

## Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 28.01.19

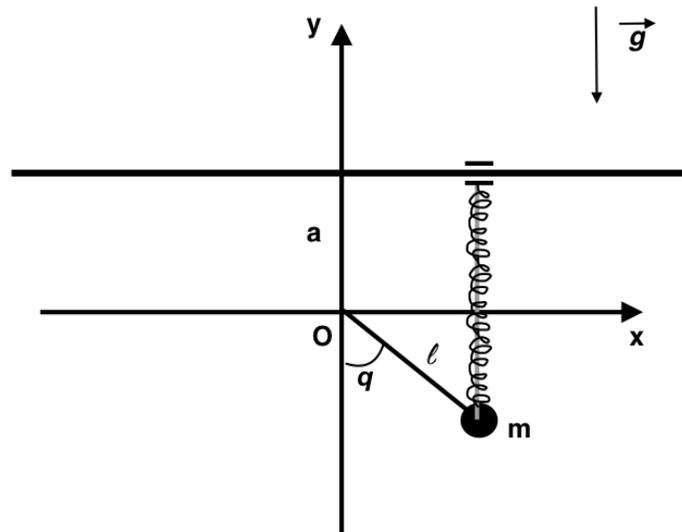
Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2017/2018

### Esercizio 1

Si consideri un sistema Lagrangiano a  $n$  gradi di libertà, con Lagrangiana  $L(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, t)$ .

1. Sotto quale condizione si possono scrivere le equazioni di Hamilton equivalenti? [1pt].
2. Scrivere le equazioni di Hamilton equivalenti alle equazioni di Lagrange del sistema considerato e l'Hamiltoniana corrispondente [2pt].
3. Si dimostri l'equivalenza tra i due sistemi di equazioni [4pt].
4. Cos'è una coordinata ciclica in un sistema Hamiltoniano? Perché la sua presenza implica una costante del moto? [1pt]
5. Si definisca cosa si intende per sistema integrabile [2pt].
6. *Facoltativo: si scriva l'equazione di Hamilton-Jacobi. Perché trovare un integrale completo di tale equazione è equivalente a trovare una traiettoria che risolva le equazioni del moto?* [2pt].

### Esercizio 2



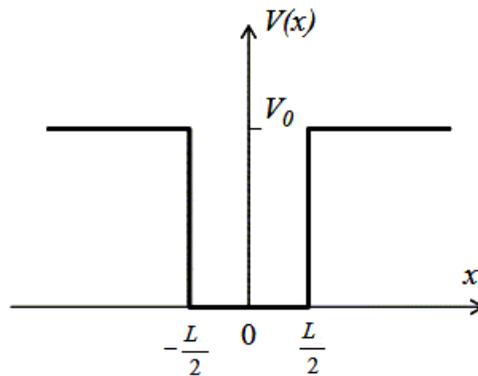
Un pendolo semplice di massa  $m$  e lunghezza  $\ell$  è soggetto alla forza di gravità e a una forza elastica data da una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo nulla, disposta

come in figura: un estremo della molla è legato a  $m$  e l'altro è libero di scorrere sulla retta  $y = a$ , con  $a > \ell$ .

1. Scrivere la Lagrangiana  $L$  del sistema, usando come coordinata libera l'angolo  $q$  [2pt].
2. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema [1pt].
3. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema e discuterne la stabilità [3pt].
4. Calcolare la Lagrangiana linearizzata attorno al punto di coordinate  $(x, y) = (0, -\ell)$  e la relativa equazione di Lagrange [3pt].
5. Qual è la frequenza delle piccole oscillazioni? [1pt]
6. *Facoltativo: pensando  $m$ ,  $\ell$  e  $a$  fissati, e  $k$  parametro libero, si tracci il grafico delle biforcazioni [2pt].*

### Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in una buca di potenziale di altezza finita  $V_0$  e larghezza  $L$ , come in figura.



1. Scrivere l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo per un generico problema unidimensionale [1pt].
2. Si risolva l'equazione di Schrödinger scritta nel punto 1 nelle tre regioni a potenziale costante [3pt] per  $E > V_0$ .
3. Si determini la soluzione totale, imponendo le opportune condizioni di raccordo, e assumendo che la particella arrivi da sinistra (sempre per  $E > V_0$ ) [4pt].
4. Calcolare il coefficiente di trasmissione [2pt].