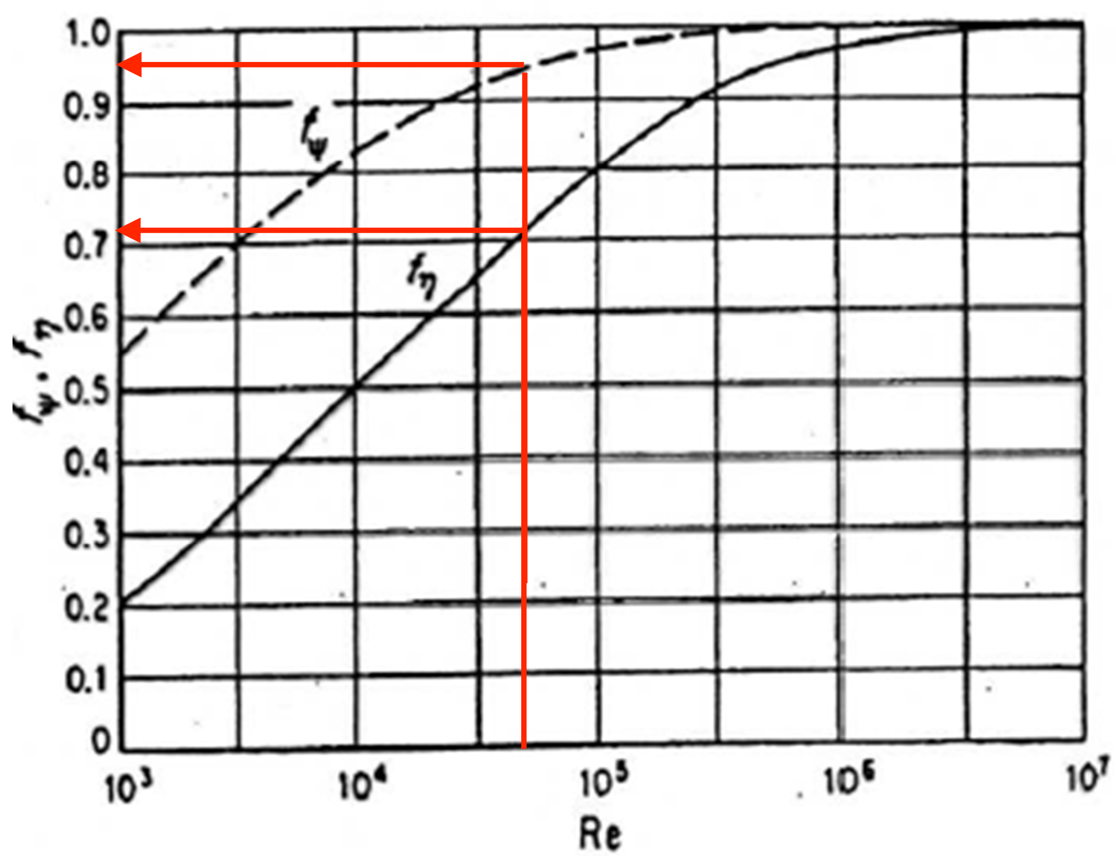
SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

$$\omega_S = \varphi^{1/2}\psi^{-3/4} \rightarrow \begin{aligned} \psi &= f(\omega_S) = \psi(\omega_S) \\ \eta &= f(\omega_S) = \eta(\omega_S) \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} f_\psi &= f(\mathrm{Re}) \\ f_\eta &= f(\mathrm{Re}) \end{aligned}$$

$$\psi_{corretto} = f_\psi \cdot \psi(\omega_S)$$

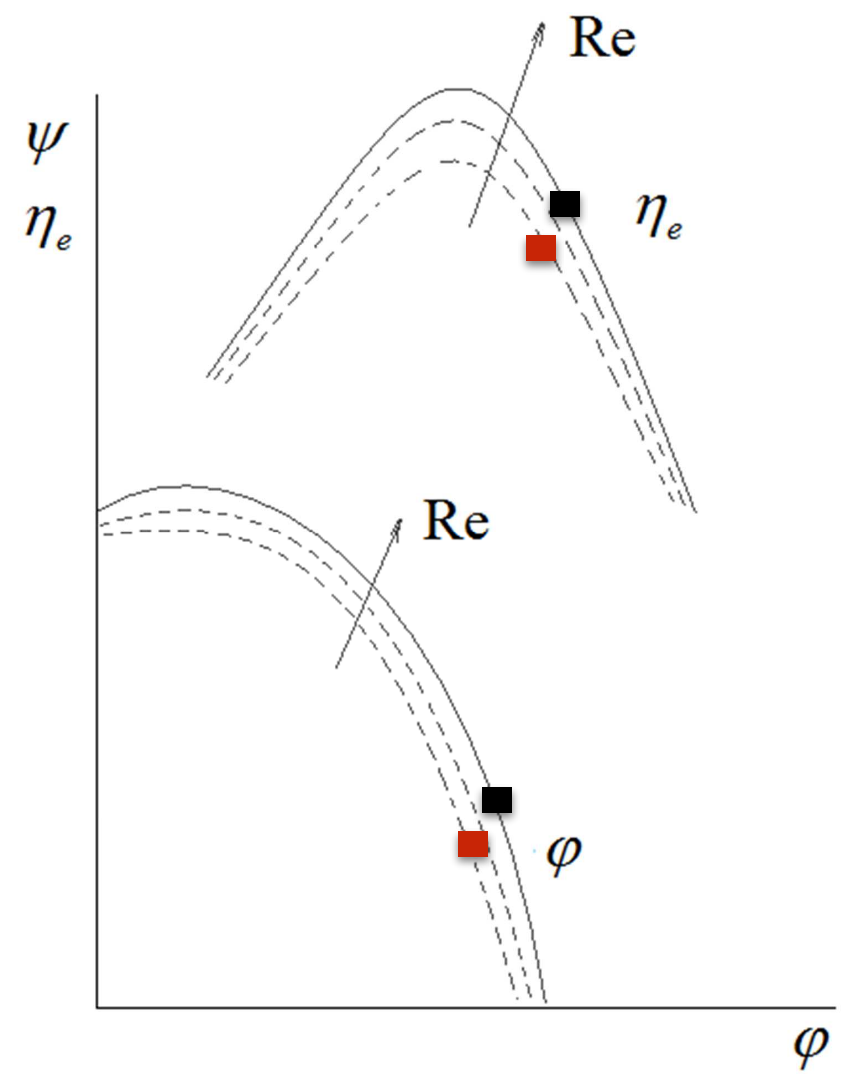
$$\eta_{corretto} = f_\eta \cdot \eta(\omega_S)$$

$$\omega_S = \varphi^{1/2}\psi^{-3/4} = \varphi^{1/2}_{corretto}\psi^{-3/4}_{corretto} = \text{costante}$$



$$\psi_{corretto} = f_\psi \cdot \psi(\omega_S)$$

$$\eta_{corretto} = f_\eta \cdot \eta(\omega_S)$$



SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE
effetto scala

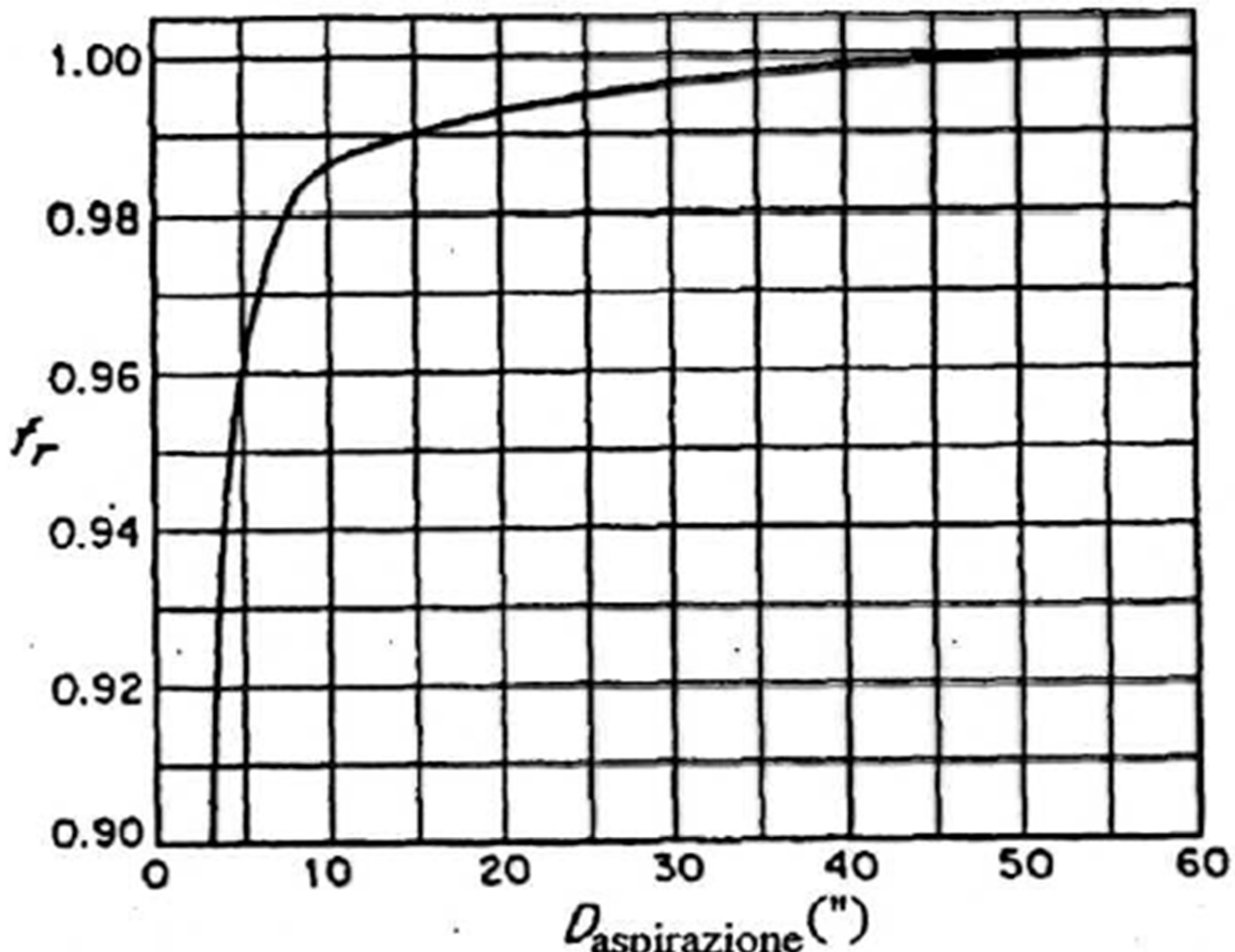
A parità di bontà di progettazione, geometria, ecc la macchina grande ha rendimento più grande della macchina piccola. Questo si spiega osservando:

- a parità di tecnologia produttiva possiamo ritenere costante il valore della rugosità superficiale delle palettature della girante. è chiaro che in una macchina grande questa diventa un valore di rugosità relativa. Quindi le perdite di carico sono superiori in una macchina piccola che in una macchina grande

- i giochi. Tra parti fissa e mobile avremo dei giochi. I giochi non possono scendere al di sotto di un certo limite. Posso considerare dei giochi relativamente grandi nella macchina piccola che saranno trascurabili nella macchina grande.

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE
effetto scala (pompe)

$$\eta = \eta_S \cdot f_r\left(D\right)$$



$$\frac{1-\eta_1}{1-\eta_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{\alpha}$$

D1/D2 rapporto di scala

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE
effetto scala (turbine idrauliche)

$$\frac{1-\eta_1}{1-\eta_2} = \left[\frac{\mathrm{Re}_{u,2}}{\mathrm{Re}_{u,1}}\right]^n$$

n=0,1 ÷ 0,25

$$\frac{1-\eta_1}{1-\eta_2} = 0.5 + 0.5\left[\frac{\mathrm{Re}_{u,2}}{\mathrm{Re}_{u,1}}\right]^{0.2}$$

$$\frac{1-\eta_1}{1-\eta_2} = 0.3 + 0.7\left[\frac{\mathrm{Re}_{u,2}}{\mathrm{Re}_{u,1}}\right]^{0.2}$$

Turbine Kaplan

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

4) Quando abbiamo a che fare con macchine che operano con fluidi comprimibili bisogna tener conto del numero di Mach

$$\psi = f\left(\varphi, Ma\right)$$

$$Ma = \frac{\omega D}{a_{01}}$$

$$Mu = \frac{\omega \frac{D}{2}}{a}$$

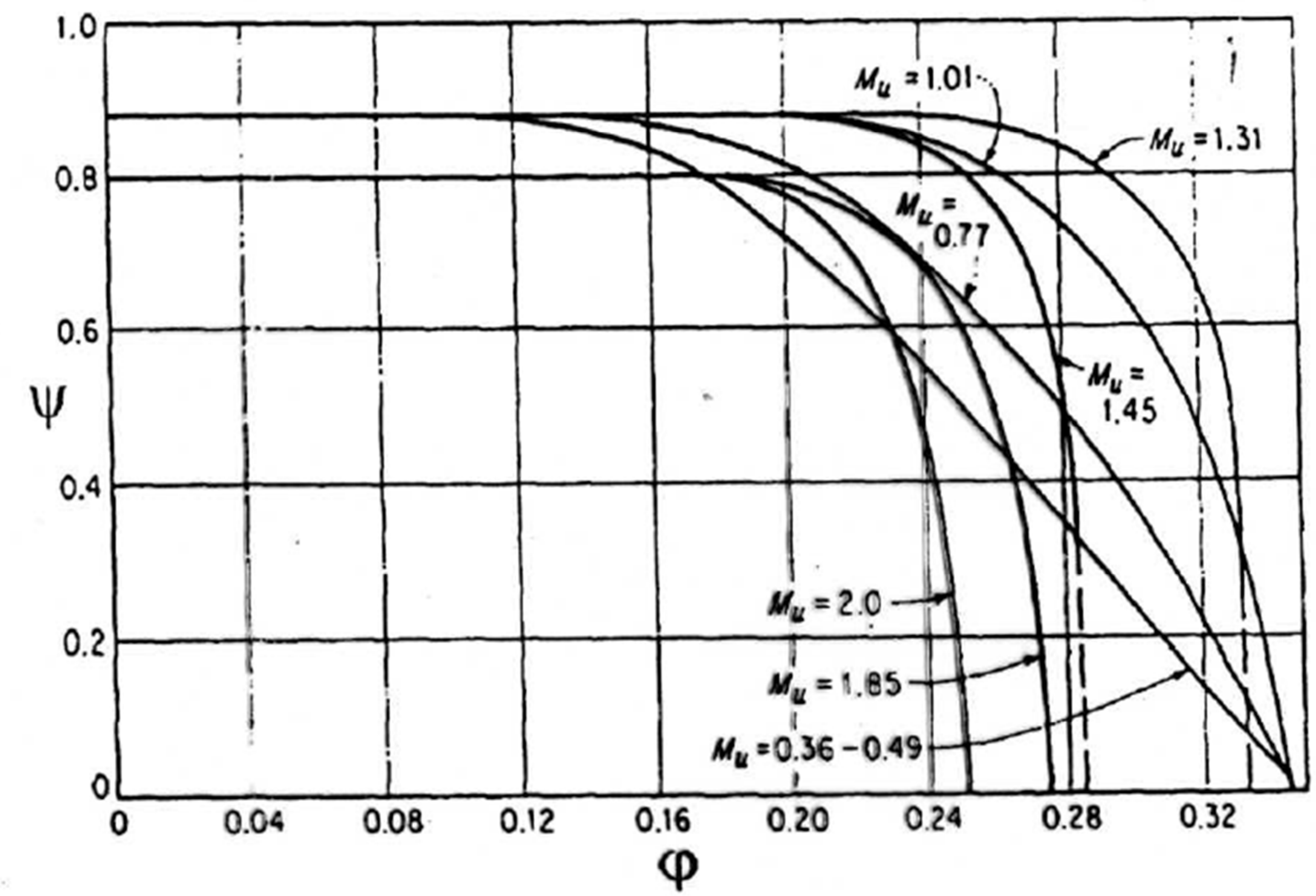


Figura 3.17: *Curve adimensionali di funzionamento di una famiglia di compressori, per un fluido assegnato, a diversi numeri di Mach periferici.*

Condizioni ambientali standard

Significato dei pedici:

- “s” : grandezze relative alle condizioni standard;
- “c” : valori corretti cioè riportati alle condizioni standard
- “ “ : valori da correggere (valori rilevati nel corso della prova)

Proprietà di un gas generico miscela di due gas con massa molare M:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{p_2}{\rho} = x_1 \frac{p_1}{\rho_1} + x_2 \frac{p_2}{\rho_2} = \mathcal{R}T \left(\frac{x_1}{\mathcal{M}_1} + \frac{x_2}{\mathcal{M}_2} \right) = \mathcal{R}T \left(\frac{1}{\mathcal{M}} \right)$$

$$c_p = x_1 c_{p1} + x_2 c_{p2}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} = \frac{\frac{x_1}{\mathcal{M}_1} \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1} + \frac{x_2}{\mathcal{M}_2} \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1}}{\frac{x_1}{\mathcal{M}_1} + \frac{x_2}{\mathcal{M}_2}}$$

Condizioni ambientali standard

a) Rapporto di compressione

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_{02c}}{p_{01s}} \qquad \rightarrow \qquad p_{02c} = p_{02}\frac{p_{01s}}{p_{01}}$$

b) Parametro di portata

$$\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{p_{01}} = \frac{\dot{m}_c\sqrt{T_{01s}}}{p_{01s}} \qquad \rightarrow \qquad \dot{m}_c = \dot{m}\sqrt{\frac{T_{01}}{T_{01s}}}\left(\frac{p_{01s}}{p_{01}}\right)$$

c) Parametro di velocità

$$\frac{n}{\sqrt{T_{01}}} = \frac{n_c}{\sqrt{T_{01s}}} \qquad \rightarrow \qquad n_c = n\sqrt{\frac{T_{01s}}{T_{01}}}$$

Condizioni ambientali standard

Pressione ridotta $$\delta = \frac{p_{01}}{p_{01s}}$$

Temperatura ridotta $$\theta = \frac{T_{01}}{T_{01s}}$$

$$p_{02c} = \frac{p_{02}}{\delta}$$

si ottiene:

$$\dot{m}_c = \dot{m}\frac{\sqrt{\theta}}{\delta}$$

$$n_c = \frac{n}{\sqrt{\theta}}$$

Condizioni ambientali standard

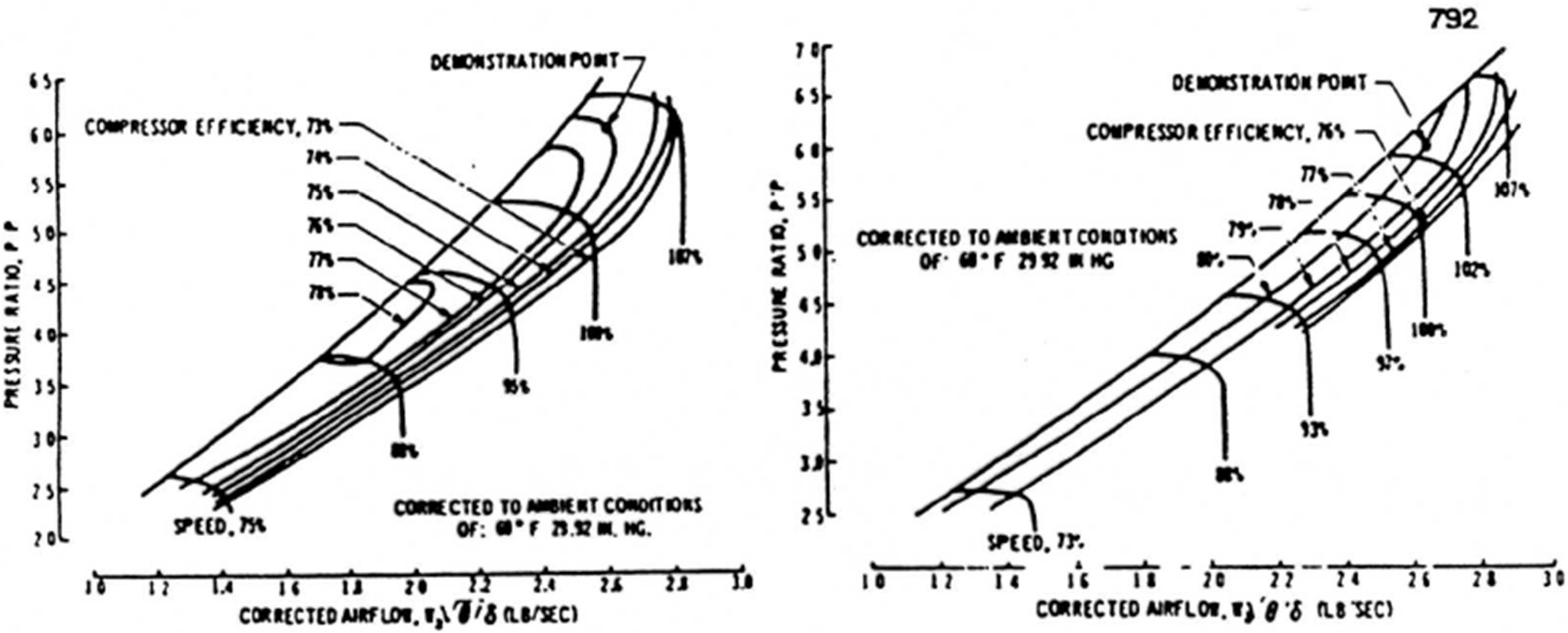


Figure 5.50. Sample Compressor Maps
Showing $\partial pr/\partial m = 0$ at Surge

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

$$M_{01} = \frac{\omega D}{a_{01}} = \frac{\omega D}{\sqrt{kRT_{01}}}$$

$$p = \rho RT$$

$$a = \sqrt{k\bar{R}T}$$

$$\varphi = \frac{\dot{m}}{\rho_{01}\omega D^3} = \frac{\dot{m}}{\rho_{01}M_{01}a_{01}D^2} = \frac{\dot{m}RT_{01}}{p_{01}M_{01}\sqrt{kRT_{01}}\,D^2} = \frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}M_{01}\sqrt{k}\,D^2}$$

$$\psi = \frac{L_i}{\omega^2 D^2} = \frac{\Delta h_{0s}}{\omega^2 D^2} = \frac{\frac{k}{k-1}RT_{01}\left[\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]}{M_{01}^2 kRT_{01}} = \frac{\frac{1}{k-1}\left[\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]}{M_{01}^2}$$

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

Posso ipotizzare:

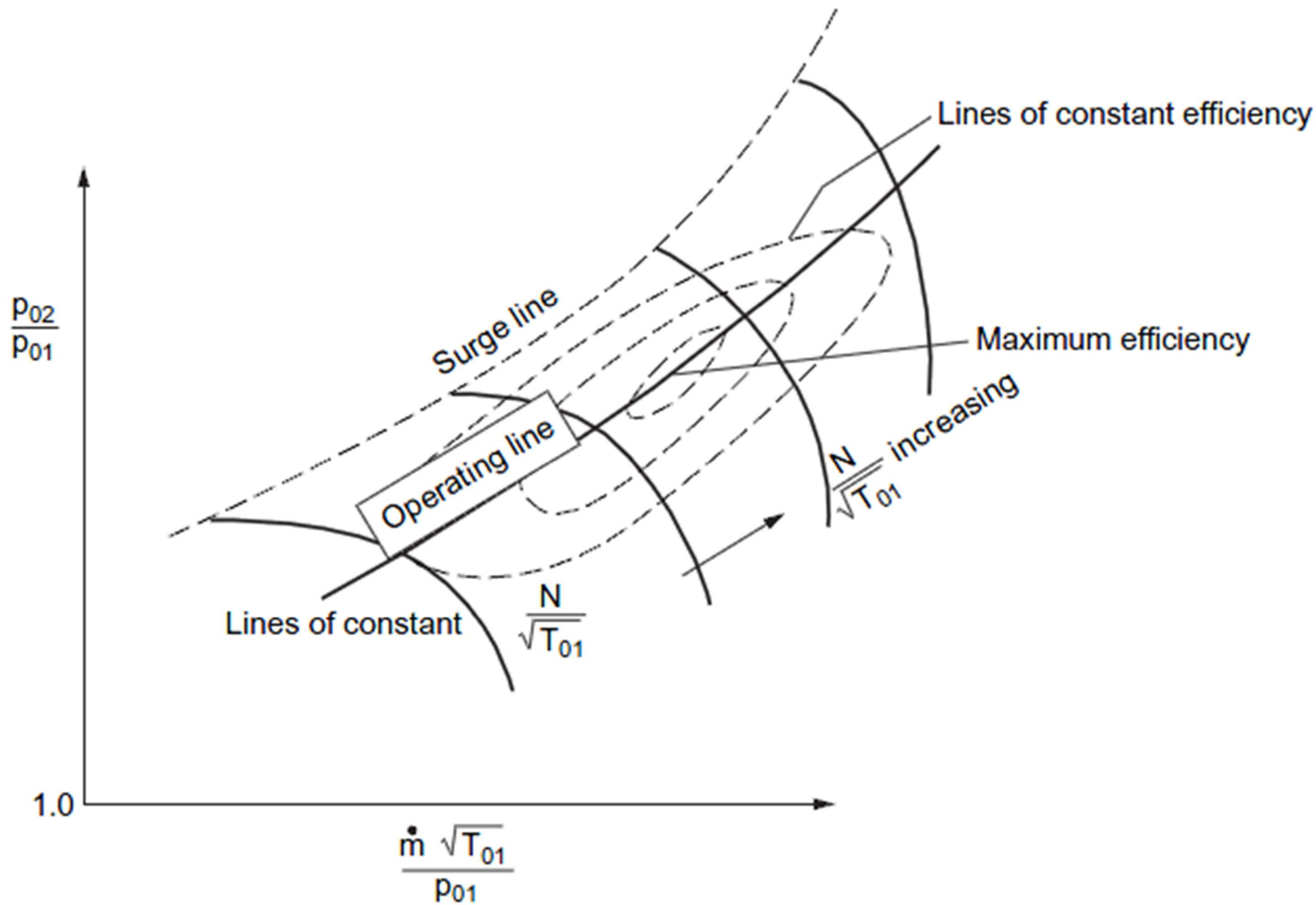
stesso fluido R,k cost.
Stessa macchina D cost.
condizioni in ingresso M01 cost.

$$M_{01} \rightarrow \frac{\omega D}{\sqrt{RT_{01}}} \qquad M_{01} \rightarrow \frac{\omega}{\sqrt{T_{01}}}$$

$$\varphi \rightarrow \frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{\rho_{01} D^2} \qquad \varphi \rightarrow \frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{\rho_{01}}$$

$$\psi \rightarrow \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right) \qquad \psi \rightarrow \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)$$

SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE



SIMILITUDINE DELLE TURBOMACCHINE

Abbiamo un fenomeno noto come *ingolfamento del compressore*. Intendiamo il raggiungimento di quella condizione di funzionamento in cui non è più possibile variare la portata variando il rapporto delle pressioni attorno alla macchina. Questo perchè in qualche punto si raggiungono le condizioni di flusso sonico e quindi, ricordando lo studio dell'ugello convergente-divergente, abbiamo un blocco sonico delle portata.

richiami e complementi di macchine

Rotore adiabatico

$$L'_{1\,2} = h_{t1} - h_{t2}$$

$$h_t = h + \frac{c^2}{2} + gz$$

$$L'_{1\,2} = \begin{cases} u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \\ \dfrac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \dfrac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \dfrac{w_1^2 - w_2^2}{2} \end{cases}$$

richiami e complementi di macchine

Quota parte cinetica $$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$$

Quota parte statica $$\frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

richiami e complementi di macchine

$$u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} + g z_1 - h_2 - \frac{c_2^2}{2} - g z_2$$

$$h + \frac{c^2}{2} + g z - u c_u = \mathrm{cost} = I$$ Rotalpia

Rotalpia o Entalpia totale del moto relativo

richiami e complementi di macchine

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 - h_2 - \frac{c_2^2}{2} - gz_2$$

$$h + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} + gz = \mathrm{cost} = I$$

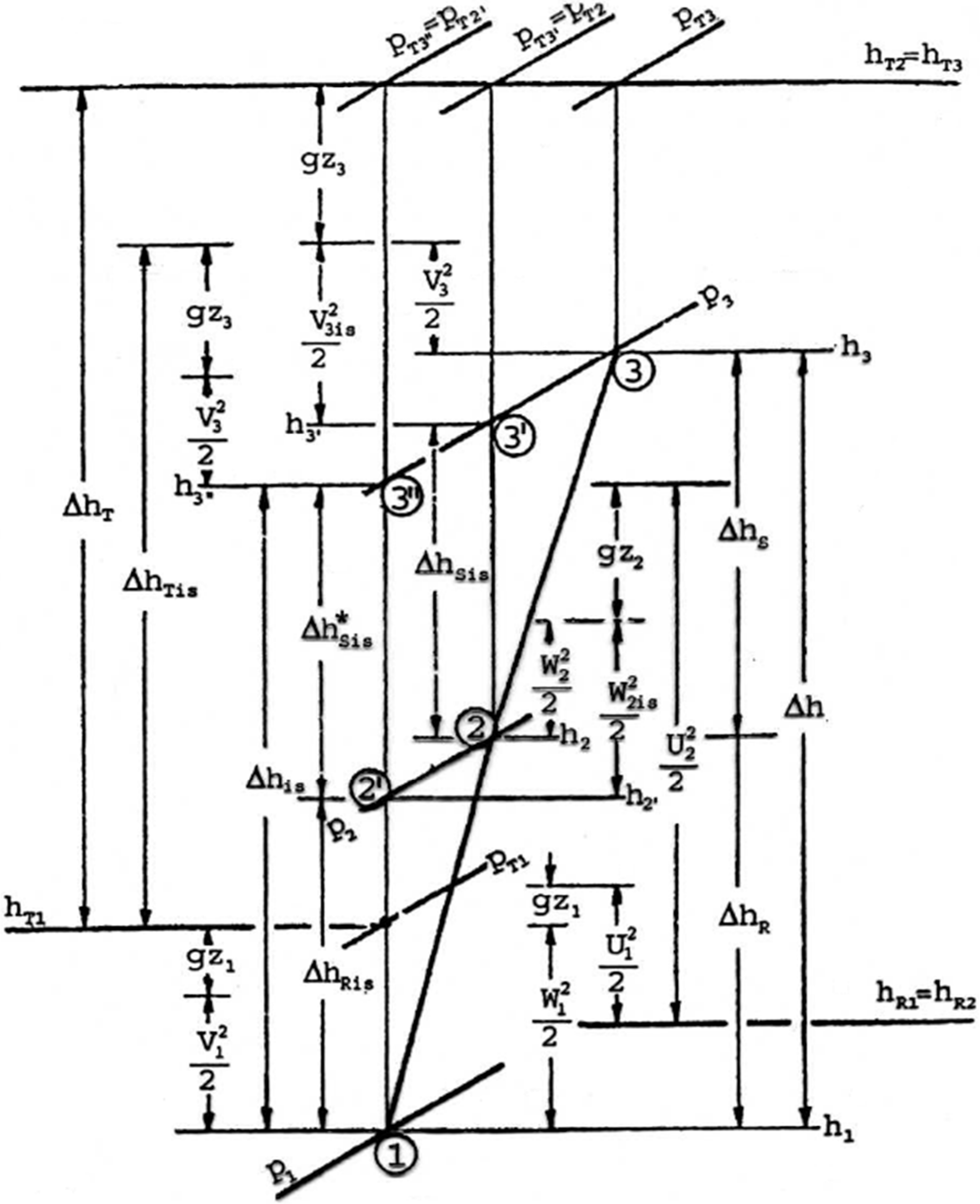
richiami e complementi di macchine

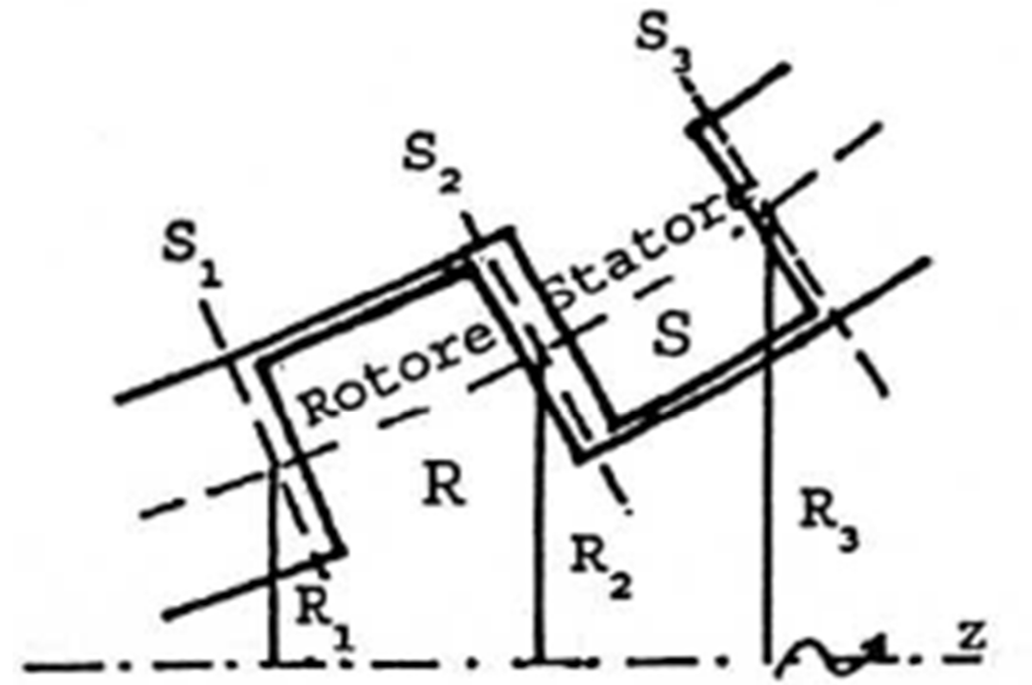
In un rotore adiabatico la conservazione dell'energia implica:

$$I = \mathrm{cost}$$

In uno statore adiabatico la conservazione dell'energia implica:

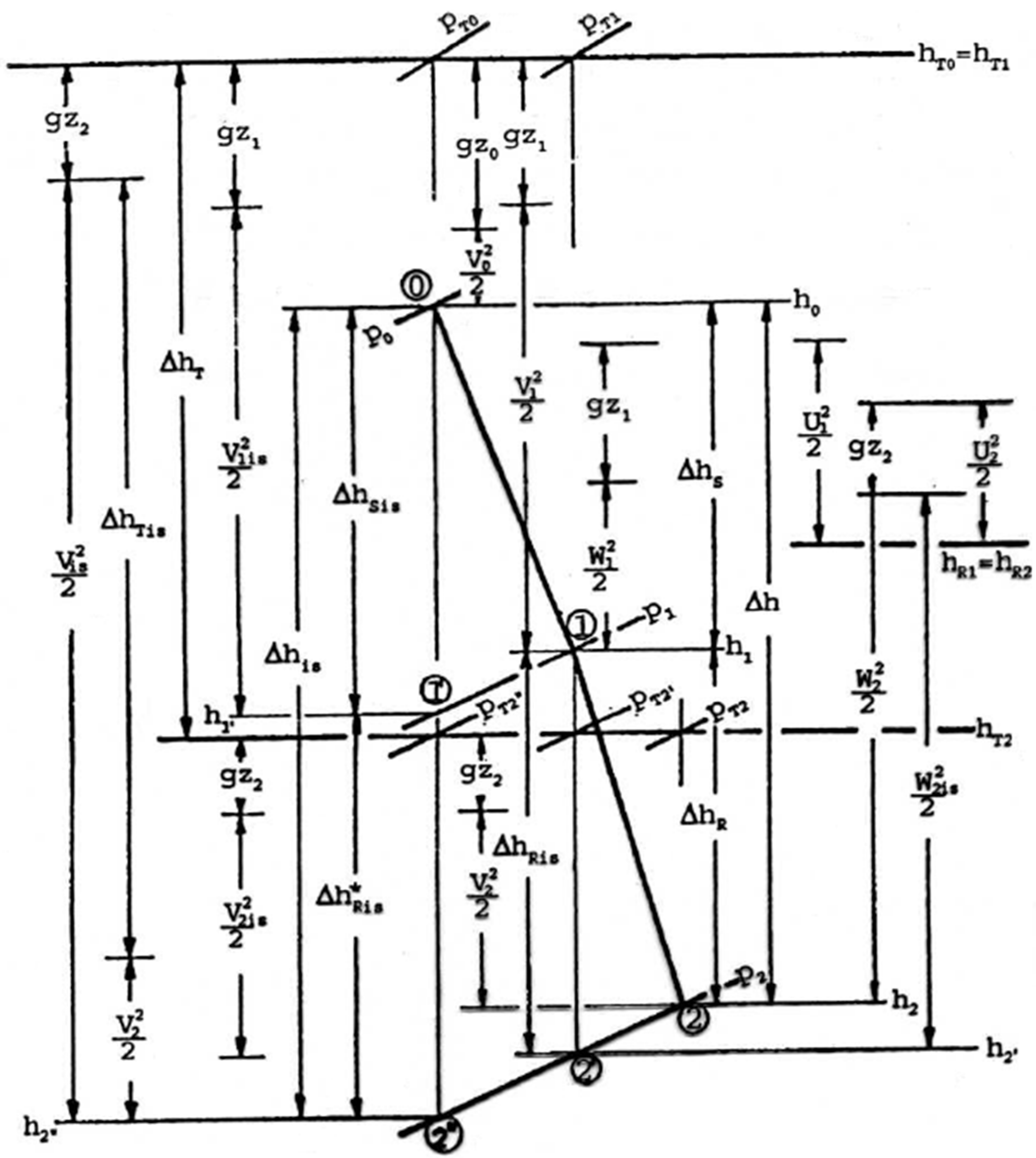
$$h_t = \mathrm{cost}$$

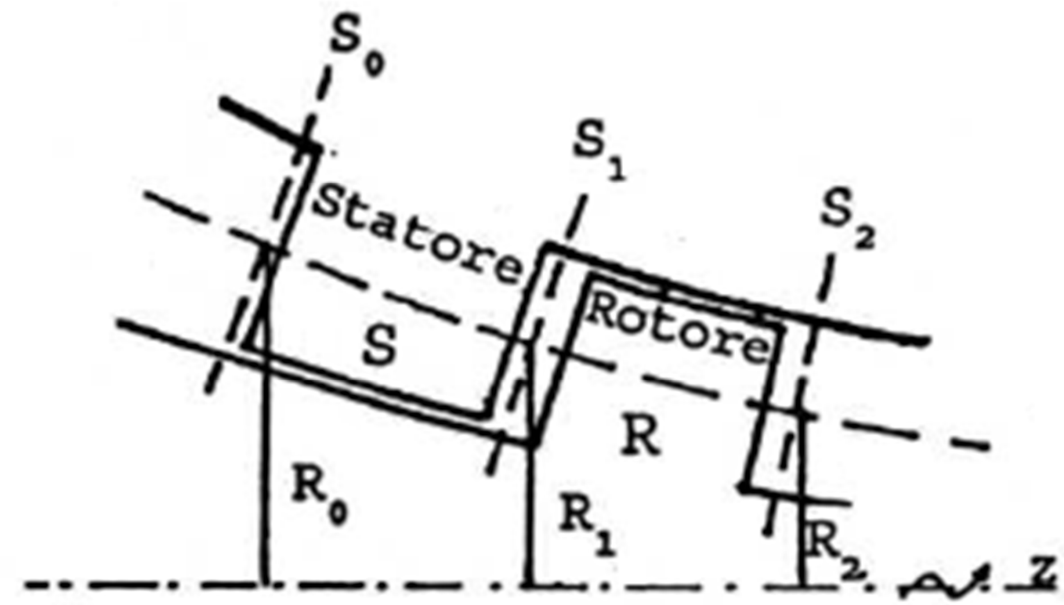




b) operatrice

Figura 4.11: *Trasformazioni nel piano h-s per uno stado di macchina*





a) motrice

Figura 4.10: *Trasformazioni nel piano h-s per uno stadio di turbina*

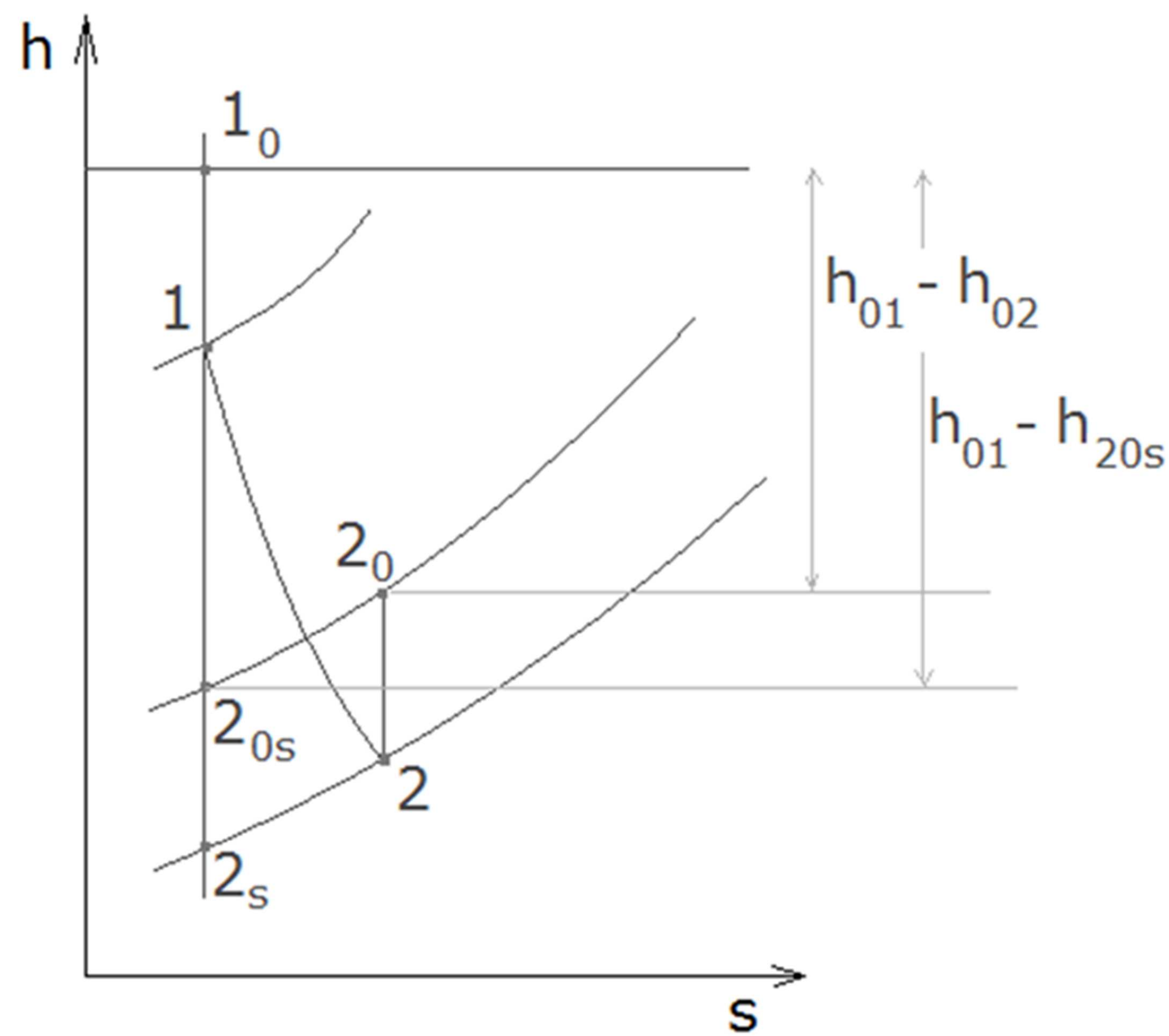
richiami e complementi di macchine

<u>Turbine termiche</u>

Facciamo riferimento al diagramma h-s

$$\eta_{is,tt} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{20s}}$$

$$\eta_{is,ts} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{2s}}$$



richiami e complementi di macchine

Turbine idrauliche

Nel caso delle turbine idrauliche non definiamo più il rendimento isoentropico ma il *rendimento idraulico*

$$\eta_{id} = \frac{gH_{id}}{gH_t}$$

H_{id} è il salto idraulico effetivo che viene elaborato; H_t è il salto idraulico teorico.

richiami e complementi di macchine

Compressori

$$\eta_{is,tt} = \frac{h_{20s} - h_{10}}{h_{20} - h_{10}}$$