Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 19.02.2020

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2018/2019

Esercizio 1

1. Dare la definizione di funzionale. [1,5pt]
2. Definire la variazione di un funzionale. [1,5pt]

Si consideri un sistema Lagrangiano a un grado di libertà, con coordinata libera q.

3. Scrivere il funzionale azione S. [1pt]
4. Calcolare la variazione δS del funzionale azione. [2pt]
5. Si enunci e si dimostri il "Principio di Hamilton". [4pt]
6. Si usi il principio di Hamilton per dimostrare che "Lagrangiane che differiscono per una derivata totale sono equivalenti". [2pt]
7. *Facoltativo: Si usi il principio di Hamilton per dimostrare la proprietà di invarianza delle equazioni di Lagrange per cambiamenti di coordinate. [1pt]*

Esercizio 2

Si consideri un punto materiale di massa m soggetto ad un potenziale centrale

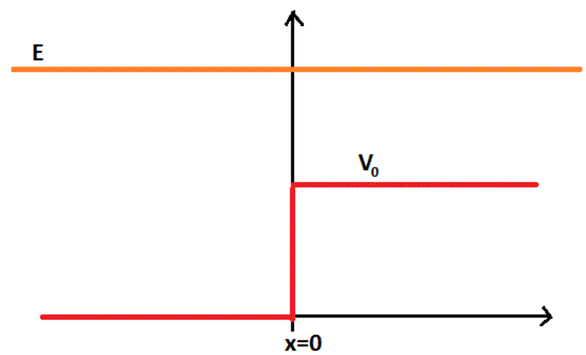
$$V = \frac{\alpha}{m\,R(x,y,z)} - \frac{4\beta}{3m\,R(x,y,z)^{3/2}},$$

dove $R(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ e $\alpha, \beta > 0$.

1. Si dimostri (giustificando ogni affermazione) che il moto avviene su un piano. [1pt]
2. Scelta l'asse z perpendicolare a tale piano, si scriva la Lagrangiana in coordinate polari piane. [1pt]
3. Si trovi la coordinata ciclica e la relativa costante del moto ℓ. Si scriva la lagangiana ridotta. [1pt]
4. Si trovino i punti di equilibrio del sistema ridotto e se ne discuta la stabilità. A quali orbite corrisponde nel piano? Si scriva la traiettoria nel piano. [3pt]
5. Si discuta in dettaglio il diagramma di fase del problema ridotto (nel caso in cui ci sono punti di equilibrio). [2pt]
6. Si trovi la frequenza delle piccole oscillazioni attorno al punto di equilibrio stabile quando $\beta = 5h^{1/2}\alpha$ e $\ell = 3h^{1/2}\alpha^{1/2}$ (h è una lunghezza). [2pt]
7. *Facoltativo: Si scriva la traiettoria nel piano, corrispondente alle piccole oscillazioni del problema ridotto. [1pt]*

Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in presenza di un gradino di potenziale di altezza V_0, come in figura. Si consideri il caso in cui l'energia è $E > V_0$.



1. Si risolva l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo nelle due regioni a potenziale costante [2pt].
2. Si determini la soluzione totale, imponendo le opportune condizioni di raccordo, e assumendo che la particella arrivi da sinistra [3pt].
3. Calcolare la densità di corrente di probabilità. Dare la definizione dei coefficienti di trasmissione e riflessione e calcolarli per il caso in esame [3pt].
4. *Facoltativo: Si scriva la soluzione generale dell'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo per il potenziale in figura [1pt].*