

Atomi muonici

Introduciamo brevemente un nuovo attore di questa storia in divenire, di cui studieremo più oltre le caratteristiche: il **muone**. Per ora ci basti sapere che il muone è l'equivalente di un elettrone pesante; la sua massa è circa 207 volte maggiore di quella dell'elettrone; esiste in due stati di carica μ^+ e μ^- , con valore assoluto della carica uguale a quello dell'elettrone e del positrone; ha spin $s=1/2$; non ha vita media ∞ come l'elettrone ma comunque abbastanza lunga, rispetto ad altre particelle, pari a circa 2.2×10^{-6} s. Queste sue caratteristiche possono suggerire che il muone potrebbe opportunamente sostituire il ruolo di un elettrone, in certi casi.

Consideriamo ora un generico atomo e formuliamo un'ipotesi sulla distribuzione spaziale della carica del suo nucleo, supponiamo cioè che sia ad esempio uniformemente distribuita in un volume sferico di raggio R , senza per ora nulla dire della distribuzione dei neutroni di quello stesso nucleo.

Classicamente, e ragionando alla Gauss, potremmo dire che un qualunque elettrone di quell'atomo, supponendo che anche gli orbitali più interni si estendano spazialmente ben oltre R , sente l'effetto della carica nucleare come se fosse concentrata nel centro geometrico del nucleo, che assumiamo essere in qualche modo anche il centro geometrico dell'atomo. In tal caso l'estensione e la eventuale forma della distribuzione di carica protonica del nucleo non ha effetto alcuno sui livelli energetici degli elettroni sulle shell di quell'atomo.

Ma l'atomo va considerato come un oggetto «fortemente quantistico» e sappiamo che la funzione d'onda di ogni suo elettrone dipende dalla distribuzione in tutto lo spazio della carica nucleare che determina il potenziale Coulombiano legante per gli elettroni stessi.

Quindi l'idea che viene è che si potrebbero confrontare gli effetti sulla transizione fra livelli degli elettroni di un atomo, correttamente (quantisticamente) calcolati immaginando la carica nucleare protonica puntiforme al centro o uniformemente distribuita nella sfera di raggio R , e infine, nell'ipotesi che la differenza fra i due casi dipenda dall'entità di R , confrontare il risultato con la misura sperimentale dell'energia emessa o assorbita nella transizione calcolata, con la speranza di dedurre R .

Ovviamente tutta l'idea si basa sull'ipotesi che il nucleo sia sferico, di raggio R e con la carica protonica uniformemente distribuita nel volume $\frac{4}{3} \pi R^3$, quindi il risultato sarà «model dependent», come si suol dire.

Il calcolo si affronta con tecniche perturbative, immaginando che la perturbazione sia imputabile alla differenza fra l'energia associata alla distribuzione finita rispetto a quella puntiforme della carica nucleare, entro il nucleo stesso e al suo effetto sulla funzione d'onda del generico elettrone dell'atomo.

Il calcolo dettagliato è riportato nelle dispense.

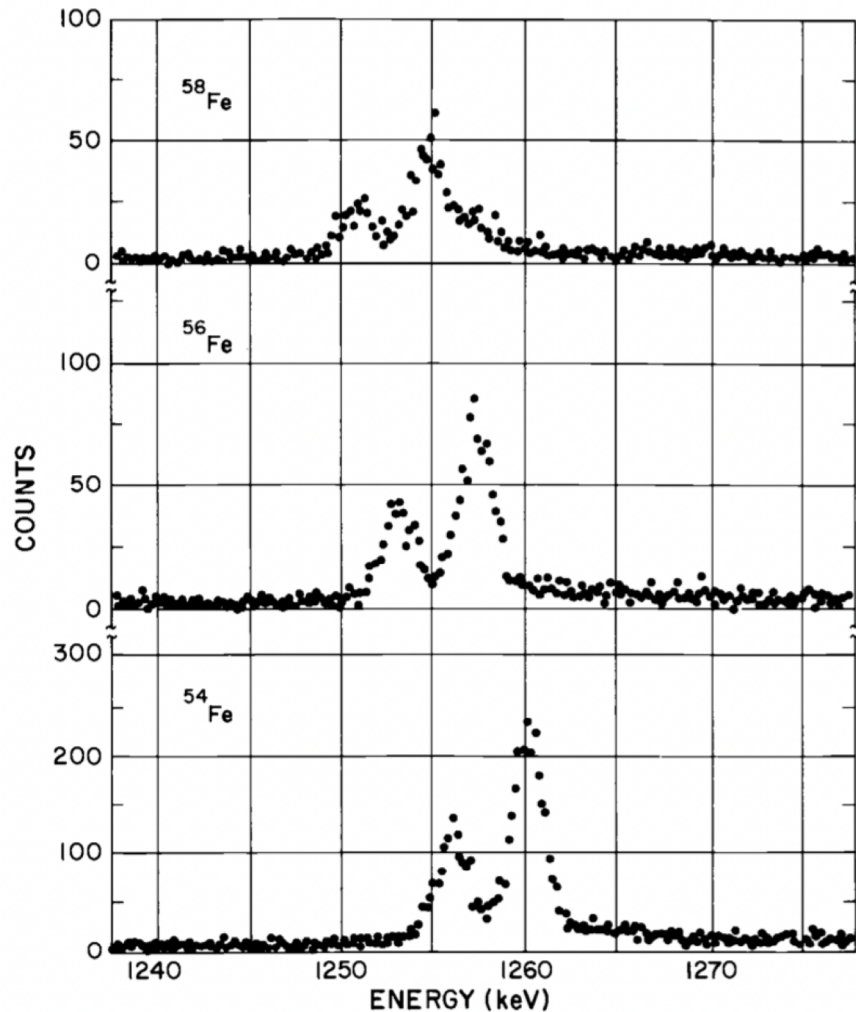
Ovviamente l'effetto sarà tanto maggiore quanto maggiore è la sovrapposizione spaziale fra le zone in cui la funzione d'onda di un elettrone atomico è significativamente diversa da zero ed il volume occupato dalla carica del nucleo, e ciò si realizza con gli elettroni degli orbitali di tipo S , con numero quantico principale 1.

Nonostante ciò, anche scegliendo atomi con Z ed A molto grande, come il $^{208}_{82}\text{Pb}$, e calcolando l'effetto per l'elettrone $1S$, si ottiene una differenza fra le energie calcolate, imputabile all'estensione spaziale della carica nucleare, dell'ordine di $\left| \frac{\Delta E}{E_0} \right| \simeq 10^{-4}$ che risulta improbo da mettere in evidenza sperimentalmente.

Dato che l'effetto dipende dal rapporto fra R ed r_0 , essendo r_0 l'estensione spaziale dell'orbitale $1S$, se ne potrebbe aumentare l'entità riducendo r_0 , e dato che r_0 dipende dalla massa dell'elettrone, se si sostituisce l'elettrone con un suo equivalente più massivo si dovrebbero migliorare le cose.

Si può realizzare ciò ad esempio facendo arrivare in orbite idrogenoidi basse dei μ^- che si piazzerebbero in orbite di raggi circa 200

volte inferiori a quelli equivalenti degli elettroni ciò porterebbe a evidenziare effetti energetici ben misurabili con tecniche di spettrometria atomica, come si desume dagli spettri riportati in figura. Inoltre il μ^- ha una vita media che lo porta a sopravvivere abbastanza per dar modo agli effetti atomici descritti di prodursi ed essere misurati.



Spettri X di isotopi muonici del Ferro. Si vedono i due picchi delle transizioni $2p_{3/2}1s_{1/2}$ e $2p_{1/2}1s_{1/2}$ per i muoni, la prima con intensità doppia della seconda. Lo shift in energia della transizione è dello 0.02% fra un isotopo e il successivo, rispetto a valori dell'ordine di 10^{-6} ottenibili con elettroni equivalenti.

[E.B. Shera et al., Phys. Rev. C 14 (1976) 731]

Come detto precedentemente la trattazione più esaustiva del metodo, compresi i calcoli perturbativi, sono riportati nelle dispense, paragrafo 4.3.7, da pag. 80 in poi.

Core repulsivo

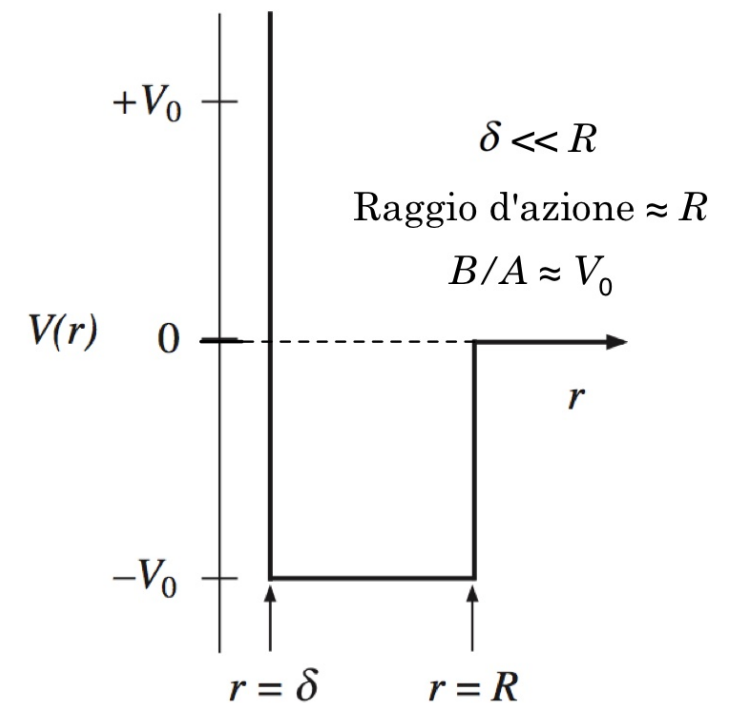
Un'evidenza del breve raggio d'azione delle forze nucleari viene dalla sostanziale costanza dell'energia media di legame B/A per nucleone, circa indipendente dalla taglia del nucleo e quindi dal numero di massa A , per valori di A circa maggiori di 12.

Se la forza nucleare avesse, come la coulombiana, un ampio raggio d'azione, in un nucleo con A nucleoni vi sarebbero $A(A - 1)/2$ coppie di Interazioni, e l'energia di legame media corrispondente B/A per ogni nucleone dovrebbe crescere proporzionalmente ad $(A - 1) \simeq A$, per valori non piccoli di A , ovvero: $B/A \propto A$, per valori non piccoli di A , contrariamente all'evidenza sperimentale.

Sostanzialmente ogni nucleone interagisce efficacemente con i nucleoni che gli sono immediatamente vicini, e l'aggiunta di ulteriori nucleoni accresce le dimensioni del nucleo ma non la sua energia media di legame per nucleone.

La forza nucleare, garantendo la coesione del nucleo, è essenzialmente attrattiva. Diffusioni su nuclei con particelle di alta energia evidenziano tuttavia che le forze nucleari, al di sotto di un certo raggio d'azione, hanno caratteristiche fortemente repulsive, e ciò è attribuito alla struttura a quark dei nucleoni, e spiega anche perché un nucleo non collassi sotto l'azione della forza nucleare.

La forza nucleare percepita da un nucleone in moto verso il centro del nucleo può essere grezzamente schematizzato come dovuta a un'energia potenziale a forma di buca quadrata come in figura.

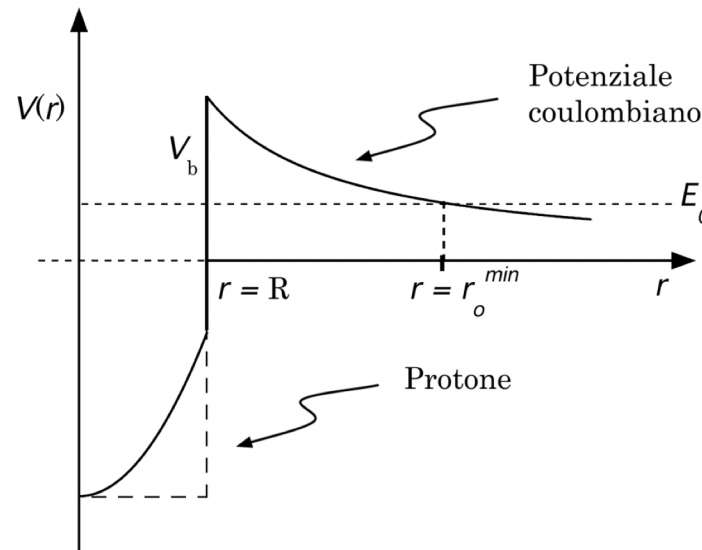
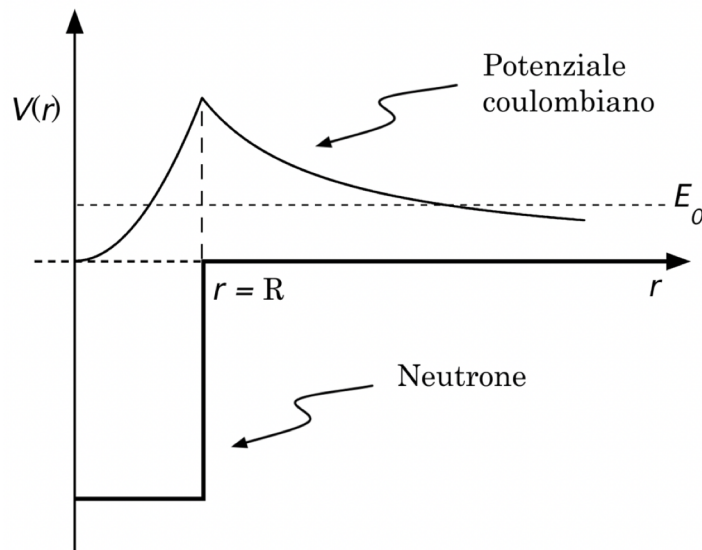


Per sondare il potenziale nucleare a distanze dell'ordine dell'estensione δ del core repulsivo servono particelle incidenti con energie alte, superiori a qualche centinaio di MeV.

Quando si trattano fenomeni caratterizzati da basse energie si può dunque trascurare la parte repulsiva e approssimare il potenziale nucleare con una semplice buca quadrata.

Naturalmente la densità di materia nucleare e le forze nucleari non s'interrompono bruscamente a una certa distanza R , e il potenziale a buca quadrata è solo un grezzo approccio alla descrizione di effetti di carattere generale della forza nucleare.

Esso è più appropriato per descrivere l'effetto su neutroni incidenti che non su protoni o nuclei incidenti, che risentono anche l'effetto repulsivo coulombiano degli altri protoni del nucleo e sono quindi più sensibili alla forma della zona periferica della buca di potenziale.



Schematizzazione del potenziale nucleare per particelle incidenti di bassa energia cinetica e neutre, a sinistra cariche, a destra di bassa energia. Il core repulsivo non è qui indicato ma si tiene conto del potenziale coulombiano.

Da un punto di vista quantistico questo suggerisce che un sistema fisico quale un nucleo debba presentare una struttura con livelli energetici discreti e conseguentemente stati legati del tipo di quanto trovato per gli atomi.

La presenza di questi stati quantistici nucleari e delle possibili transizioni fra essi, sono state confermate da una molteplicità di risultati sperimentali, sia con esperimenti di diffusione che con lo studio degli spettri energetici delle emissioni radioattive.

Nuclei speculari

Un altro modo proficuo di indagine sulle proprietà e dimensioni dei nuclei viene dallo studio dei cosiddetti «nuclei speculari», cioè isobari che si differenziano per lo scambio fra i corrispondenti numeri di protoni e neutroni come ad esempio $^{15}_8\text{O}$ e $^{15}_7\text{N}$.

Tramite reazioni di p e n su nuclei, si ha che una volta apportate le correzioni per gli effetti coulombiani, la forza fra due neutroni risulta sostanzialmente la stessa che fra due p , o fra p ed n . Si ha quindi una sostanziale **indipendenza dalla carica elettrica** della forza nucleare.

Se si immagina di «spegnere» l'effetto del campo coulombiano, p ed n dovrebbero dunque, secondo quest'ipotesi, comportarsi in modo indistinguibile per la loro interazione nucleare, analogamente a quanto succede per due elettroni di spin opposti, nello stesso orbitale ma in assenza di un campo magnetico esterno.

In tal caso i due stati risultano degeneri in energia finché non si applichi il campo magnetico esterno che definendo una direzione privilegiata rimuove la degenerazione.

Similmente si pensa a p ed n come due stati degeneri in massa per effetto di una qualche simmetria dell'interazione forte e la si chiama **simmetria di spin isotopico forte**. Si vedrà che la presenza delle forze elettromagnetiche e deboli "rompe" in effetti questa simmetria e quindi la degenerazione in massa, permettendo di distinguere fra p ed n .

Ciò ha portato a introdurre il concetto di **spin isotopico** o **isospin**, un numero quantico che qui caratterizza p ed n come due diversi stati di una medesima particella, il **nucleone**.

Questo suggerisce un altro modo per stimare le dimensioni della distribuzione di carica elettrica di un nucleo.

Data la differenza fra le energie di legame di due nuclei speculari, nelle ipotesi che sia dovuta interamente alle diverse energie potenziali coulombiane fra i protoni dei due nuclei, supposto ogni nucleo come una sfera uniformemente carica di raggio R si ha per l'en. potenziale

$$E_C = \frac{1}{2} \left[\int_0^R r^2 E_i^2(r) dr + \int_R^\infty r^2 E_e^2(r) dr \right]$$

dove E_i ed E_e rappresentano il campo elettrico dentro e fuori dal nucleo, inteso come una sfera di raggio R . Sostituendo si ha

$$\begin{aligned} E_C &= \frac{(Ze)^2}{8\pi\epsilon_0} \left[\int_0^R \frac{r^4}{R^6} dr + \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} \right] = \frac{(Ze)^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{5R} + \frac{1}{R} \right) = \\ &= \frac{3}{20\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{4\pi\epsilon_0 R} \end{aligned}$$

Nell'ipotesi che le dimensioni radiali di un nucleo dipendano da A come $R = R_0 A^{1/3}$, si può assumere che i due nuclei speculari abbiano stesso raggio R , quindi, per grandi valori di Z , la differenza fra le energie di legame si scrive

$$\Delta E_C = \frac{3}{20\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R} \left[Z^2 - (Z-1)^2 \right] \simeq \frac{3}{10\pi\epsilon_0} \frac{e^2 Z}{R_0 A^{1/3}}$$

Se ΔE è sufficientemente grande il nucleo con Z maggiore decade β^+ nel nucleo con Z minore emettendo un positrone e^+ , dalla misura dell'energia del quale si può risalire alla differenza d'energia di legame e di conseguenza ricavare R_0 , che anche in questi casi risulta consistente con quanto ottenuto negli altri modi.

La formulazione di una *teoria del nucleo*, capace di interpretare la molteplicità dei fenomeni osservati e organizzarli logicamente è un obiettivo perseguito ma non ancora raggiunto.

Lo studio delle proprietà statiche e dinamiche del nucleo atomico coinvolge la soluzione di un complicato problema quantistico a più corpi: un nucleo contiene tipicamente troppi nucleoni per poter sperare di descriverne la struttura e le interazioni con particelle o altri nuclei risolvendo le equazioni del moto collettivo dei nucleoni, ma contemporaneamente contiene un numero ancor troppo piccolo di nucleoni per poter applicare senza riserve i metodi statistici.

Queste due opposte circostanze hanno congiuntamente concorso allo sviluppo di modelli ad hoc per la descrizione di particolari aspetti della fenomenologia nucleare. La mancanza di un'unità concettuale che questo comporta è largamente compensata dagli importanti chiarimenti forniti dalla modellistica nucleare nell'analisi e interpretazione dei risultati sperimentali: i modelli nucleari, anche se spesso fra loro contraddittori e mutuamente inconciliabili, si completano parzialmente a vicenda e forniscono premesse per una possibile sintesi delle conoscenze acquisite che dovrebbe basarsi sull'opportuna applicazione delle interazioni fondamentali fra quark.

Ogni modello nucleare si fonda su una più o meno accentuata idealizzazione della realtà allo scopo di individuare, in uno schema teorico semplificato, gli elementi fisici essenziali per interpretare una certa classe di risultati sperimentali. La schematizzazione da cui trae origine il modello implica inevitabilmente la ricerca di un opportuno compromesso fra l'esigenza del rigore matematico e la realistica opportunità di procedere a semplificazioni, anche drastiche, quando fisicamente giustificabili.