

Copertina

Corso di Fisica dell'Atmosfera

Dinamica dell'Atmosfera esempi

Giaiotti Dario

Sommario della lezione

- Le scale spaziali e temporali tipiche dei moti atmosferici
- Equazione di conservazione della quantità di moto (equazione del momento)
- Equazione di conservazione della massa (equazione di continuità)
- Il sistema di coordinate rotanti solidali il volume d'aria che si muove sulla Terra
- Il sistema di coordinate naturali
- Modelli semplici nel sistema di coordinate naturali
- Onde di Rossby
- Bibliografia di riferimento e per approfondimenti.



Equazione di conservazione del quantità di moto (equazione del momento)

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu \Delta \mathbf{v}$$

Accelerazione
volume d'aria
elementare

Accelerazione
di Coriolis

Accelerazione
dovuta al
gradiente di
pressione

Accelerazione
di gravità e
centrifuga

Accelerazione
di dissipazione

Equazione di conservazione della massa (equazione di continuità)

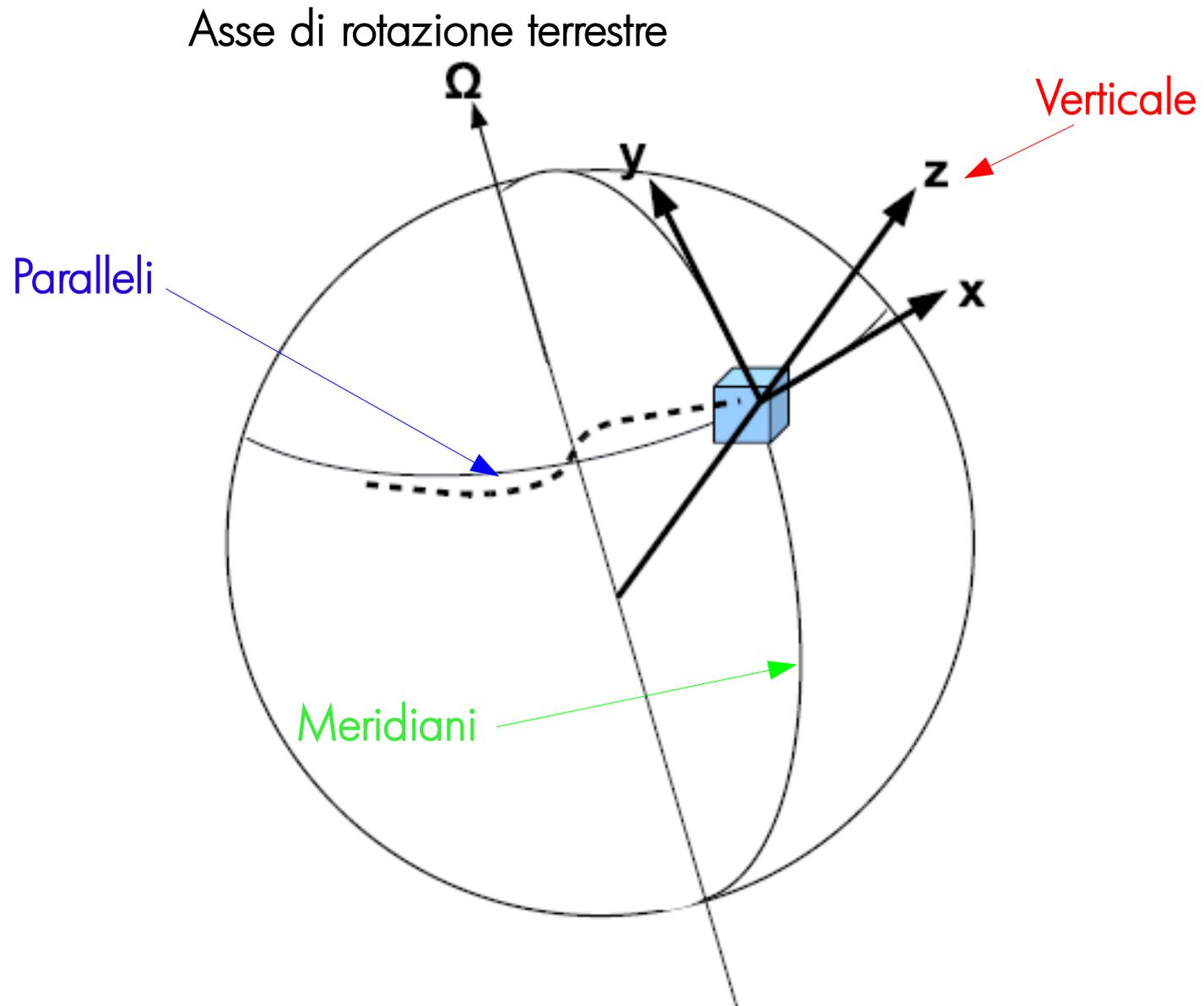
$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

Variazione di densità
del volume
elementare di aria

Flusso di massa
attraverso il volume
elementare di aria

[variazione del
volume]

Sistema di coordinate solidali con con il volume d'aria che si muove sulla Terra



L'equazione di conservazione del quantità di moto in coordinate solidali con la Terra

Termini di curvatura

Coriolis

Gradiente
di pressione

Dissipazione

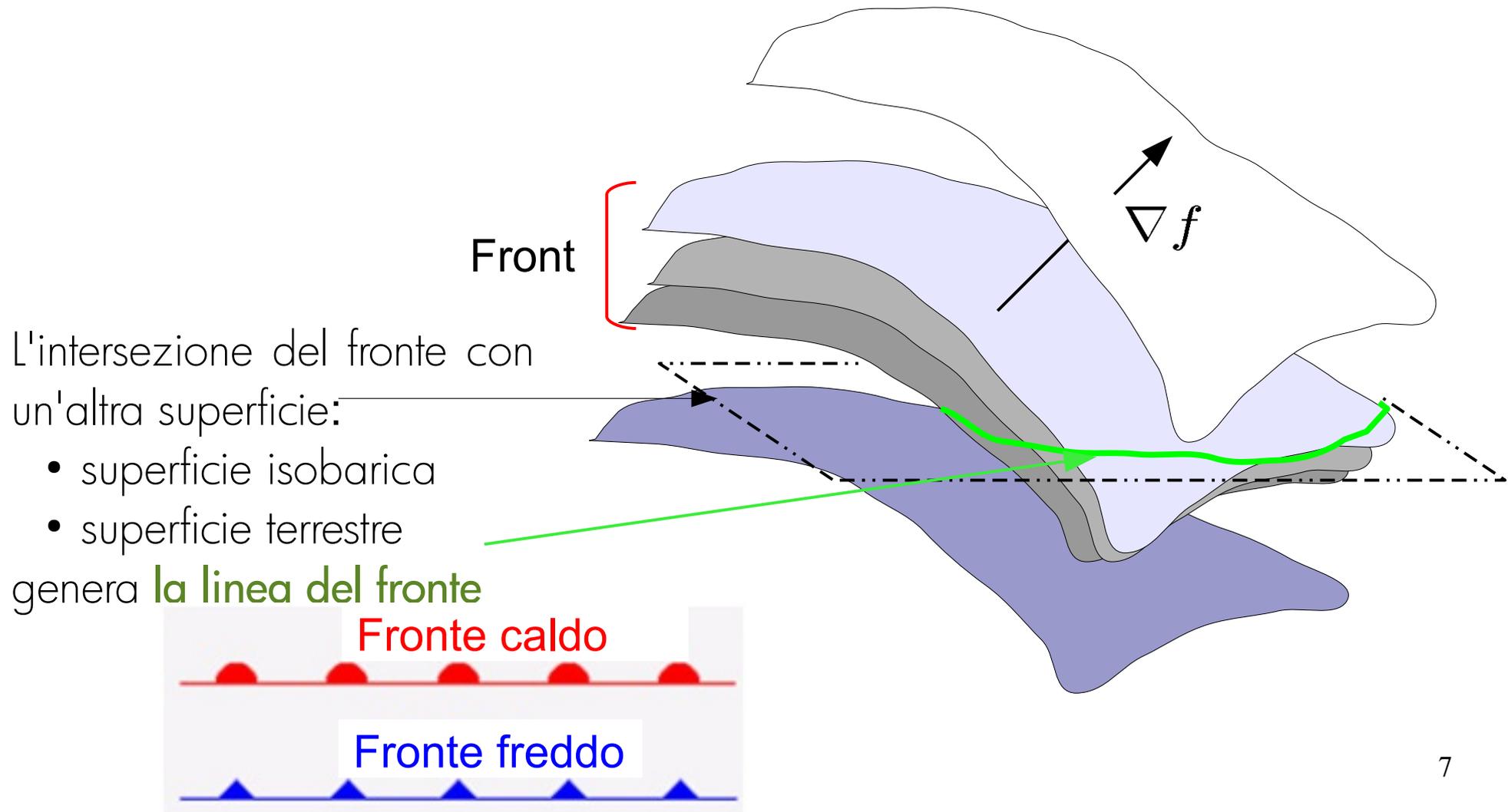
$$\frac{du}{dt} - \frac{uv \tan(\phi)}{R} + \frac{uw}{R} = 2\Omega v \sin(\phi) - 2\Omega w \cos(\phi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + (\nu \Delta \mathbf{v})_x$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{u^2 \tan(\phi)}{R} + \frac{vw}{R} = -2\Omega u \sin(\phi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + (\nu \Delta \mathbf{v})_y$$

$$\frac{dw}{dt} - \frac{u^2 + v^2}{R} = 2\Omega u \cos(\phi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + (\nu \Delta \mathbf{v})_z$$

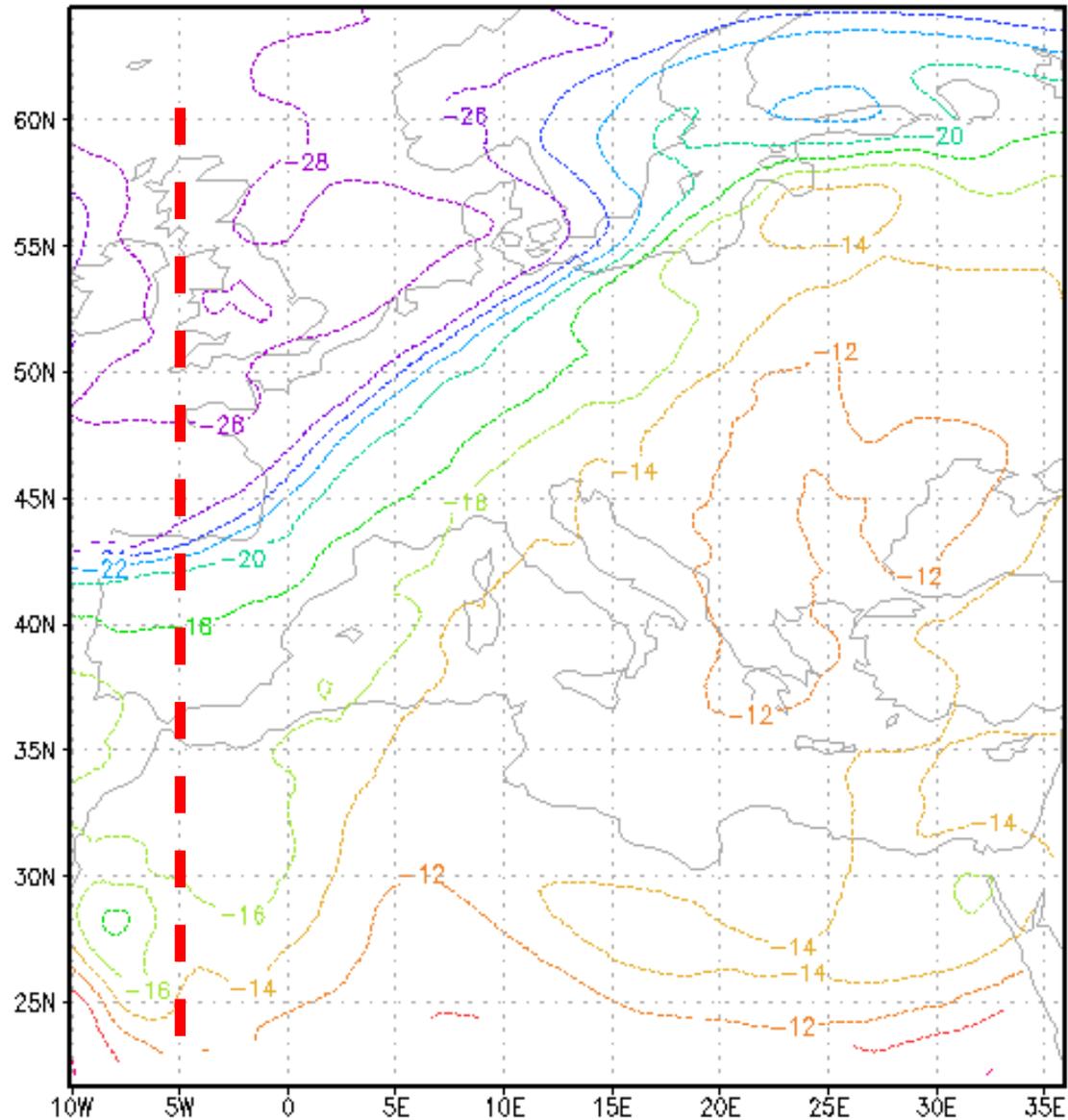
Eseguire l'analisi degli ordini di grandezza di ciascun contributo

Il fronte atmosferico dalla definizione 3D alla linea frontale

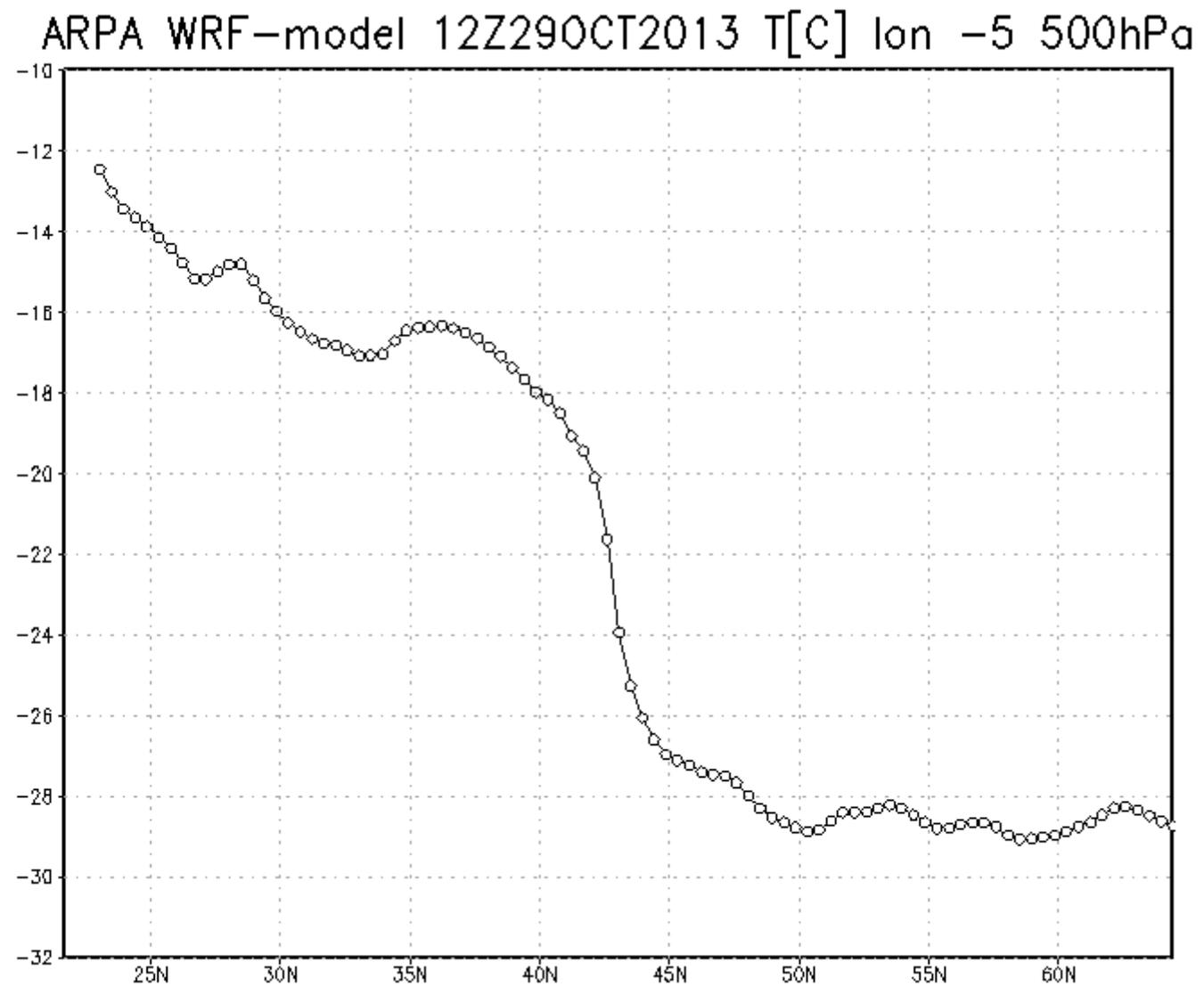


Le zone frontali: visione sulla superficie isobarica

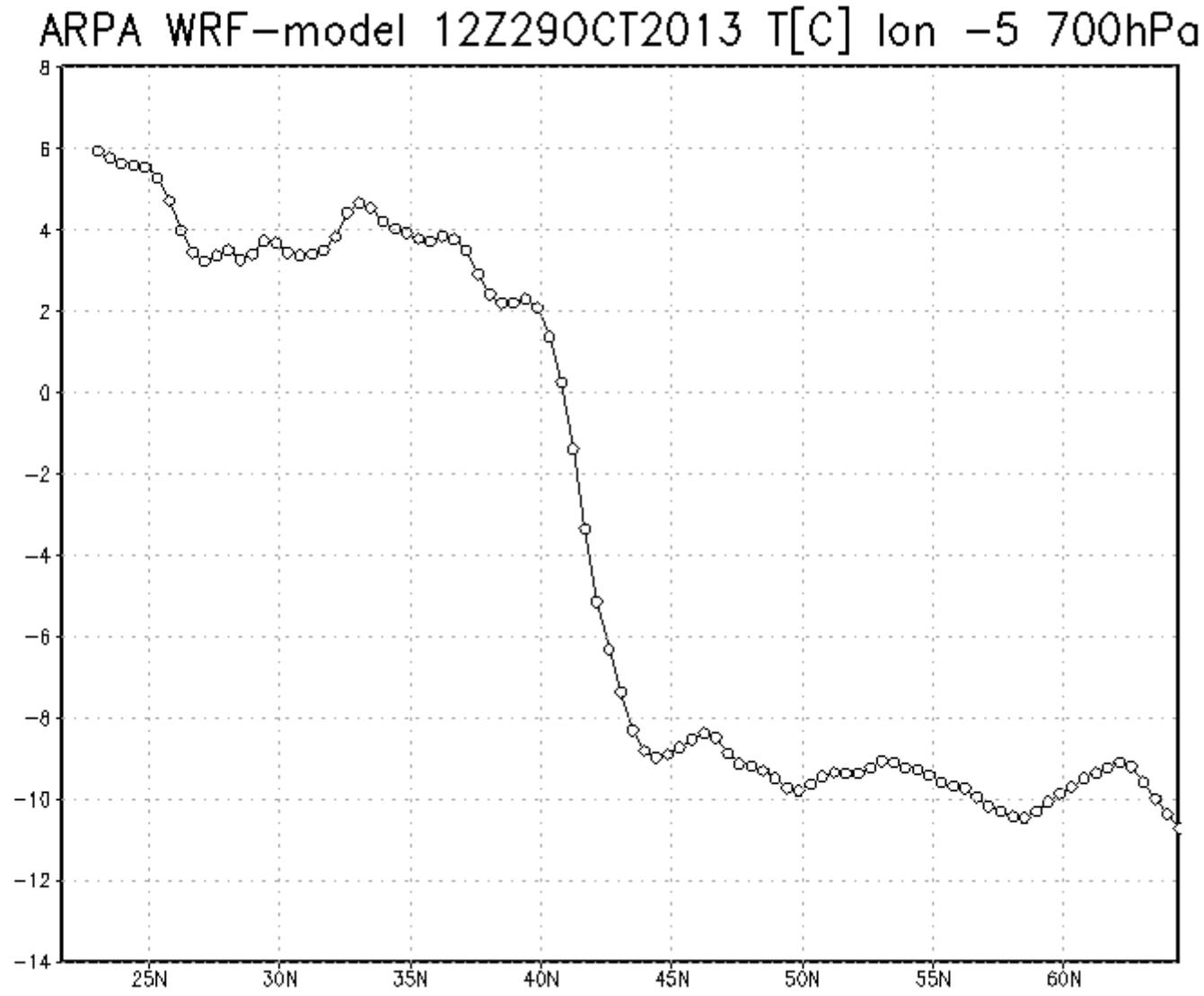
ARPA WRF-model 12Z29OCT2013 T[C] 500hPa



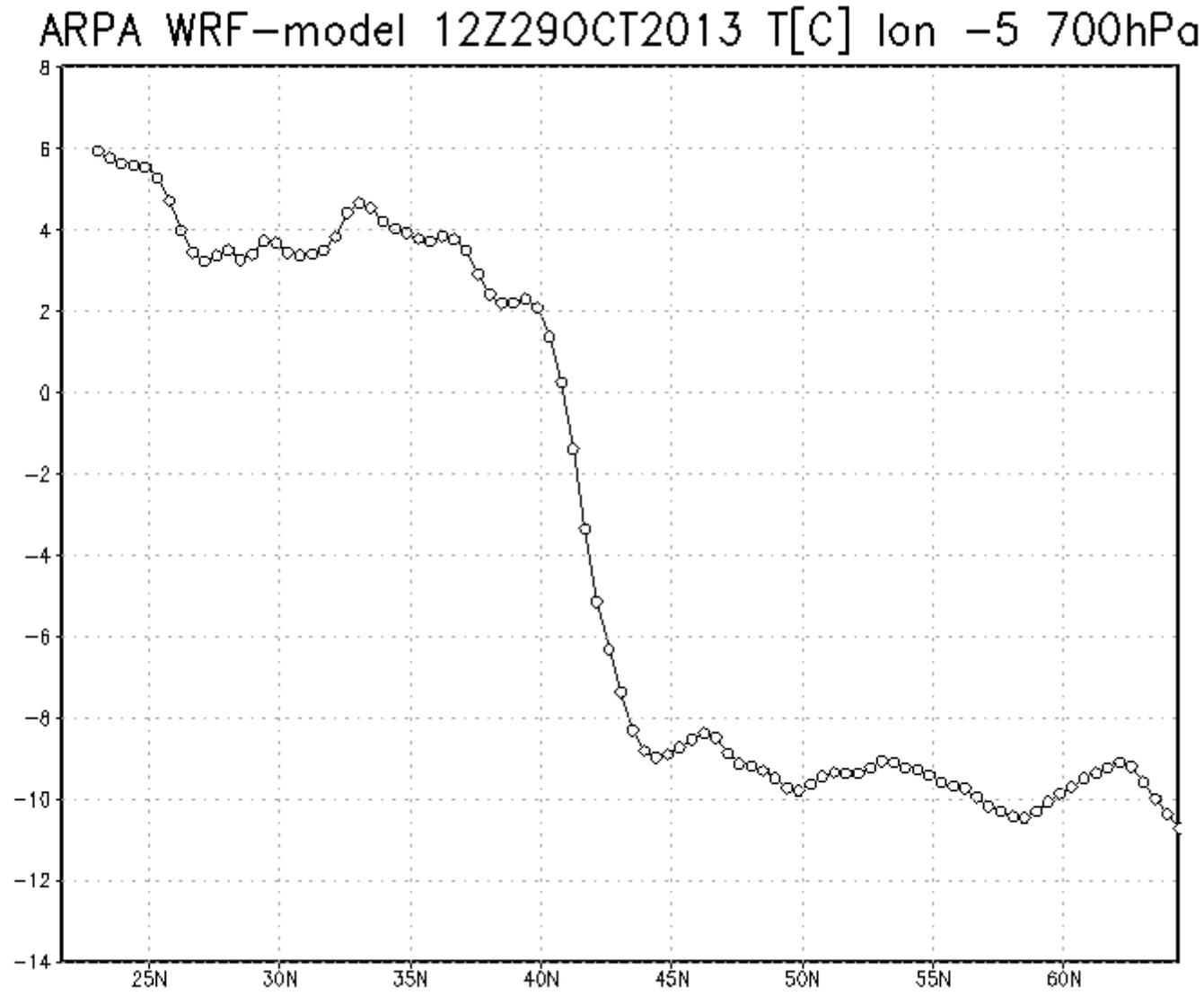
Le zone frontali: visione meridiana sulla superficie isobarica



Le zone frontali: visione meridiana sulla superficie isobarica

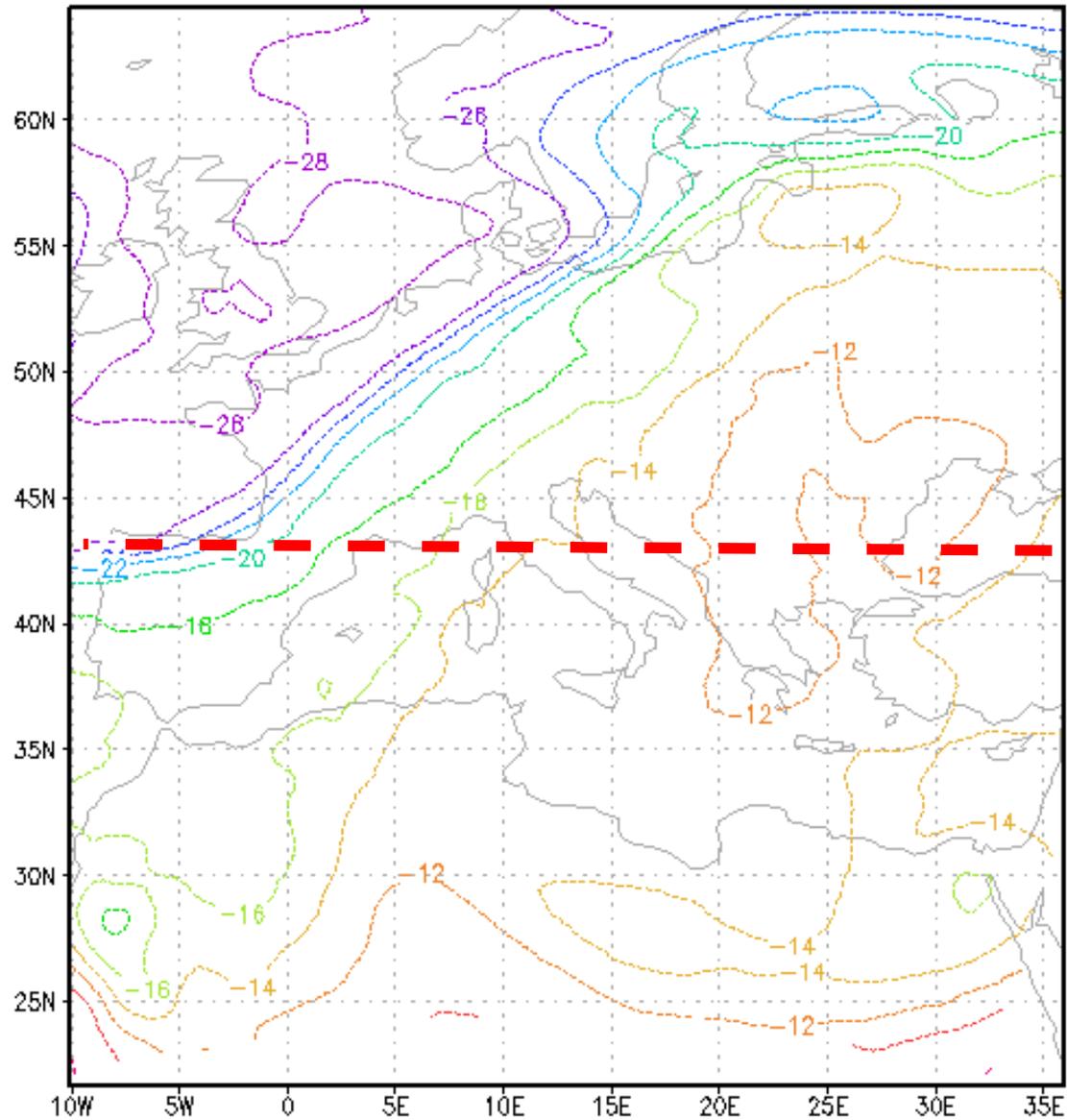


Le zone frontali: visione meridiana sulla superficie isobarica

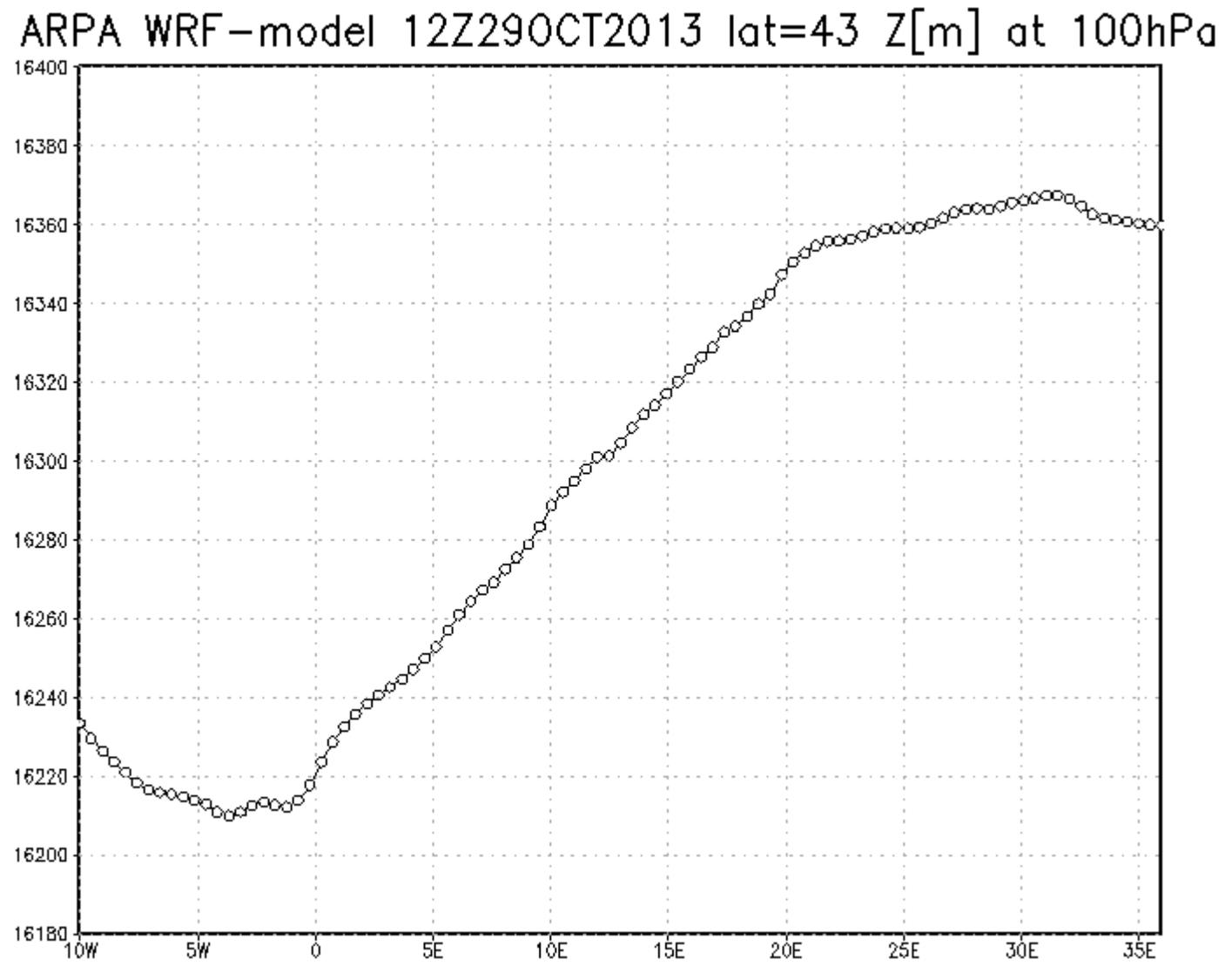


Le zone frontali: visione sulla superficie isobarica

ARPA WRF-model 12Z29OCT2013 T[C] 500hPa

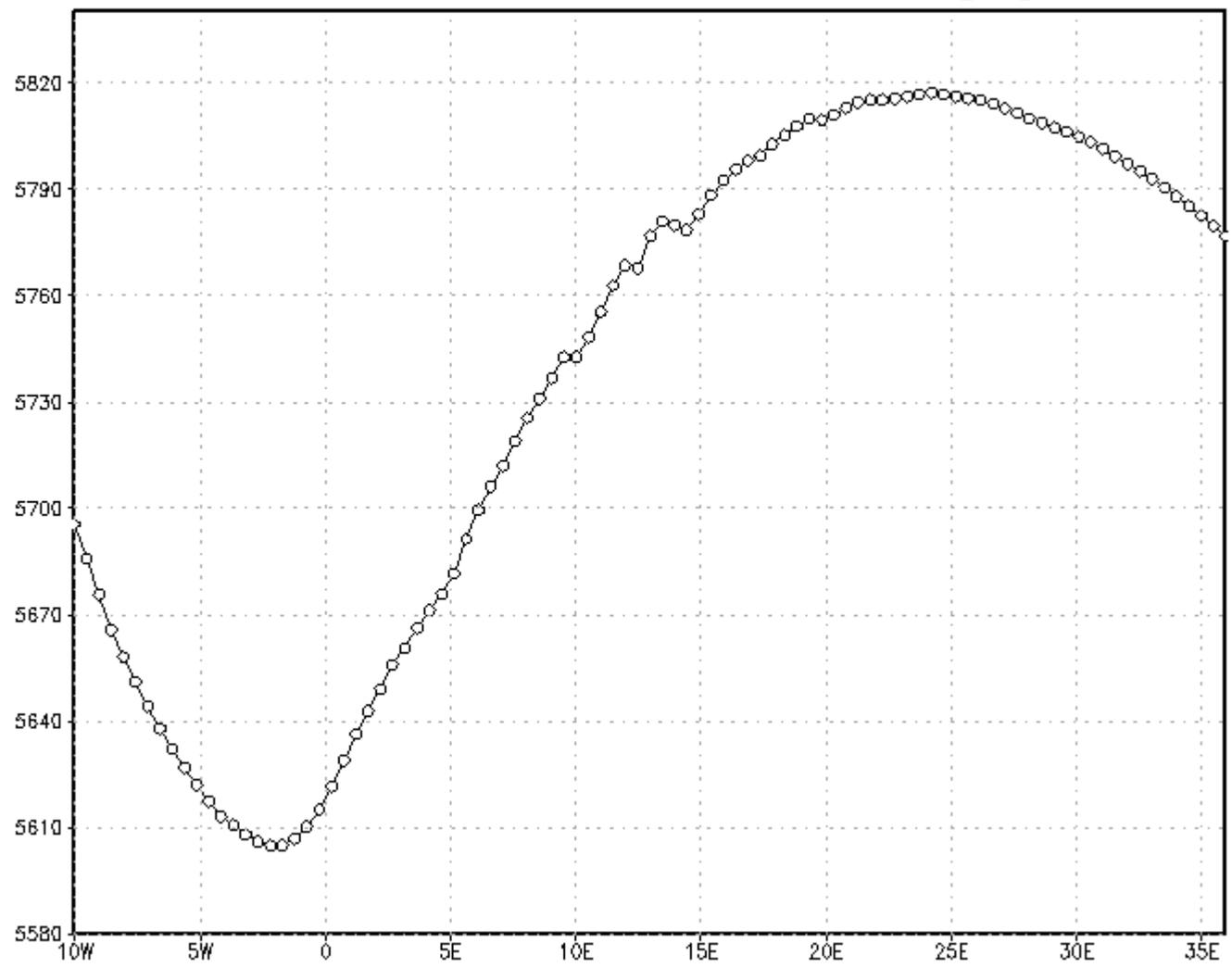


Le zone frontali: visione parallela sulla superficie isobarica



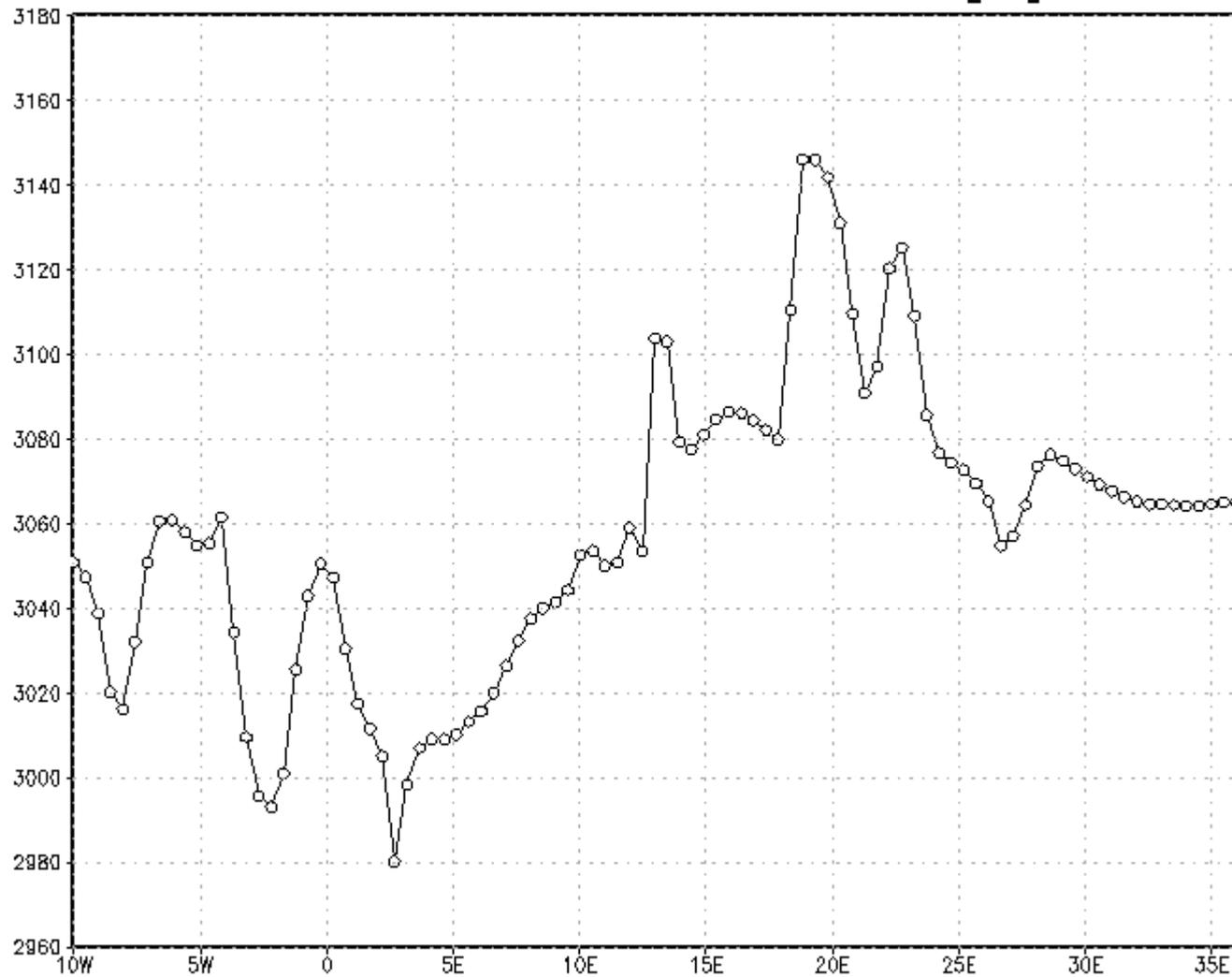
Le zone frontali: visione parallela sulla superficie isobarica

ARPA WRF-model 12Z29OCT2013 lat=43 Z[m] at 500hPa



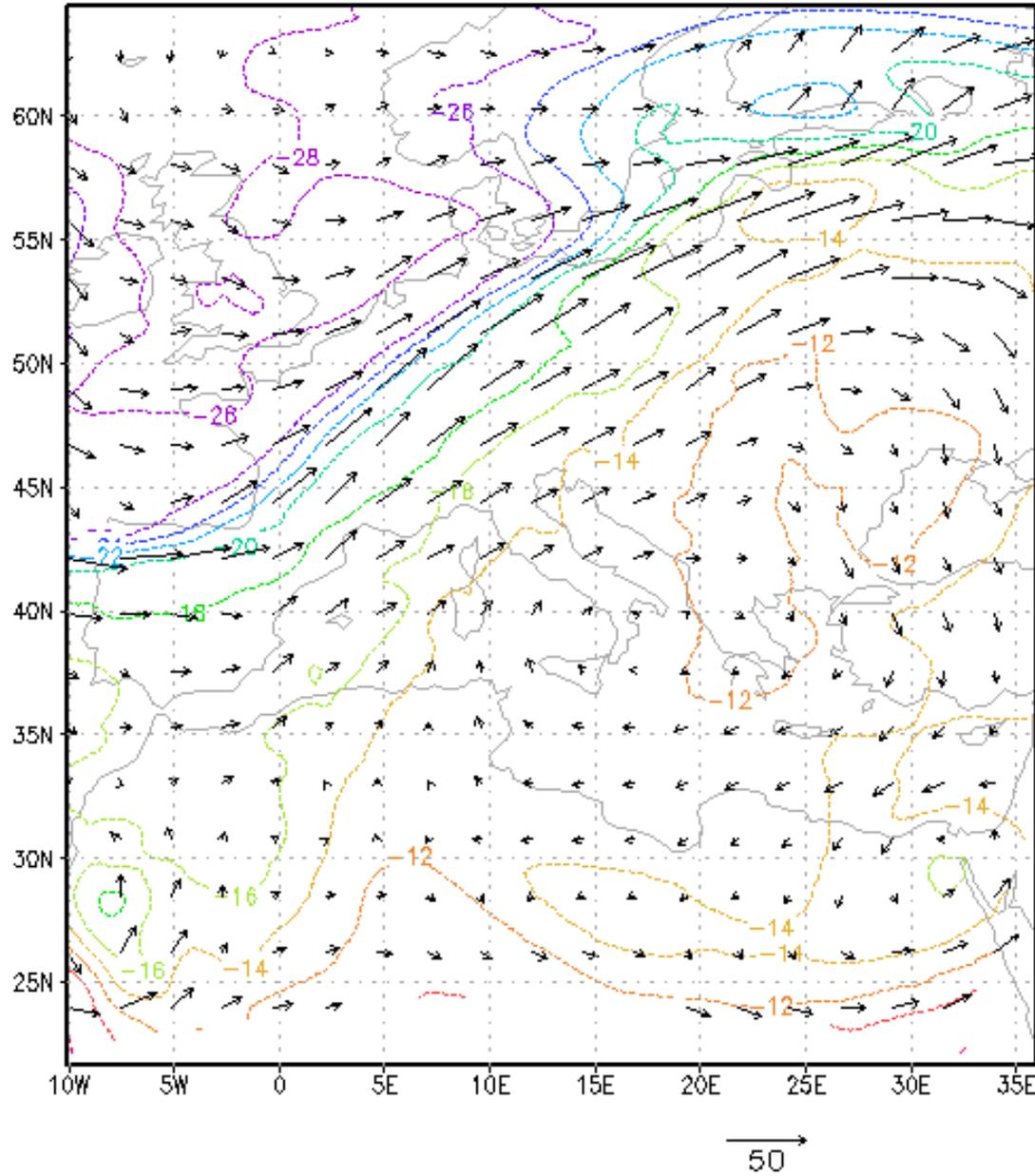
Le zone frontali: visione parallela sulla superficie isobarica

ARPA WRF-model 12Z29OCT2013 lat=43 Z[m] at 700hPa



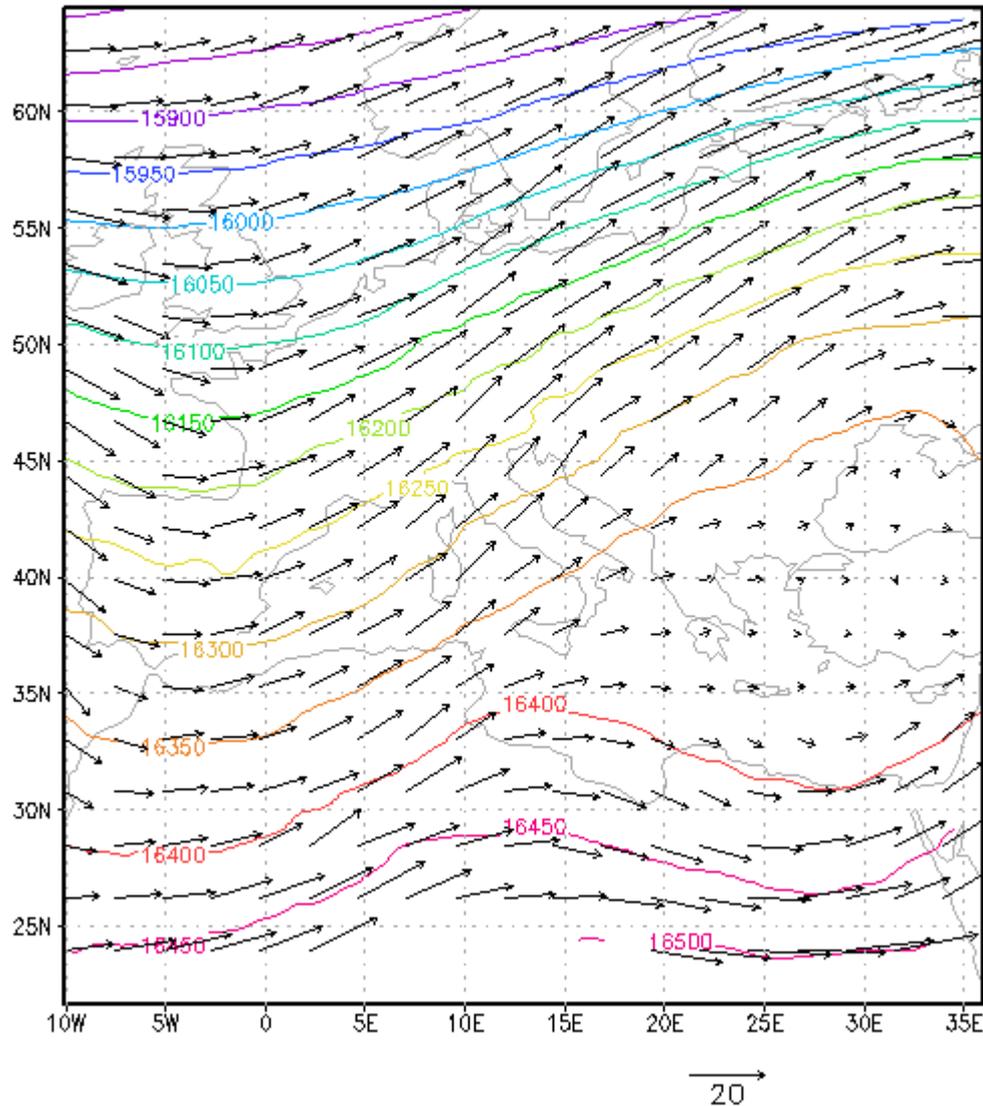
Vento geostrofico e avvezione termica

ARPA WRF-model 12Z29OCT2013 T[C] 500hPa



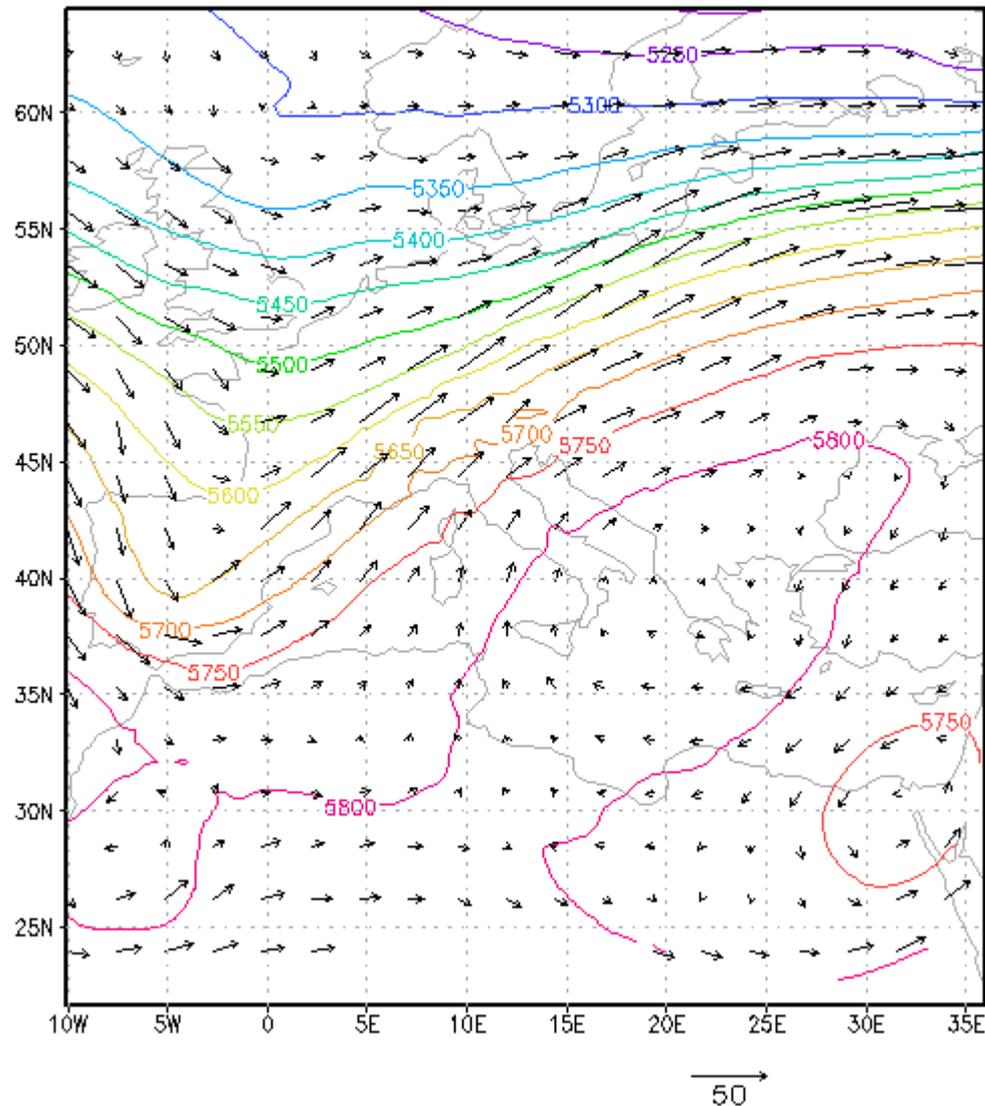
Vento geostrofico

ARPA FVG WRF-model on 12Z29OCT2013 - Z [m] at 100 hPa



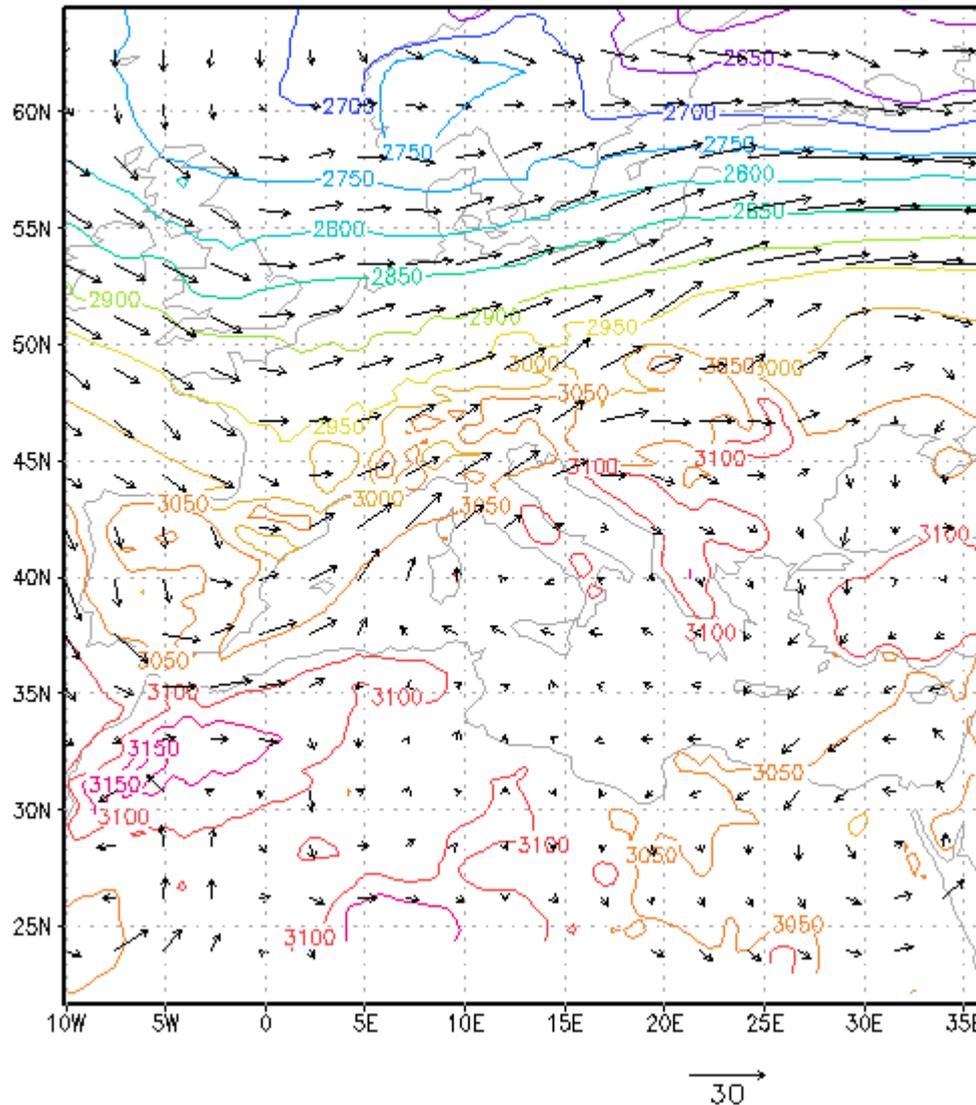
Vento geostrofico

ARPA FVG WRF-model on 12Z29OCT2013 - Z [m] at 500 hPa



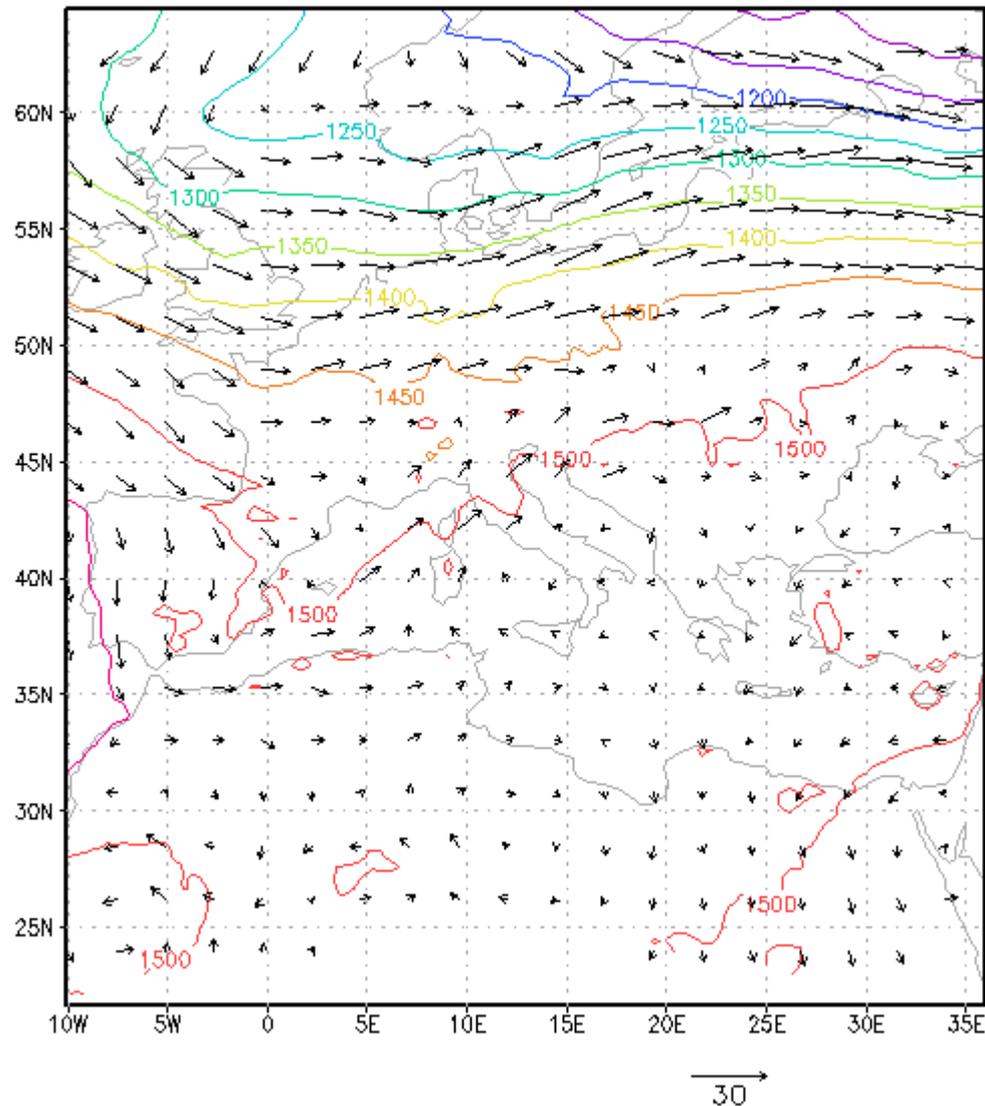
Vento geostrofico

ARPA FVG WRF-model on 12Z29OCT2013 - Z [m] at 700 hPa



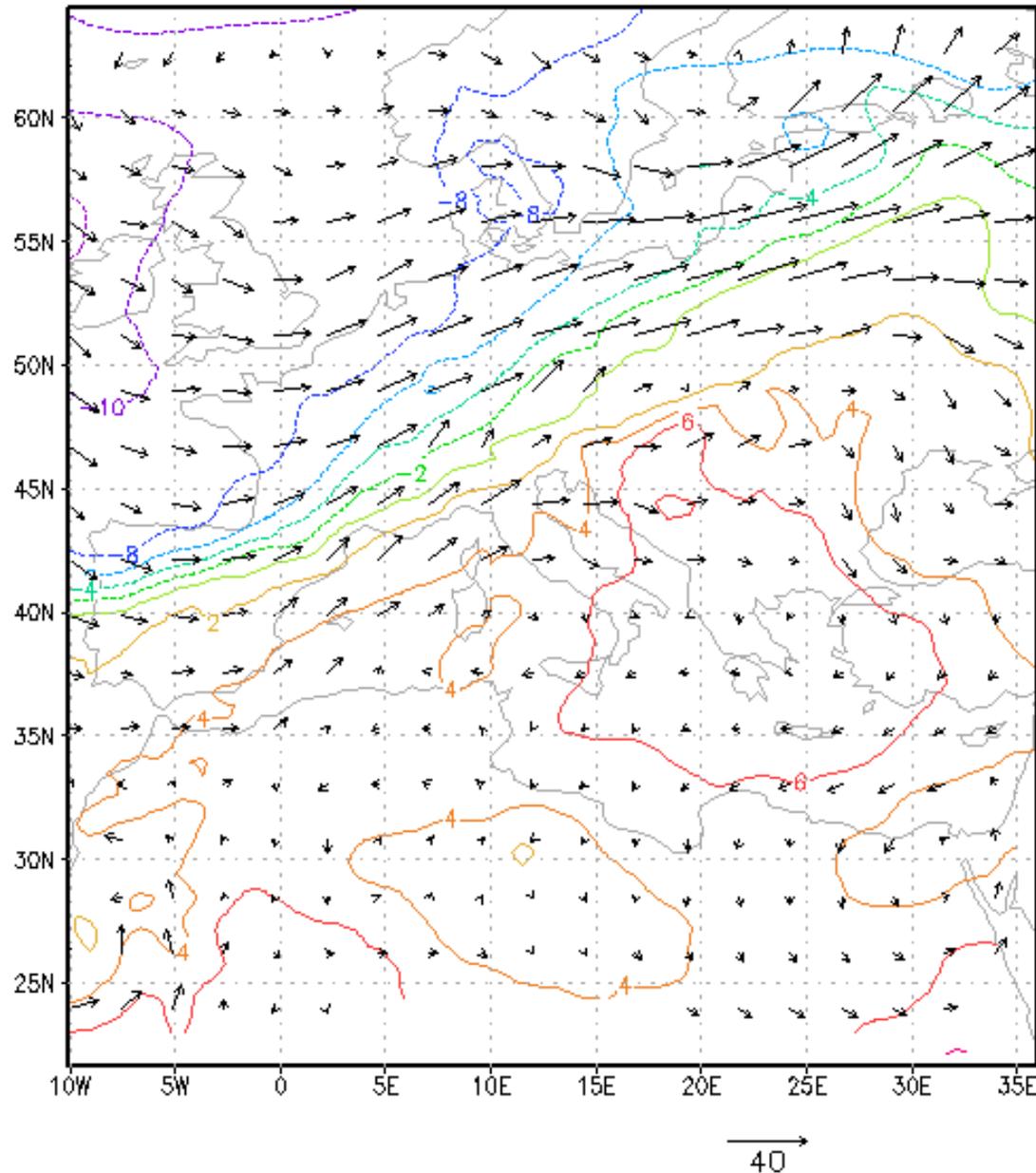
Vento geostrofico

ARPA FVG WRF-model on 12Z29OCT2013 - Z [m] at 850 hPa



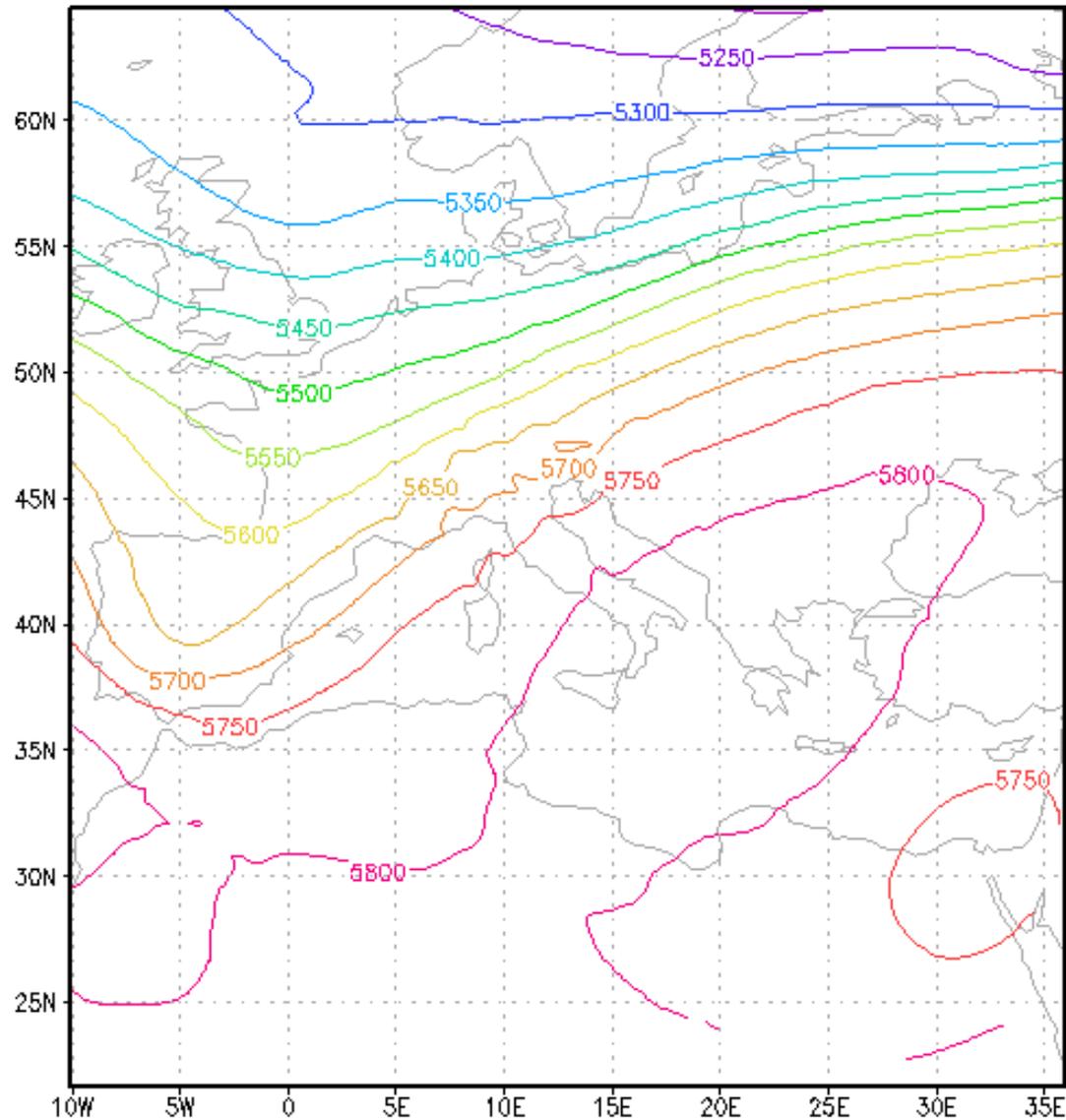
Vento geostrofico e avvezione termica

ARPA WRF-model 12Z29OCT2013 T[C] 700hPa



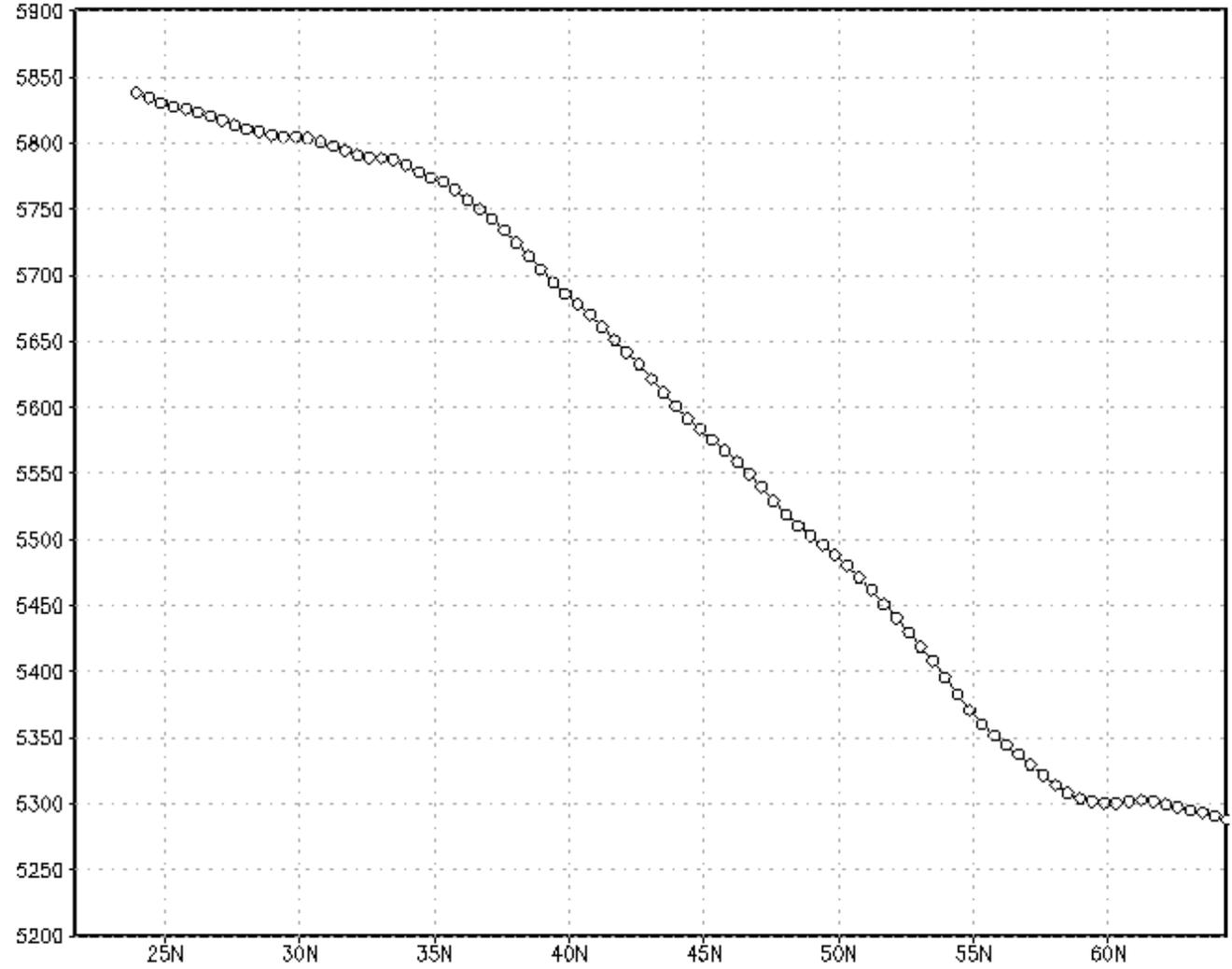
Altezza geopotenziale, visione su superficie isobarica

ARPA FVG WRF-model on 12Z29OCT2013 - Z [m] at 500 hPa



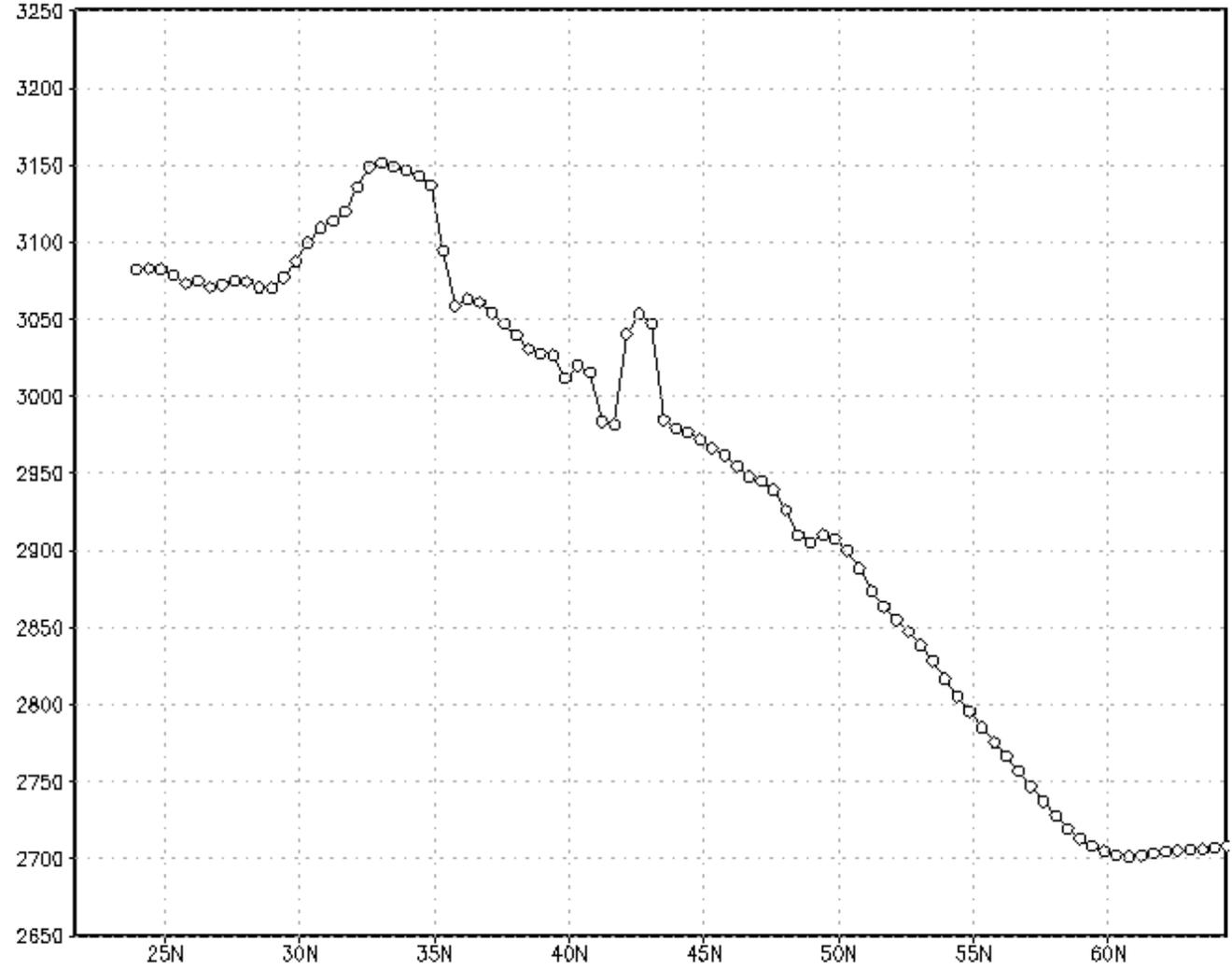
Altezza geopotenziale, visione meridiana su superficie isobarica

ARPA WRF-model 12Z29OCT2013 lon=0 Z[m] at 500 hPa



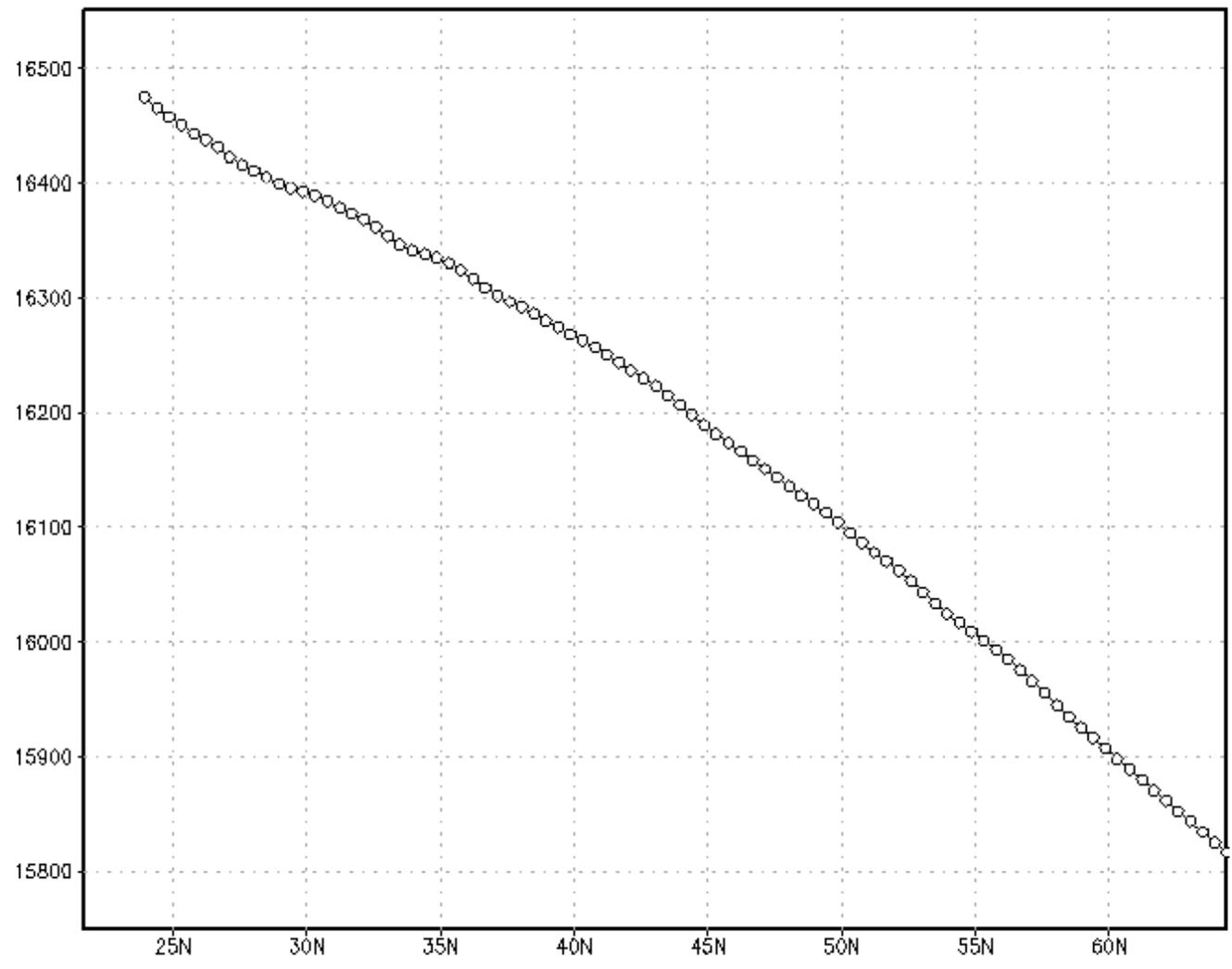
Altezza geopotenziale, visione meridiana su superficie isobarica

ARPA WRF-model 12Z29OCT2013 lon=0 Z[m] at 700 hPa



Altezza geopotenziale, visione meridiana su superficie isobarica

ARPA WRF-model 12Z29OCT2013 lon=0 Z[m] at 100 hPa



Temperatura, temperatura potenziale e gradiente adiabatico dell'aria secca

$$\theta = T \left(\frac{P_0}{P} \right)^{R/c_p}$$

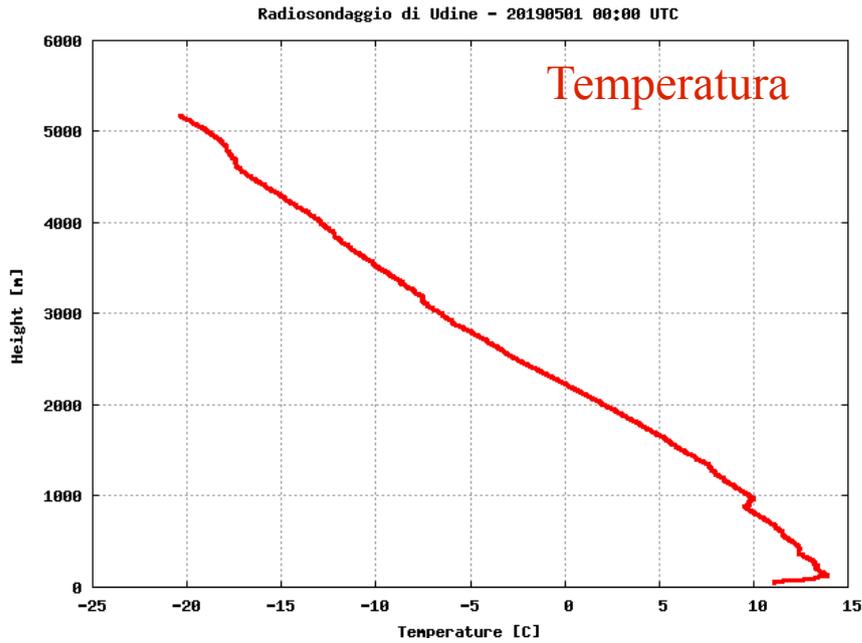
$$R/c_p = 0.286$$

$$\Gamma_d = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} = 9.8 \text{ } ^\circ\text{C/km}$$

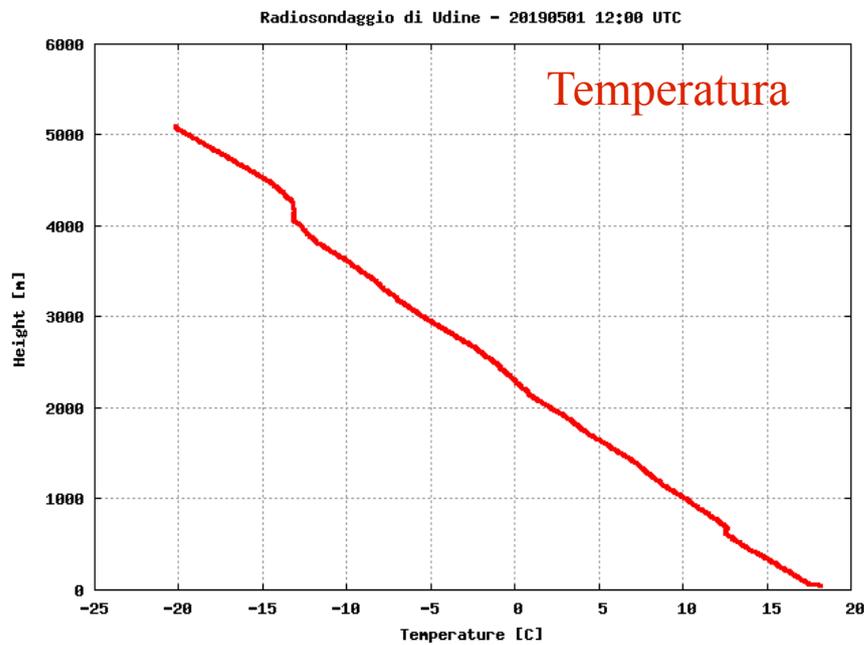
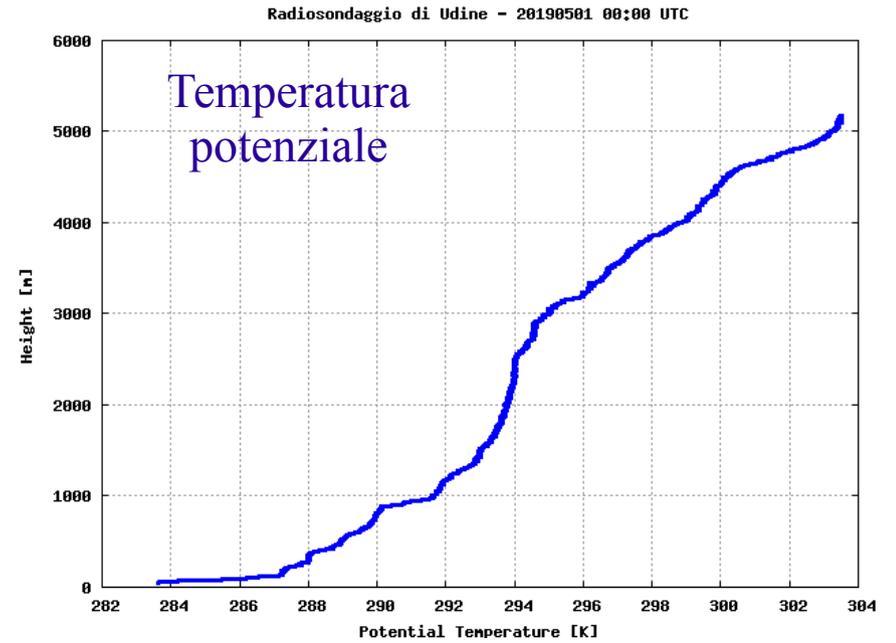
Derivazione delle relazioni a partire da considerazioni energetiche

- Appunti lezione
- An introduction to dynamic meteorology, 2004, Holton J. R. – Biblioteca Tecnico Scientifica (BS/04./M/0010). [pagine 47-52]
- Dynamics of the atmosphere, 1995, Dutton J. A., - Biblioteca Tecnico Scientifica (BS/04./M/0022). [pagine 45-51]
- Atmospheric Thermodynamics, 1998, Bohren C. F., - Biblioteca Tecnico Scientifica (BS/44./0033). [pagine 157-160]

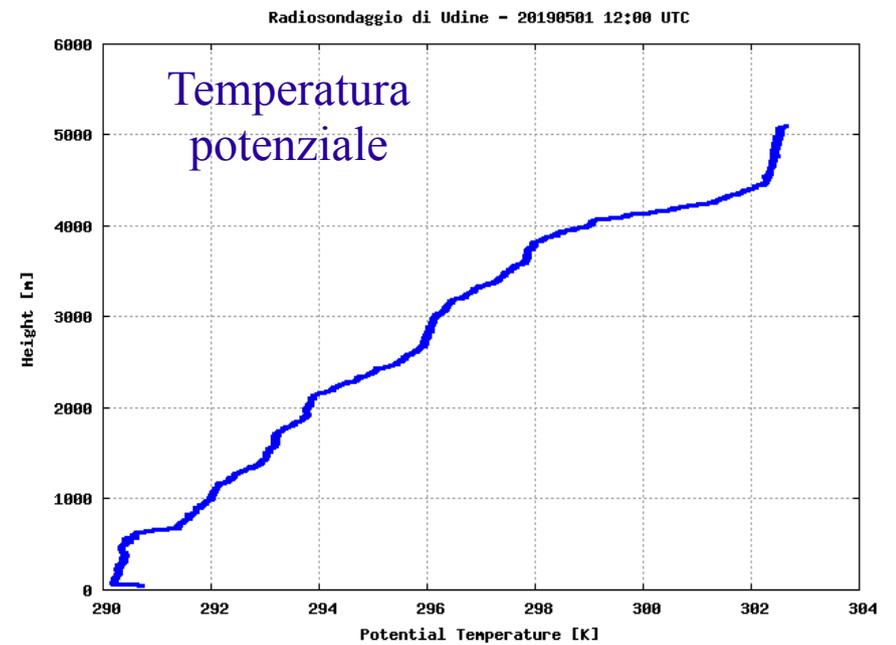
Profili termici verticali: temperature misurate di giorno e di notte nella bassa troposfera



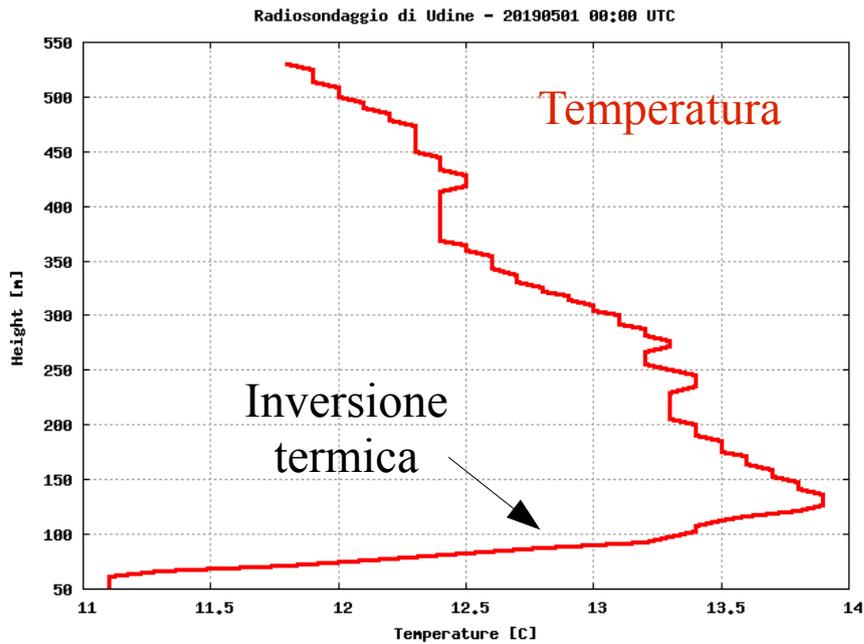
Notte
00:00 UTC



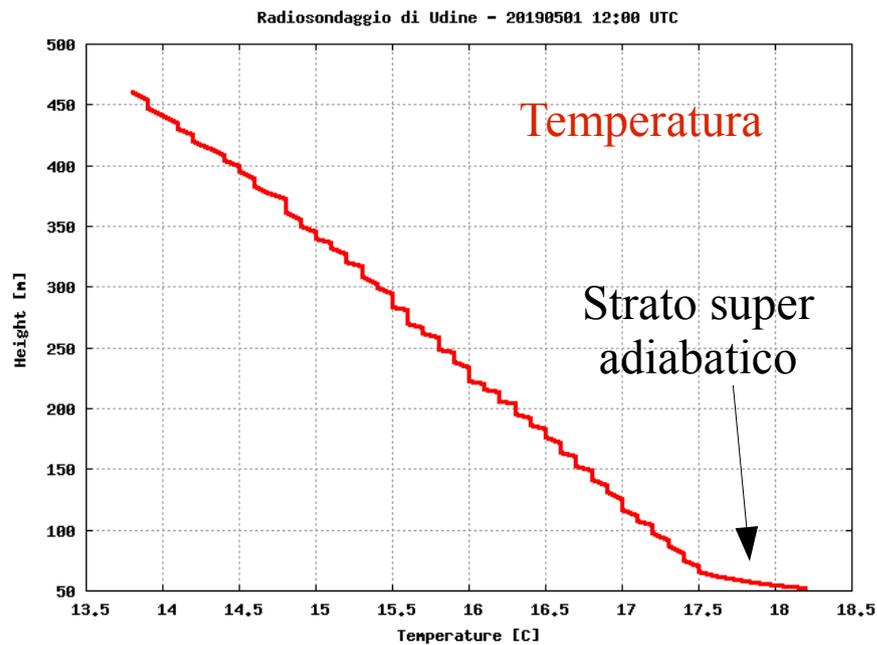
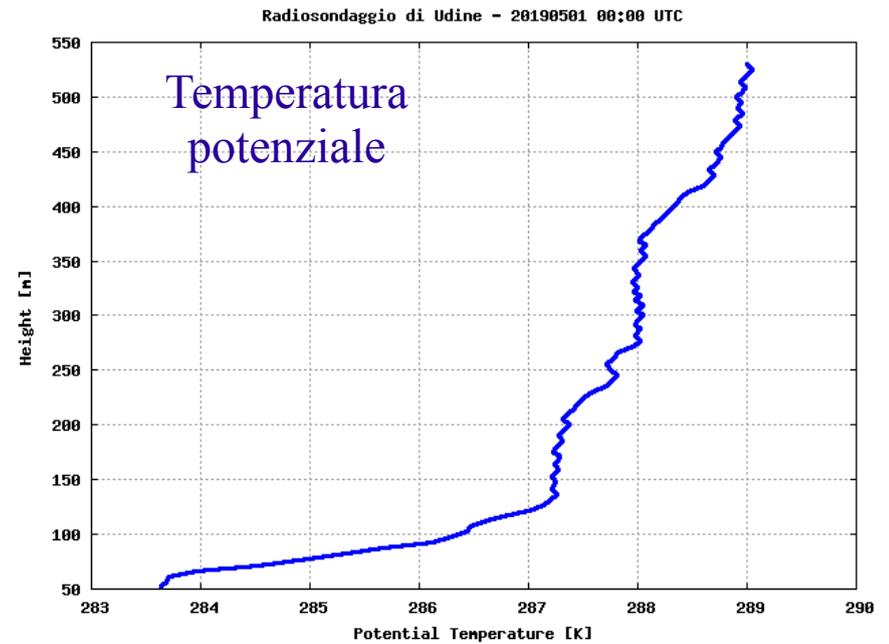
Giorno
12:00 UTC



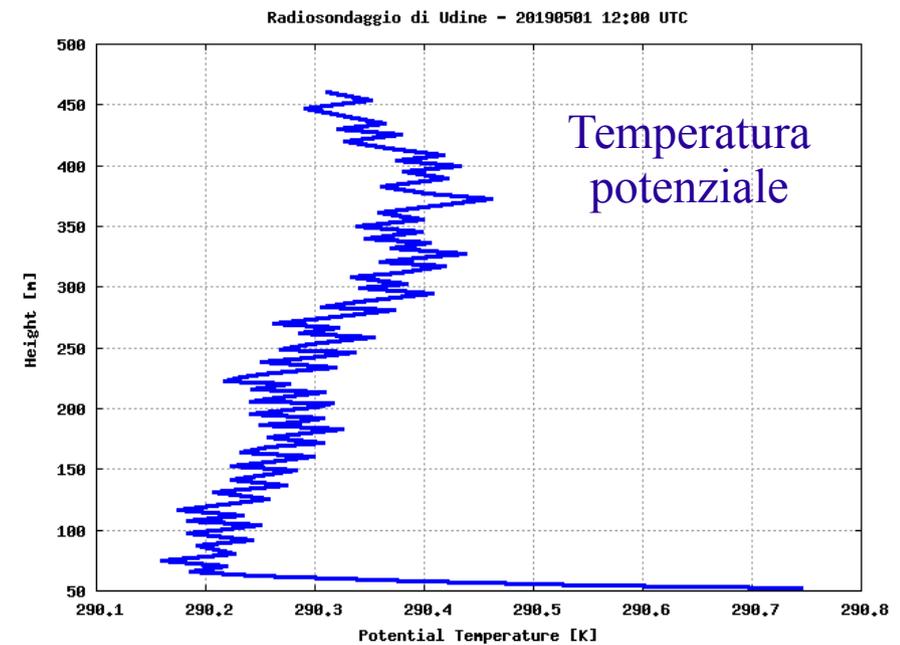
Profili termici verticali: temperature misurate di giorno e di notte nello strato superficiale



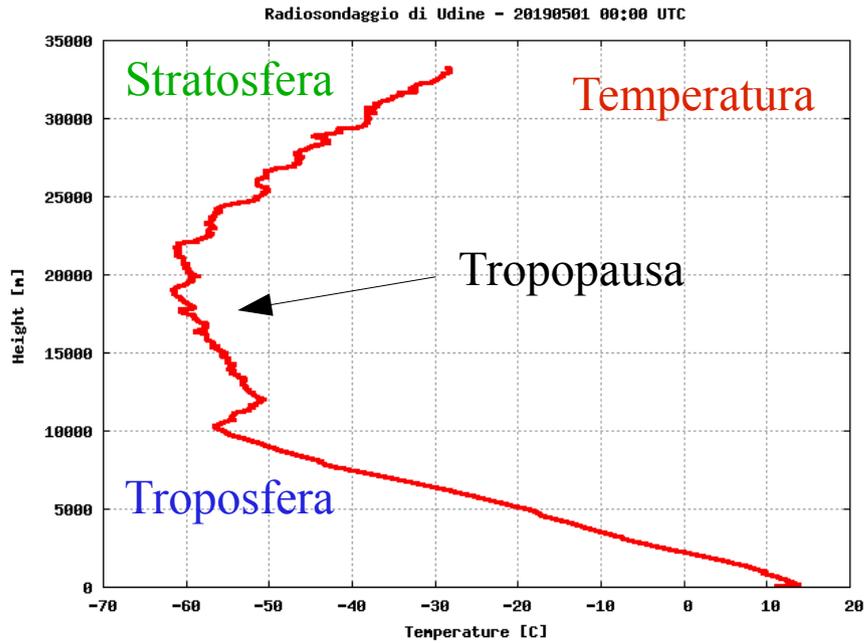
Notte
00:00 UTC



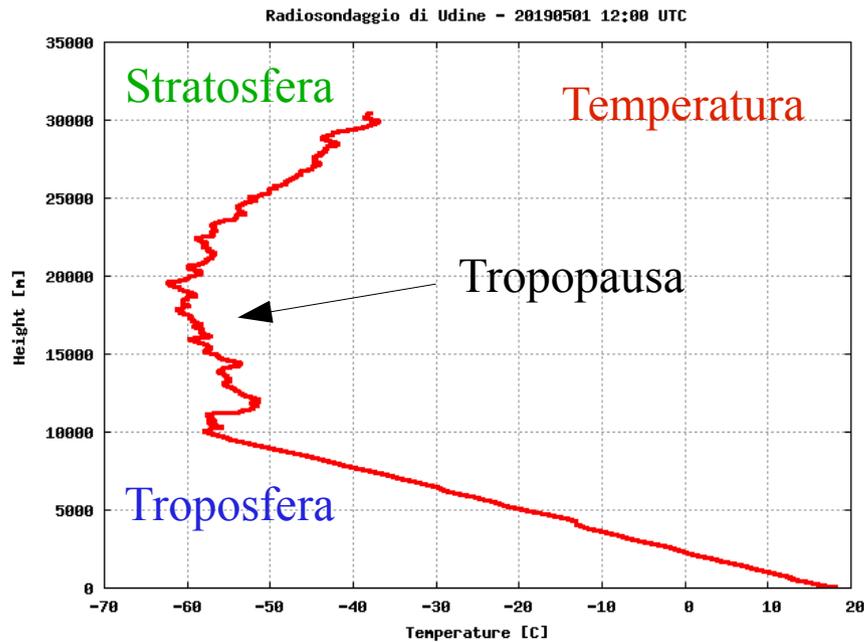
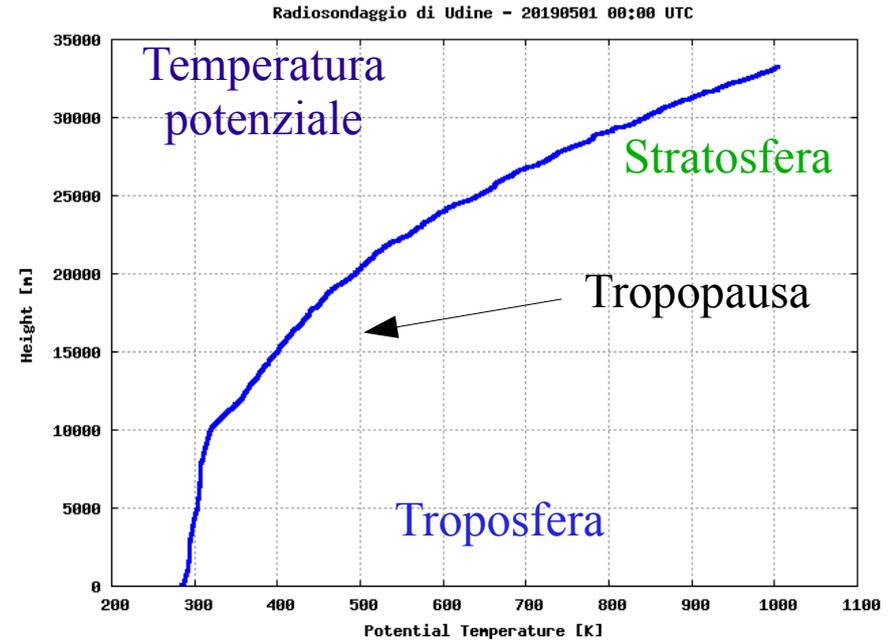
Giorno
12:00 UTC



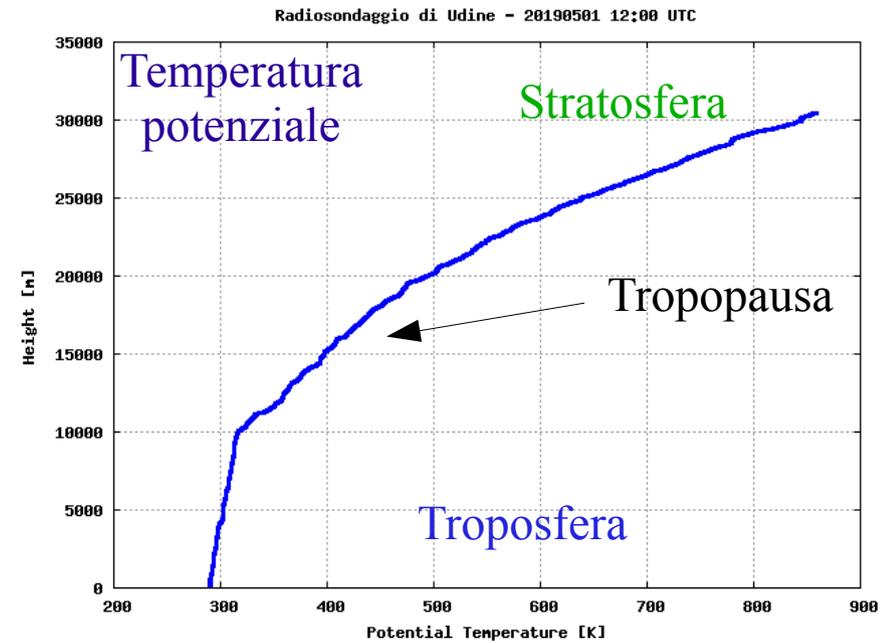
Profili termici verticali: temperature misurate di giorno e di notte suolo – stratosfera



Notte
00:00 UTC



Giorno
12:00 UTC



Stabilità e instabilità atmosferica

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\theta}{T} \left(\frac{dT_s}{dz} - \frac{dT_p}{dz} \right) \quad \text{con} \quad \frac{dT_p}{dz} = -\frac{g}{c_p},$$

dove $\frac{dT_s}{dz}$ è il gradiente termico verticale dell'ambiente e $\frac{dT_p}{dz}$ è il cosiddetto *dry adiabatic lapse rate* del volume d'aria secca che vale circa -9.8 K/km. Si possono così distinguere le seguenti situazioni:

- quando $\frac{dT_s}{dz} > \frac{dT_p}{dz} \Rightarrow \frac{d\theta}{dz} > 0 \Rightarrow$ situazione stabile nel tempo;
- quando $\frac{dT_s}{dz} = \frac{dT_p}{dz} \Rightarrow \frac{d\theta}{dz} = 0 \Rightarrow$ situazione neutra nel tempo;
- quando $\frac{dT_s}{dz} < \frac{dT_p}{dz} \Rightarrow \frac{d\theta}{dz} < 0 \Rightarrow$ situazione instabile nel tempo.

Stabilità e instabilità atmosferica e il gradiente della temperatura potenziale

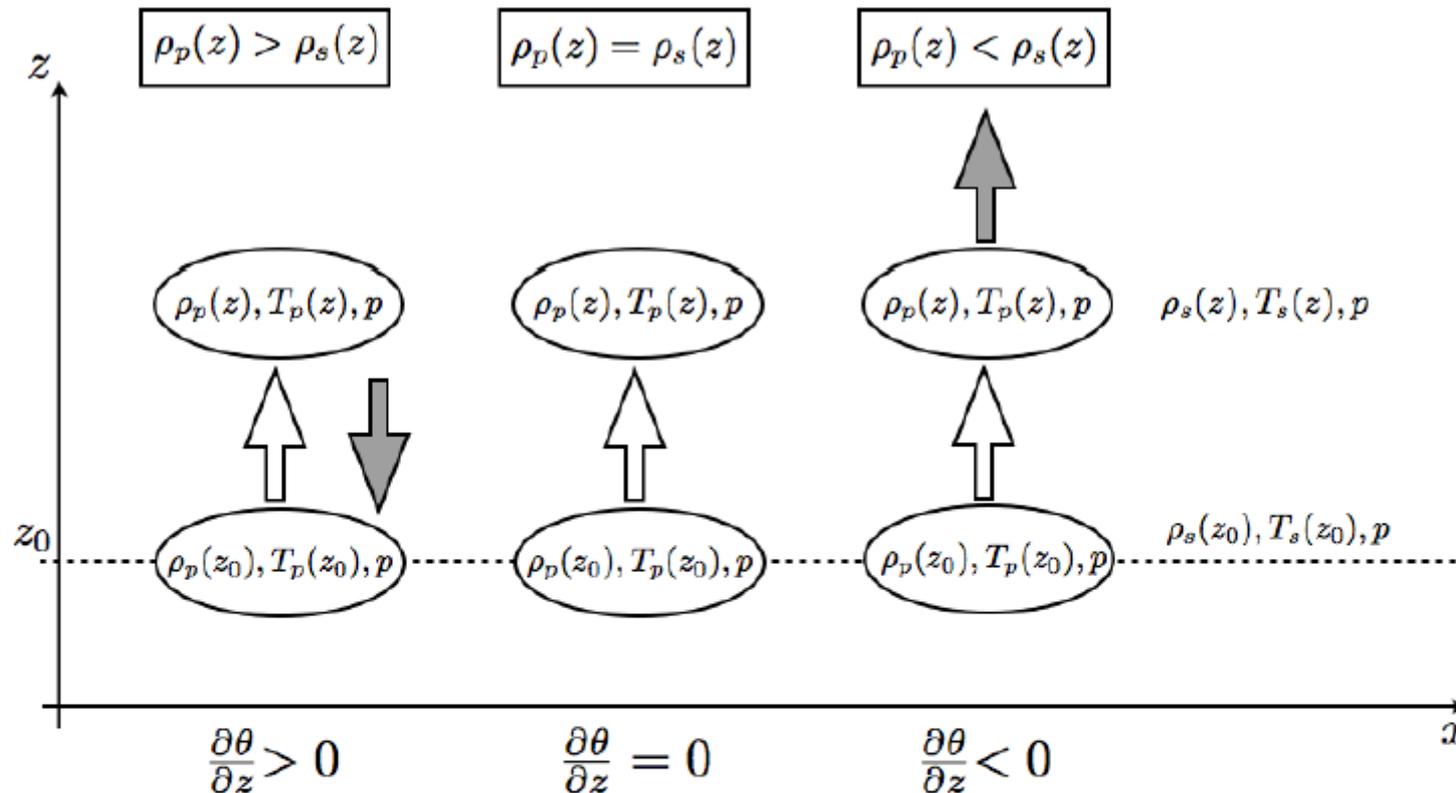


Figura 1.1: Atmosfera stabile, neutrale e instabile.

Nella figura sono riportati i casi in cui la densità del volume di aria unitario è maggiore, uguale e minore di quella esterna. La freccia bianca indica la perturbazione dall'equilibrio che subisce il volume mentre la freccia grigia indica il moto che segue la perturbazione. Si distinguono, da sinistra verso destra, tre situazioni: il volume torna all'equilibrio (stabilità), resta fermo (neutralità) e si allontana dalla posizione di equilibrio (instabilità).

Vantaggi e svantaggi dell'uso delle coordinate isoentropiche

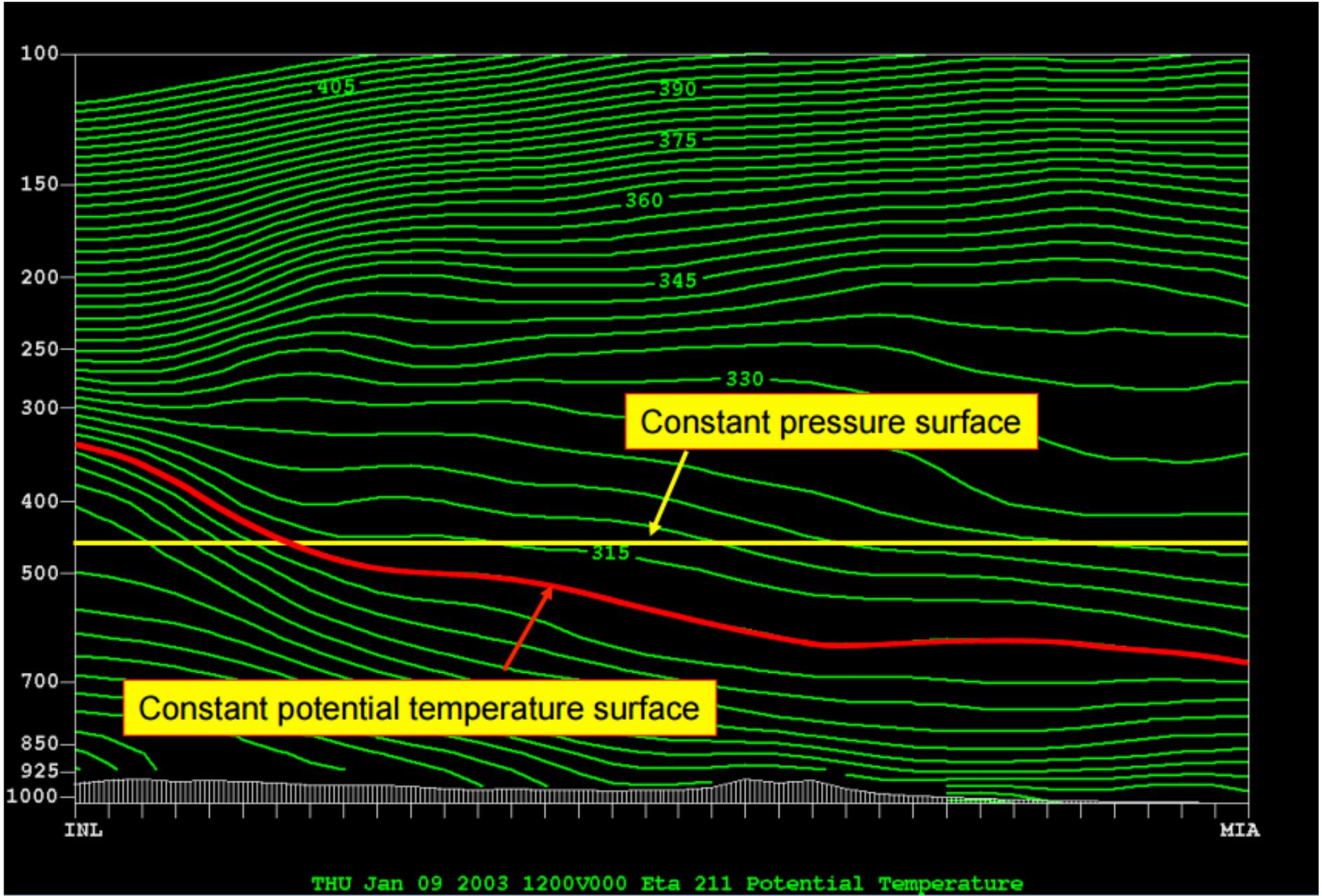
Vantaggi

- alla scala sinottica l'atmosfera è molto verosimilmente in equilibrio idrostatico e i moti sono adiabatici, quindi lungo superfici isoentropiche;
- I moti dell'aria descritti su superfici isoentropiche sono molto più realistici di quelli descritti su superfici isobariche;

Svantaggi

- le superfici isoentropiche non sono definibili in zone ove l'atmosfera è instabile;
- le superfici isoentropiche sono spesso molto inclinate rispetto alla direzione indicata dal vettore accelerazione gravità;
- le superfici isoentropiche intersecano spesso la superficie planetaria;

Esempio di coordinate isoentropiche



Esempio di sezione verticale dell'atmosfera e coordinate isoentropiche

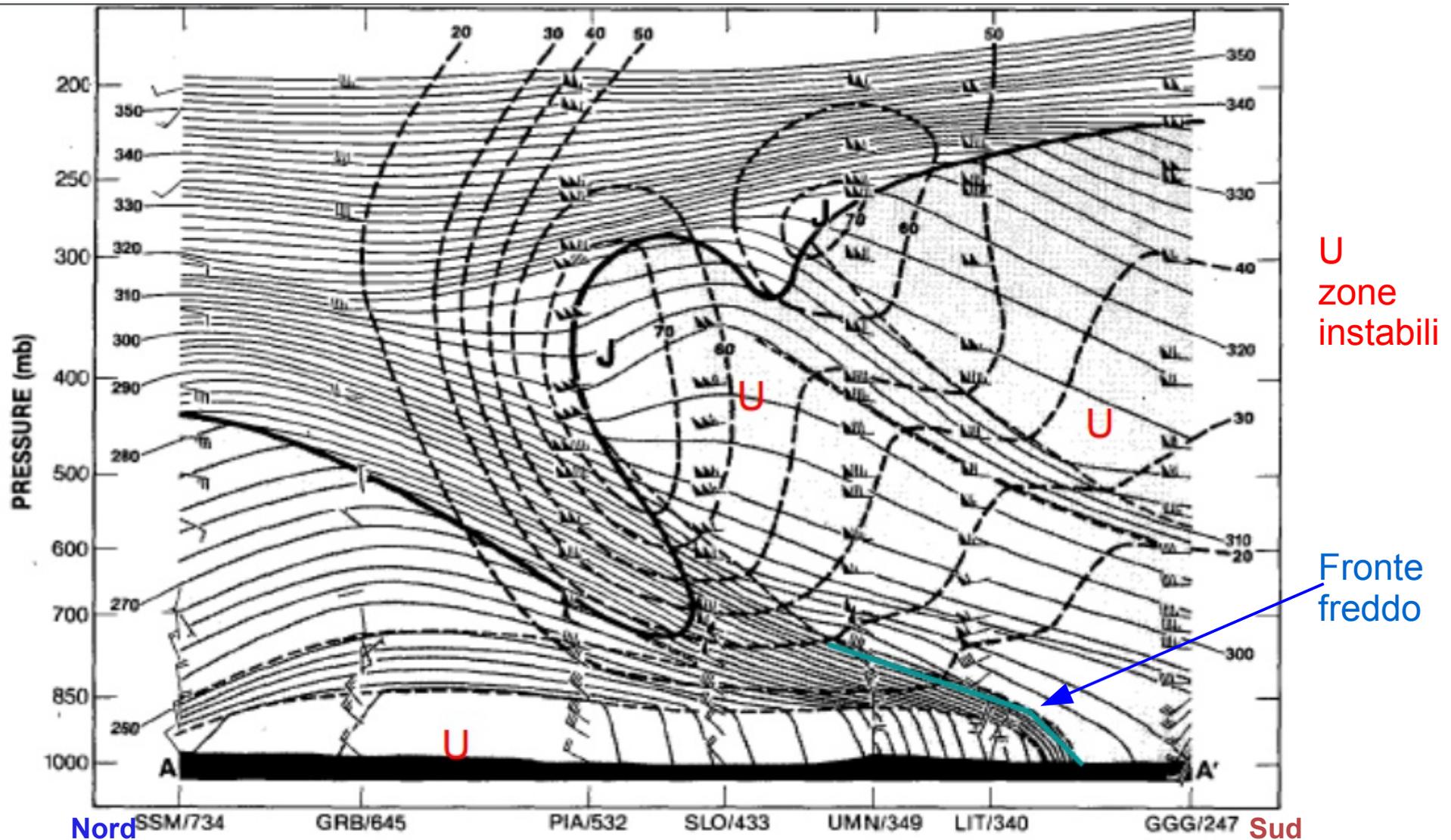


FIG. 9. Cross-section analysis of potential temperature (K, thin solid lines) and wind speed (m s^{-1} , heavy dashed lines) between Sault Sainte Marie, Michigan, and Longview, Texas, along the projection line AA' of Figs. 7 and 8 at 0000 UTC 20 January 1985. Heavy solid line marks the tropopause ($10^{-7} \text{ K s}^{-1} \text{ mb}^{-1}$ isopleth of potential vorticity). Thin dashed lines indicate the tropospheric frontal and stable layer boundaries. Wind vectors are the same as in Fig. 2.

Moti atmosferici alla mesoscala e barriere orografiche



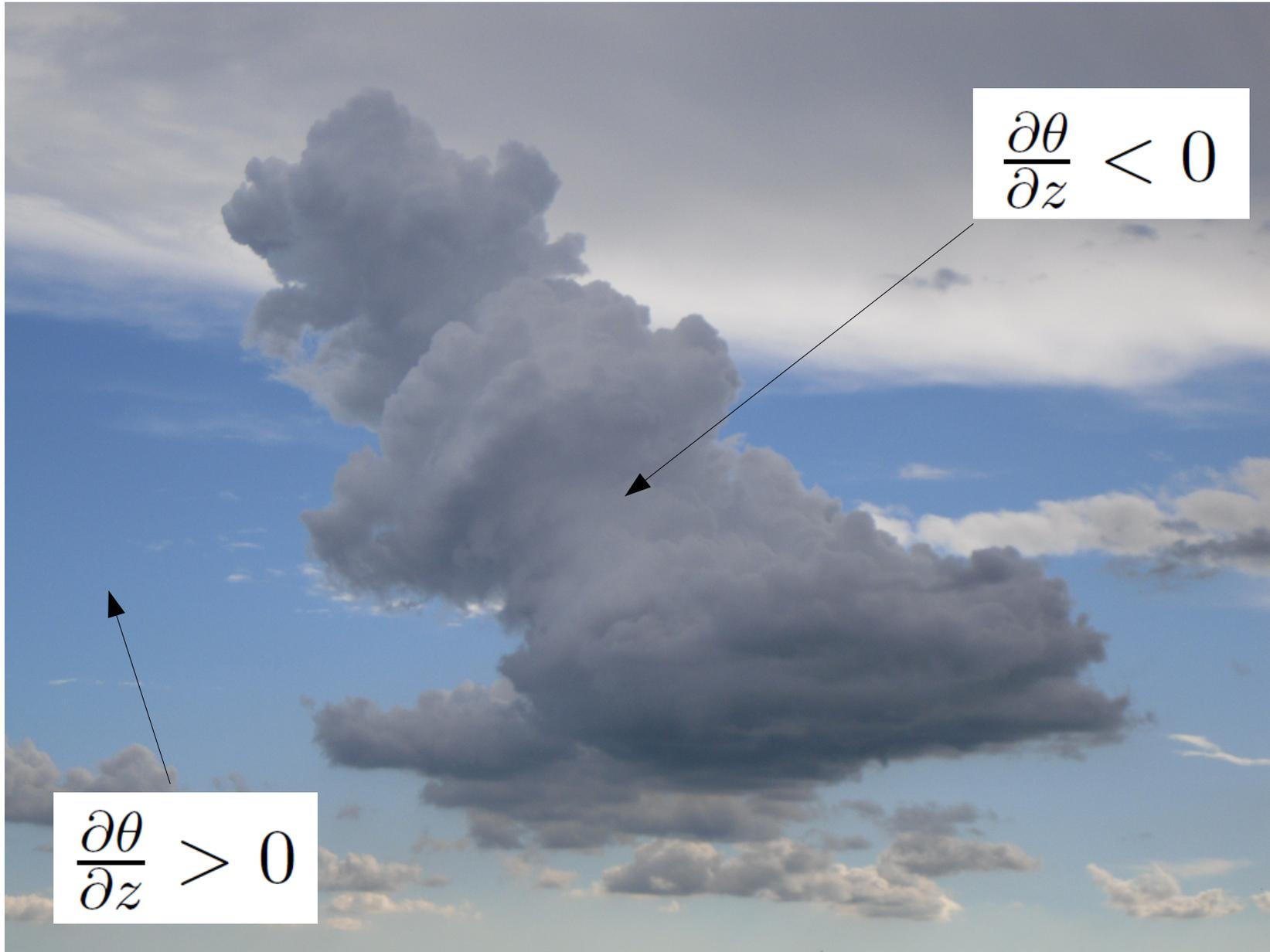
Moti atmosferici alla mesoscala e barriere orografiche



Nubi e stabilità atmosferica



Nubi e instabilità atmosferica localizzata



Nubi e instabilità atmosferica diffusa nei bassi strati



Nubi e instabilità atmosferica diffusa in tutta la troposfera



Sistema di coordinate naturali

8

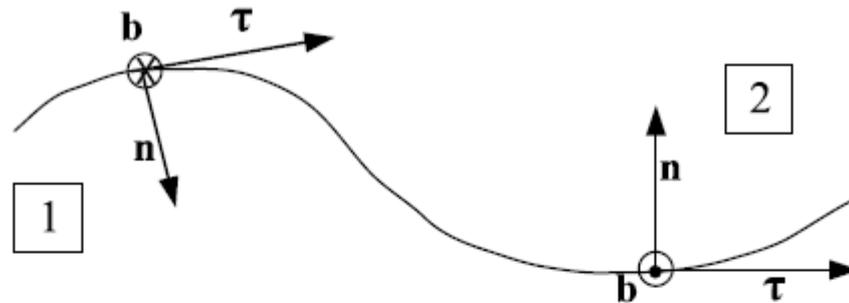
D. B. Gaiotti and F. Stel


FIGURE 2. The trajectory of the fluid parcel and the disadvantages of the moving trihedral. The normal unit vector \mathbf{n} is always pointing towards the concavity of the curve, while the tangent unit vector $\boldsymbol{\tau}$ is along the motion, so when the curvature changes the resulting unit vector $\mathbf{b} = \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n}$ experiences abrupt inversions. From position 1 to position 2 \mathbf{b} experiences an inversion.

COROLLARY 3 (THE SIGN OF THE RADIUS OF CURVATURE).

In the natural coordinate system, given a trajectory $\mathbf{r}(l)$, l is the natural parameter of the curve, the curvature is the real number:

$$k := \dot{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{n} \quad \text{where} \quad \dot{\boldsymbol{\tau}} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{dl} \quad (3.22)$$

So the curvature k is positive when the concavity of the trajectory is towards the left with respect $\boldsymbol{\tau}$, while it is negative when the concavity is on the opposite side. Consequently the sign of k is hold by the radius of curvature according its definition.

Sistema di coordinate naturali: equazioni per la conservazione della quantità di moto

4. The momentum equations in natural coordinates

Let's consider a fluid parcel moving along its trajectory $r(t)$, t is the time and it is the parameter of the curve. Consider the momentum equation (2.1) in the natural coordinate system (τ, n, b) . The right hand side of the equation (2.1) is the parcel acceleration that, according with the (3.2), it is:

$$\mathbf{v} = v\boldsymbol{\tau} \quad (4.1)$$

and computing of the derivative of \mathbf{v} with respect the time, keeping in mind that \dot{v} can be expressed as a function of the natural parameter of the curve l , we get an expression for the acceleration that allows the use of the Frenet-Serret formulas for the $\dot{\boldsymbol{\tau}}$. In fact,

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} \quad \text{equation for } \boldsymbol{\tau} \quad (4.12)$$

$$\frac{v^2}{R} = v^2 \mathbf{k} = -fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \quad \text{equation for } \mathbf{n} \quad (4.13)$$

$$0 = 2\Omega_n v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad \text{equation for } \mathbf{b} \quad (4.14)$$

Sistema di coordinate naturali: le oscillazioni inerziali

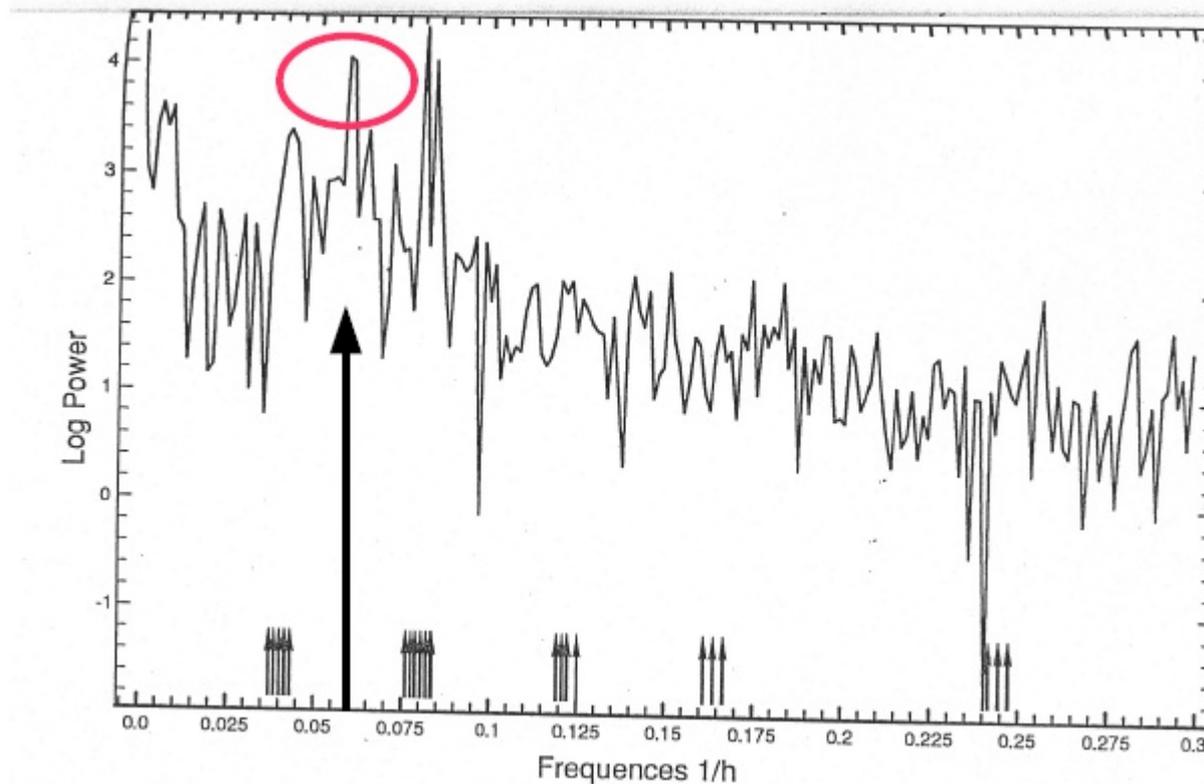


FIGURE 4. Power spectra of the North-South component of the horizontal vector for Adriatic sea currents of the time series measurements made in the frame of the PRISMA project by Osservatorio Geofisico Sperimentale (Trieste ? ITALY), during the period [1995-07-12; 1995-08-18], by a NBA 6 current meter moored 23 m below the sea surface, at the geographical position $44.382^{\circ} N, 13.189^{\circ} E$, where the bottom depth is 50 m, (Giaiotti & Ursella 1996). Tide contributions to the currents are marked with small arrows and the peak of the power corresponding to the typical frequency of the inertial motion ($1/17 h^{-1}$) is marked with a big arrow and a circle.

Perturbazioni alle medie latitudini: le onde di Rossby

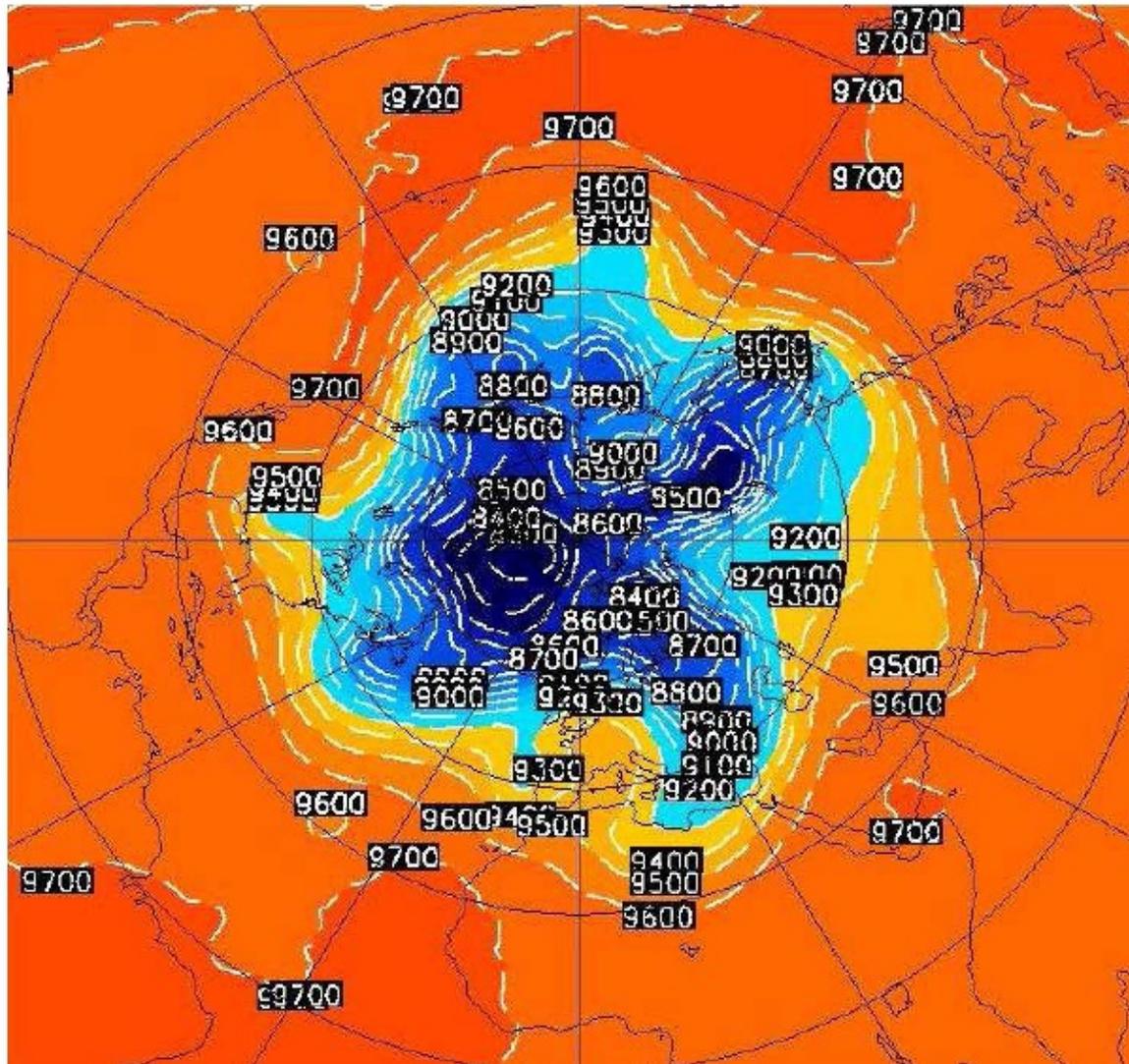
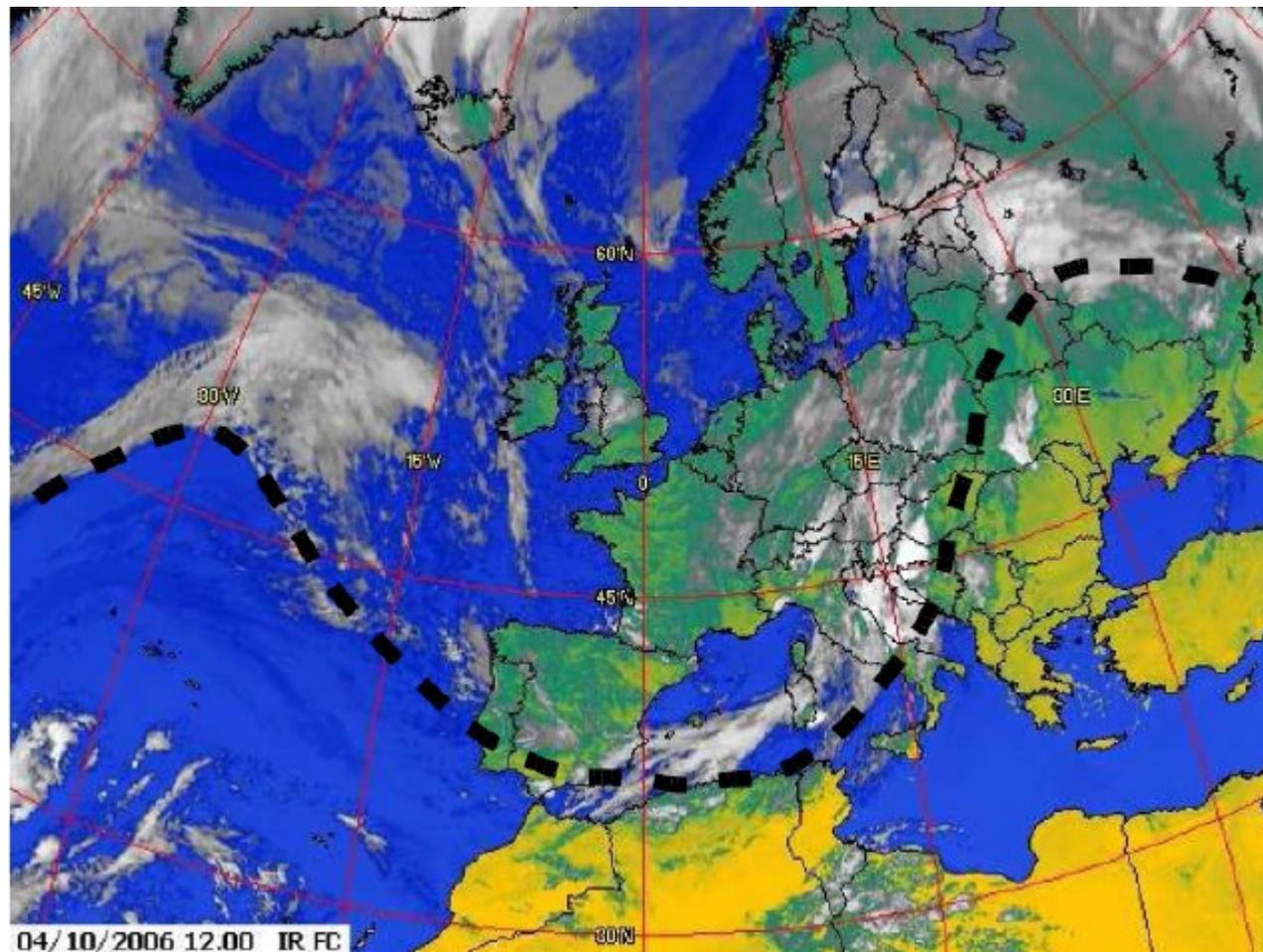


FIGURE 8. Example of planetary and Rossby waves. Geopotential height for the 300 hPa isobaric surface at 00 UTC of the 07 November, 2006. AVN analysis.

Le onde di Rossby sono delle periodicità nei campi atmosferici delle medie latitudini

Onde meridionali che si propagano lungo i paralleli

Riconoscibili nei campi barici, dei venti, quindi anche nel campo di vorticità



Definizione delle equazioni per il modello delle onde di Rossby

- Si assume equilibrio idrostatico, prevalenza di geostrofia e non divergenza del fluido
- Si assume che l'avvezione sia prevalentemente lungo i paralleli costante ed uniforme
- Le onde si sovrappongono al moto avveffivo fondamentale

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} - fv + \frac{\partial}{\partial x} \frac{p}{\rho} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} + fu + \frac{\partial}{\partial y} \frac{p}{\rho} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- Si cercano soluzioni ondulatorie con caratteristiche analoghe a quelle osservate

$$\frac{u}{\hat{u}(y)} = \frac{v}{\hat{v}(y)} = \frac{P}{\hat{P}(y)} = A e^{i(\omega t + \kappa x)}$$

$$P = p/\rho.$$

Combinazione delle equazioni di conservazione ed equazione per le onde

Derivando le funzioni assunte essere soluzione delle equazioni si ottiene un insieme di equazioni in campo complesso per le funzioni ampiezza con parametri le caratteristiche delle onde

$$i(\omega + \kappa U)\hat{u} - f\hat{v} + i\kappa\hat{P} = 0$$

Conservazione momento orizzontale
(ricordare idrostaticità)

$$i(\omega + \kappa U)\hat{v} + f\hat{u} + \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} = 0$$

$$i\kappa\hat{u} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = 0$$

Conservazione massa

Eliminando $\hat{P}(y)$ dalle prime due equazioni e usando la terza per rimuovere $\hat{u}(y)$ si ottiene la seguente equazione nel campo reale:

$$\beta = \partial f / \partial y$$

$$(\omega + \kappa U) \left(-\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} + \kappa^2 \hat{v} \right) - \kappa \beta \hat{v} = 0$$

Ricerca delle soluzioni

Definendo $c = -\omega/\kappa$ con la condizione essenziale $c \neq U$ si ottiene l'equazione

$$\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} + \underbrace{\left(\frac{\beta}{U - c} - \kappa^2 \right)}_{\text{Assunto} > 0} \hat{v} = 0$$

Si ottiene la seguente soluzione generale

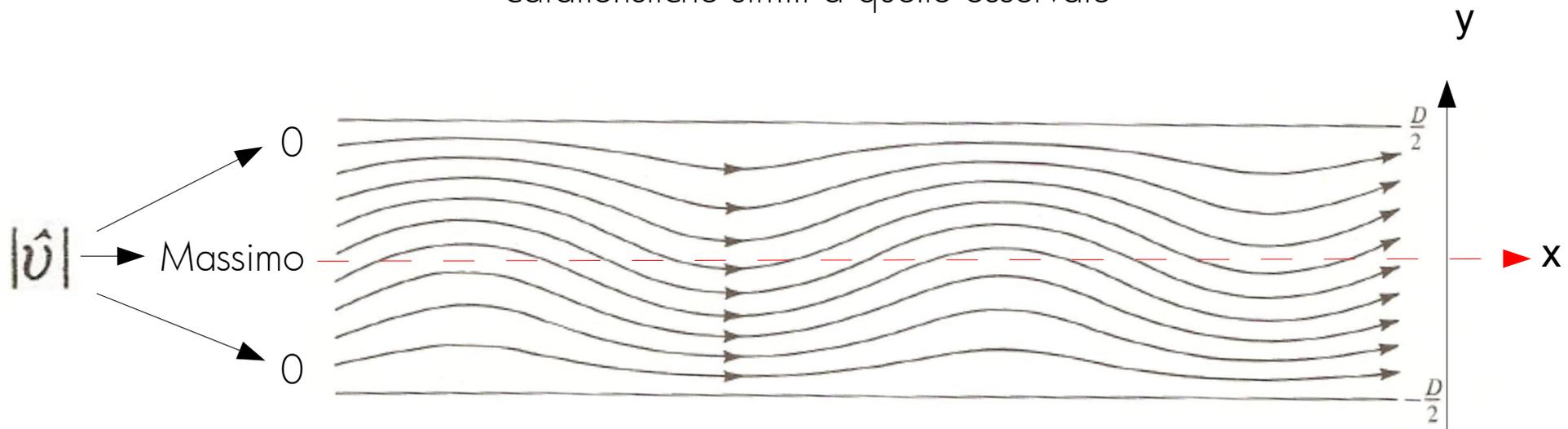
$$\hat{v} = C_1 \cos \left[\left(\frac{\beta}{U - c} - \kappa^2 \right)^{1/2} y \right] + C_2 \sin \left[\left(\frac{\beta}{U - c} - \kappa^2 \right)^{1/2} y \right]$$

Ricerca della soluzione particolare imponendo le condizioni al contorno

Definendo $c = -\omega/k$ con la condizione essenziale $c \neq U$ si ottiene l'equazione

$$\hat{v} = C_1 \cos \left[\left(\frac{\beta}{U-c} - k^2 \right)^{1/2} y \right] + C_2 \sin \left[\left(\frac{\beta}{U-c} - k^2 \right)^{1/2} y \right]$$

Si cercano soluzioni definite in una fascia lungo i paralleli con caratteristiche simili a quelle osservate



Ricerca della soluzione particolare imponendo le condizioni al contorno (cont.)

$$\hat{v} = C_1 \cos \left[\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2 \right)^{1/2} y \right] + C_2 \sin \left[\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2 \right)^{1/2} y \right]$$

Le condizioni al contorno impongono:

$$C_2 = 0$$

$$\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2 \right)^{1/2} \frac{D}{2} = \frac{\pi n}{2} \quad n = \pm 1, \pm 3, \dots$$

Da cui:

$$c = U - \frac{\beta}{\kappa^2 + (n\pi/D)^2} = U - \frac{\beta L^2 / 4\pi^2}{1 + (nL/2D)^2}$$

Per il caso in cui: $D \rightarrow \infty$ si ottiene la formula di Rossby

$$c = U - \beta \frac{L^2}{4\pi^2}$$

Interpretazione del risultato ottenuto

La relazione trovata da Rossby lega la velocità di avanzamento delle onde lungo i paralleli (x) alla velocità del flusso avvettivo alla lunghezza delle onde e al parametro $\beta = \partial f / \partial y$

$$c = U - \beta \frac{L^2}{4\pi^2} \quad 45^\circ, \beta \cong 1.6 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

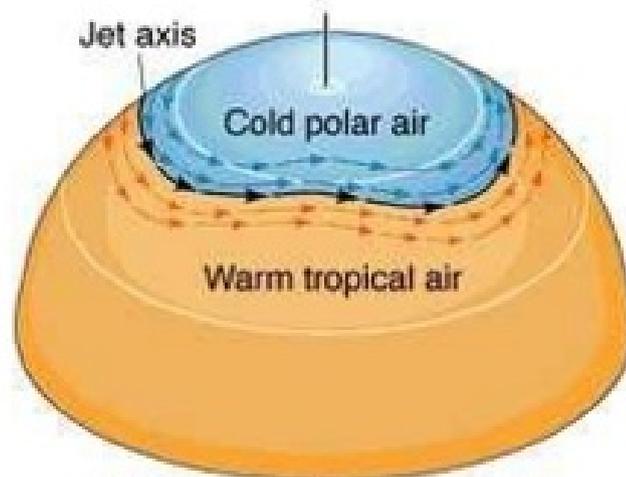
Per onde corte, il parametro L è tale che le onde si propagano a velocità inferiore a quella avvettiva, quindi sono trasportate verso est.

Per onde lunghe, è possibile avere velocità di propagazione negative, quindi si dovrebbero osservare onde retrograde, ovvero in moto verso ovest, cosa osservata molto raramente.

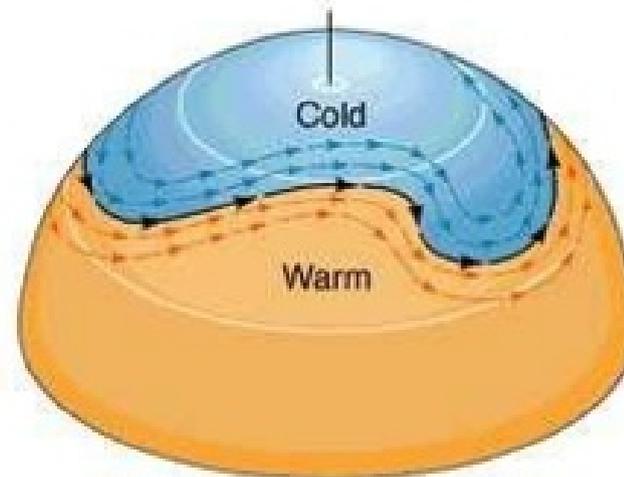
Nel caso stazionario $c = 0$ permette di ottenere la lunghezza dell'onda di Rossby

$$L_S = 2\pi \sqrt{\frac{U}{\beta}}$$

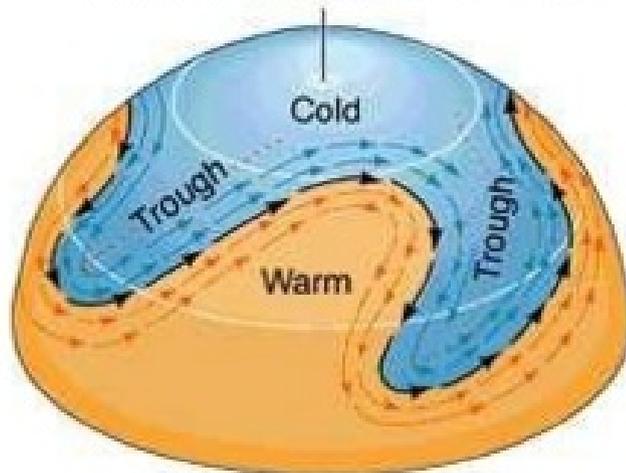
Rappresentazione delle soluzioni: onde di Rossby



The jet stream begins to undulate.

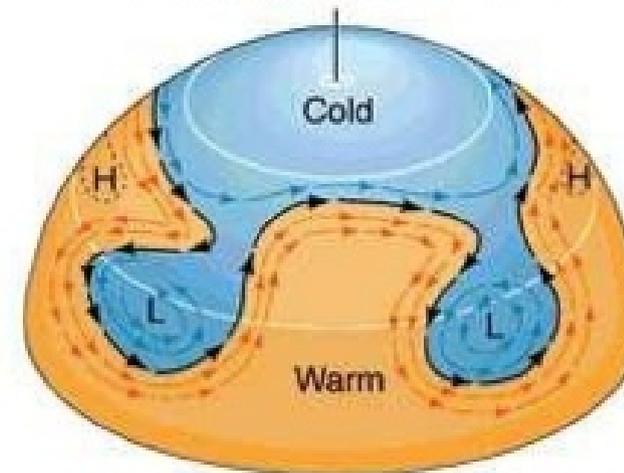


Rossby waves begin to form.



Waves are strongly developed. The cold air occupies troughs of low pressure.

Copyright © A.N. Strahler.

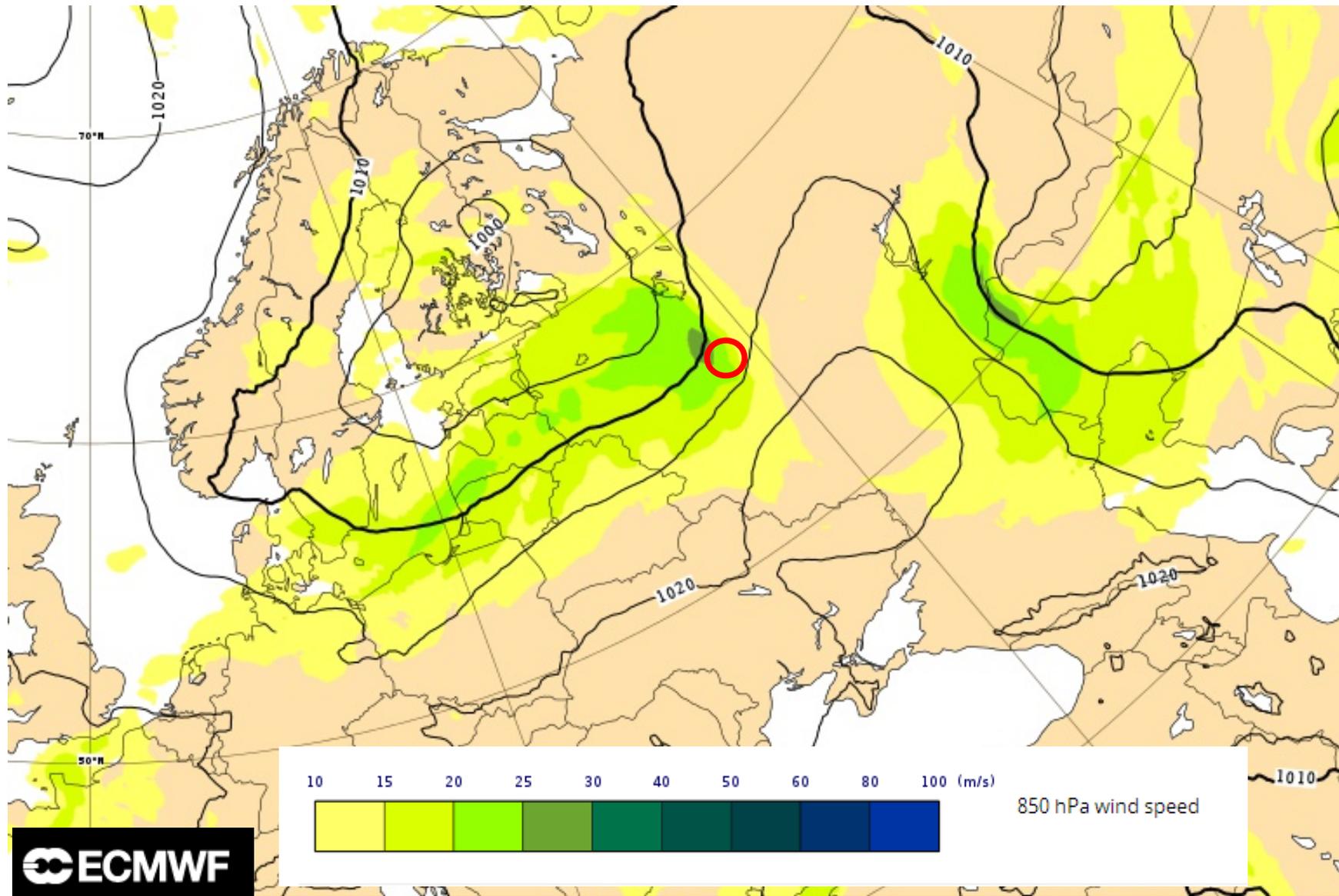


When the waves are pinched off, they form cyclones of cold air.

Tempo severo in Mosca il 29/05/2017

850 hPa wind speed / Mean sea level pressure

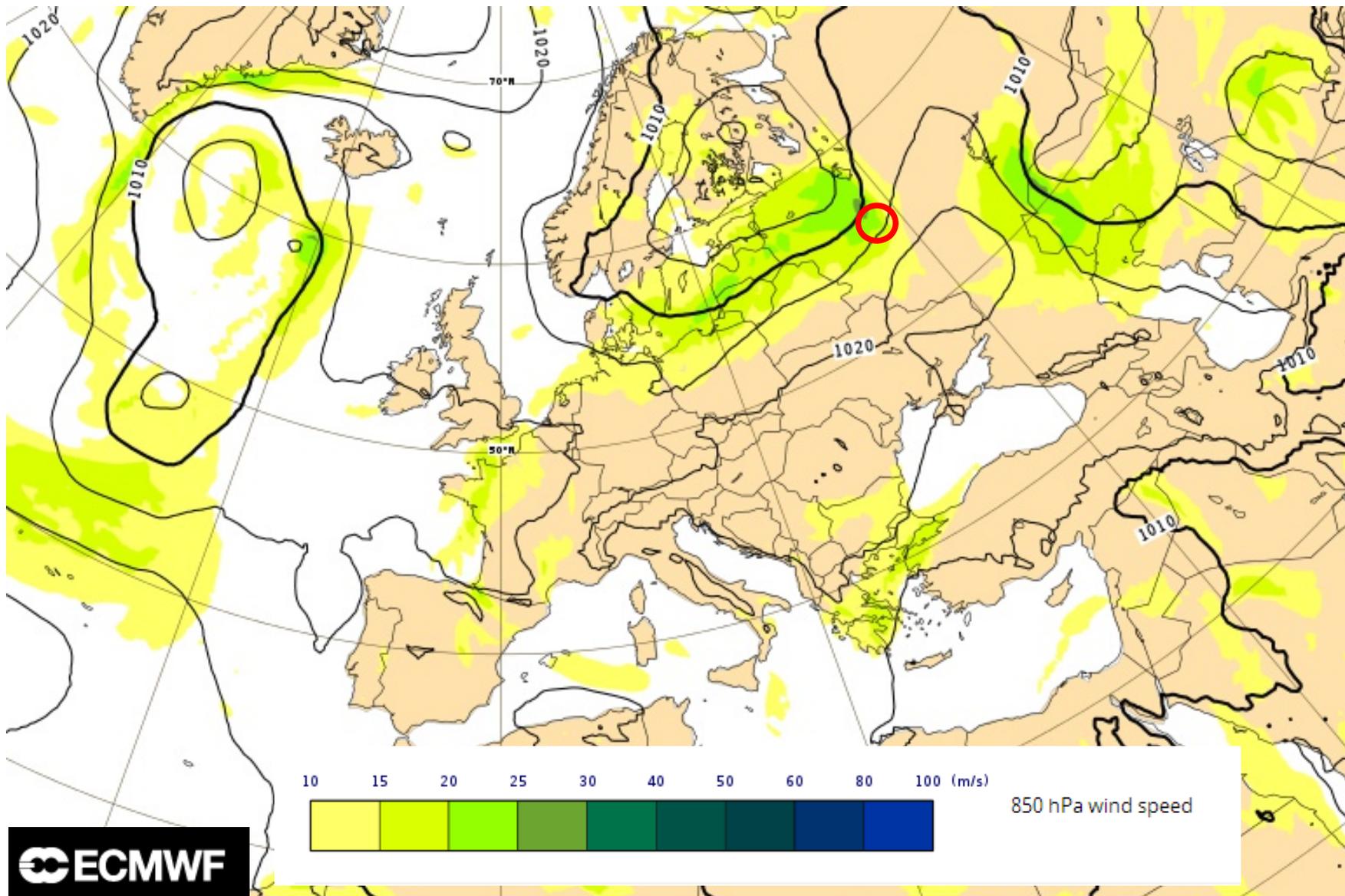
Monday 29 May, 00 UTC T+0 Valid: Monday 29 May, 00 UTC



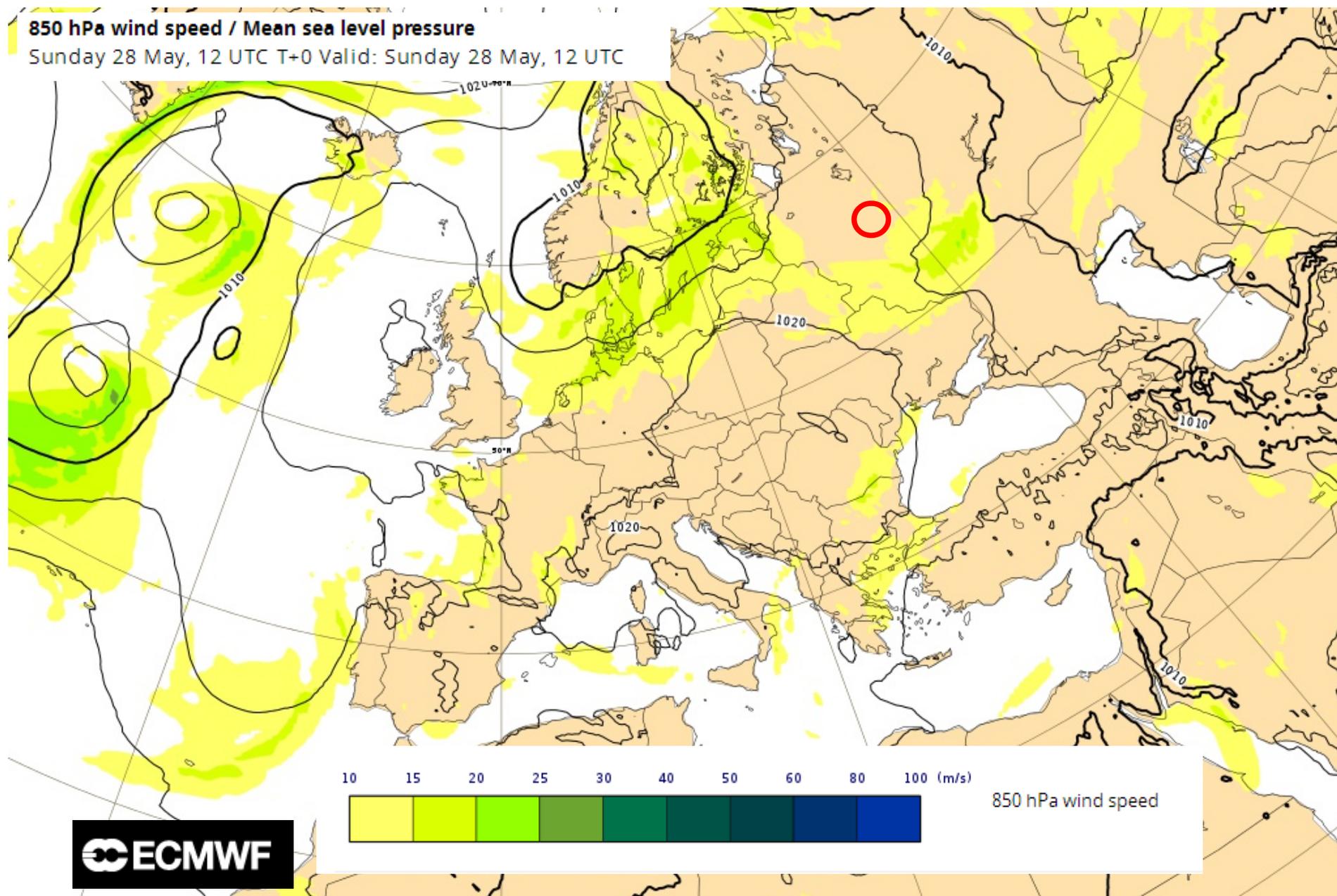
Tempo severo in Mosca il 29/05/2017

850 hPa wind speed / Mean sea level pressure

Monday 29 May, 00 UTC T+0 Valid: Monday 29 May, 00 UTC



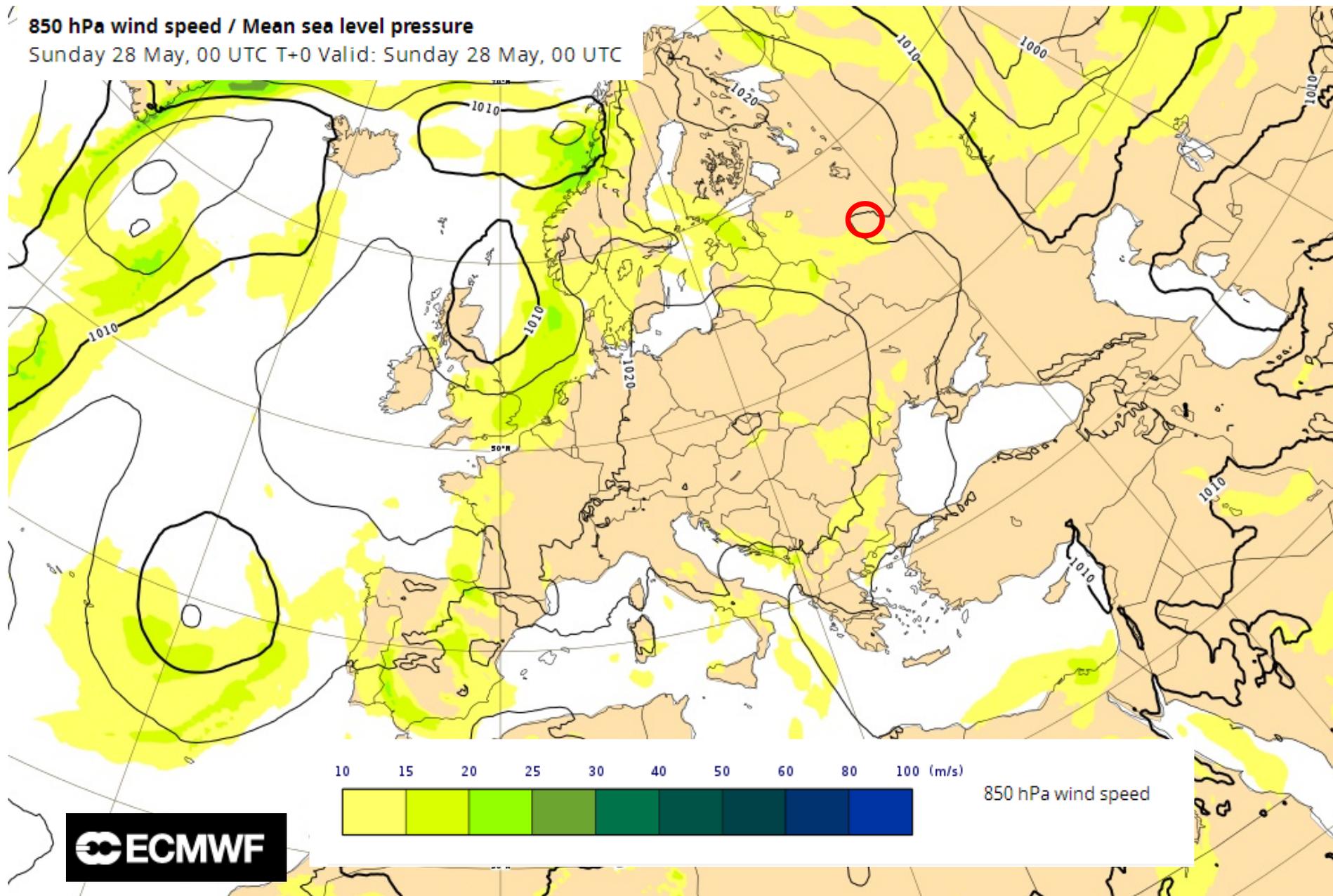
Tempo severo in Mosca il 29/05/2017



Tempo severo in Mosca il 29/05/2017

850 hPa wind speed / Mean sea level pressure

Sunday 28 May, 00 UTC T+0 Valid: Sunday 28 May, 00 UTC



Bibliografia

- [1] An introduction to dynamic meteorology, 2004, Holton J. R., Amsterdam Elsevier Academic Press, – disponibile in Biblioteca Tecnico Scientifica (BS/04./M/0010). [pagine 5- 21, 26 – 38, 56-71]
- [2] Dynamics of the atmosphere, 1995, Dutton J. A., New York Dover publication inc., 617 pp, - disponibile in Biblioteca Tecnico Scientifica (BS/04./M/0022). [pagine 220-243, 289-293, 304-306]
- [3] Atmosphere-ocean dynamics, 1982, Gill A. E. New York, NY Academic Press, 662 pp, - disponibile all'ICTP Library (551.51 Gll). [per approfondimenti]