Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 28.01.19

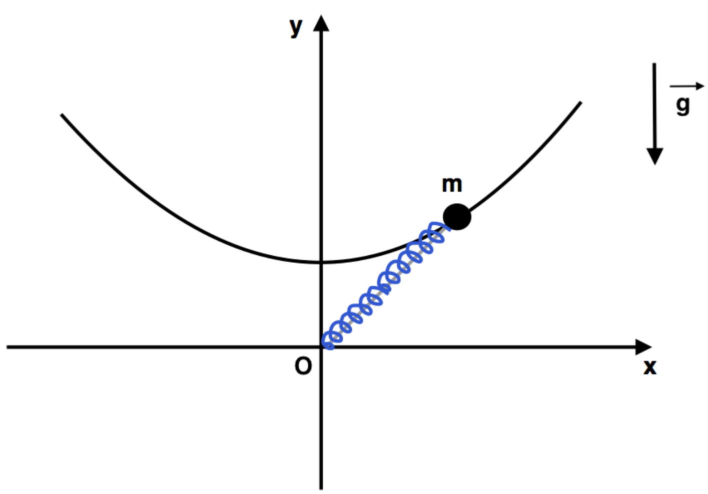
Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2017/2018

Esercizio 1

Dato un corpo che si muove su un piano in un campo di forze centrali:

1. Scrivere la Langrangiana corrispondente [1pt].
2. Dare la definizione di coordinata ciclica [1pt].
3. Individuare la coordinata ciclica nella Lagrangiana del punto 1 (con un'opportuna scelta di coordinate) e il corrispondente integrale del moto [2pt].
4. Ricavare il potenziale efficace $V_{\text{eff}}(r)$ utilizzando l'esistenza della coordinata ciclica [3pt].
5. Ci si specializzi al caso Kepleriano. Si disegni il diagramma di fase del sistema unidimensionale efficace, giustificandolo (si ricordi di distinguere i quattro tipi di traiettorie nel piano di fase) [3pt].
6. *Facoltativo: Descrivere in maniera qualitativa le orbite $\vec{x}(t)$ sul piano per $E > 0$, $E = 0$ e $E < 0$, utilizzando il diagramma di fase ricavato al punto 5 [2pt].*

Esercizio 2



Una massa puntiforme m è vincolata a scorrere lungo il ramo d'iperbole superiore, come in figura, di equazione $y^2 - x^2 = a^2$ nel piano xy verticale. Una molla, di costante elastica k e di lunghezza a riposo nulla, lega il corpo di massa m al punto di coordinate $(0, 0)$. Sul sistema agisce la forza di gravità.

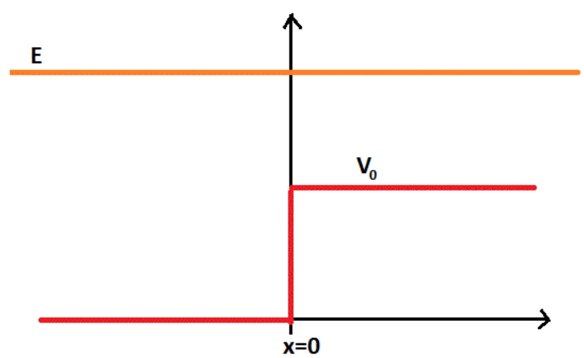
1. Dimostrare che la seguente parametrizzazione, in termini della coordinata libera q, descrive il sistema vincolato in esame [1pt]:

$$x = a \sinh q \qquad\qquad y = a \cosh q$$

2. Scrivere la Lagrangiana L del sistema, usando come coordinata libera q [2pt].
3. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema [2pt].
4. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema e discuterne la stabilità [2pt].
5. Calcolare la Lagrangiana linearizzata attorno al punto di equilibrio stabile, la relativa equazione di Lagrange e la soluzione generale di tale equazione [3pt].
6. *Facoltativo: Discutere la stabilità dei punti di equilibrio nel caso in cui il corpo sia vincolato al ramo inferiore dell'iperbole, cioè $x = a \sinh q$ e $y = -a \cosh q$ [2pt].*

Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in un gradino di potenziale di altezza finita V_0, come in figura, con $E > V_0$



1. Scrivere l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo per un generico problema unidimensionale [1pt].
2. Si risolva l'equazione di Schrödinger scritta nel punto 1 nelle due regioni a potenziale costante [3pt].
3. Si determini la soluzione totale, imponendo le opportune condizioni di raccordo, e assumendo che la particella arrivi da sinistra (sempre per $E > V_0$) [4pt].
4. Calcolare il coefficiente di riflessione [2pt].