

G.V. MARGAGLIOTTI

**Appunti di
Introduzione alla Fisica
Nucleare e Subnucleare
a.a. 2018/19**

2018

Indice

1	Preambolo	11
1.1	I costituenti fondamentali della materia	12
1.2	Elementarità	15
1.3	Le interazioni fondamentali	15
1.4	Simmetrie e leggi di conservazione	17
1.5	La sperimentazione	18
1.6	Unità di misura	19
2	Acceleratori di particelle e nuclei	23
2.1	Acceleratori a caduta di potenziale	26
2.2	Acceleratori lineari	30
2.3	Orbite in campi magnetici	31
2.4	Il betatrone	37
2.5	Il ciclotrone	43
2.6	Il sincrotrone e il proto-sincrotrone	46
3	I raggi cosmici	51
3.1	Alcune caratteristiche dei raggi cosmici	53
3.2	Meccanismi d'accelerazione alla Fermi	56
4	Il nucleo atomico	61
4.1	Nomenclatura	64
4.2	Tabella dei nuclidi	65
4.3	Proprietà del nucleo atomico	67
4.3.1	Masse dei nuclei	67
4.3.2	Misura di masse nucleari con metodi spettrometrici	68
4.3.3	Misura di masse nucleari tramite reazioni nucleari	71
4.3.4	Abbondanza degli elementi	74
4.3.5	Spin dei nuclei	76
4.3.6	Parità e nuclei	79
4.3.7	Natura delle forze nucleari e dimensioni dei nuclei	80
4.3.8	Modello a goccia e formula di Weizsäcker	89
4.3.9	Momenti elettrici e magnetici dei nuclei	97

4.3.10	Misure dei momenti elettrici e magnetici dei nuclei . . .	106
4.3.11	Isospin	108
4.3.12	Ricapitolando	112
5	La stabilità dei nuclei	115
5.1	Generalità sulla radioattività, ovvero sui decadimenti nucleari	117
5.2	Radioattività α	120
5.2.1	Soglia di instabilità	126
5.2.2	Teoria del decadimento α	127
5.3	Approccio perturbativo ai decadimenti	132
5.4	Radioattività β	137
5.4.1	Conversione interna	137
5.4.2	Decadimento β	138
5.4.3	Regole di Sargent	145
5.4.4	Teoria di Fermi del decadimento β	146
5.5	Radioattività γ	154
5.6	Cinematica relativistica del decadimento in due corpi	158
5.7	Fissione nucleare	162
6	Statistica dei decadimenti radioattivi	173
6.1	Decadimento radioattivo di una sola sostanza	173
6.2	Decadimento radioattivo di più sostanze	176
6.3	Tecniche radioattive di datazione	182
7	Processi d'urto	189
7.1	Sezioni d'urto: introduzione operativa	193
7.2	Invarianti cinematici	202
7.3	Cinematica per urti di particelle leggere su particelle massive	207
7.4	La sezione d'urto di Rutherford: approccio classico	210
7.4.1	I risultati dell'esperimento di Rutherford	216
7.5	Approccio quantistico al concetto di sezione d'urto	220
7.6	La sezione d'urto di Rutherford: approccio quantistico	222
7.7	Sezioni d'urto e spin	227
7.8	La sezione d'urto di Mott	228
7.9	Misure dei fattori di forma (elettrici)	230
8	Reazioni nucleari	237
8.1	Leggi di conservazione	238
8.2	Condizioni sperimentali	239
8.3	Energetica delle reazioni nucleari	239
8.4	Diffusione da potenziale nucleare	245
8.5	Diffusione in onde parziali	248
8.6	Interazioni neutroni-nuclei	252
8.7	Reazioni con formazione del nucleo composto	257

8.8	Reazioni dirette	258
8.9	Reazioni di risonanza	259
9	Particelle: una storia avvincente	261
9.1	Il periodo pionieristico (1897-1932)	261
9.2	Il fotone (1900-1924)	263
9.3	I mesoni π (1934-1947)	266
9.4	Le antiparticelle (1930-1956)	267
9.5	Neutrini (1930-1962)	271
9.6	Particelle strane (1947-1960)	277
9.7	La via dell'ottetto (1961-1964)	282
9.8	Il modello a quark (1964)	285
9.9	La rivoluzione di novembre e le sue conseguenze (1974 - 1983 e 1995)	291
9.10	I bosoni vettori intermedi (1983)	295
9.11	Diagrammi di Feynman	297
9.12	Urti e risonanze	301
10	Caratteristiche e numeri quantici delle particelle	309
10.1	La massa dei pioni carichi	309
10.2	La vita media dei pioni carichi	310
10.3	Lo spin dei pioni	312
10.4	La parità dei pioni	314
10.4.1	Il pione neutro π^0	315
11	Diffusione elastica su nucleoni	319
11.1	Fattori di forma dei nucleoni	320
11.2	Diffusione quasi-elastica	326
11.3	Dimensioni di pioni e Kaoni	330
12	Diffusione profondamente anelastica	333
12.1	Stati eccitati dei nucleoni	334
12.2	Funzioni di struttura	337
12.3	Il modello a partoni	342
12.4	La struttura a quark dei nucleoni	344
12.5	Le funzioni di struttura nell'ambito del modello a partoni	346
12.5.1	Carica dei quark e diffusione anelastica $\nu + N$	351
12.6	Un certo livello di insoddisfazione	353
13	Quark, gluoni e l'interazione forte	355
13.1	Quark e adroni	355
13.2	Interazione fra quark e gluoni	357
13.3	Violazioni di scala per le funzioni di struttura	363
13.4	Effetti nucleari nella diffusione profondamente anelastica	367

13.5	I risultati della diffusione profondamente anelastica	369
14	-* Produzione di particelle in urti e^+e^-	371
14.1	Produzione di coppie leptoniche	373
15	-* Fenomenologia delle interazioni deboli	375
16	-* Bosoni di scambio delle interazioni deboli e bosone di Higgs	377
17	Stati adronici legati: quarkonia	379
17.1	Il charmonio	381
17.2	Il potenziale quark - antiquark	384
18	-* Mesoni	389
19	Barioni	391
19.1	Produzione e rivelazione di barioni	391
19.2	-* Multipletti barionici	395
19.3	-* Masse dei barioni	395
19.4	-* Momenti magnetici	395
19.5	-* Decadimenti semileptonici dei barioni	395
19.6	Limiti del concetto di quark costituenti	395
20	Concetti di dinamica delle particelle elementari	399
20.1	Elettrodinamica quantistica (QED)	400
20.2	Cromodinamica quantistica (QCD)	405
21	Il Modello Standard	415
22	La forza nucleare	421
22.1	Sistema legato nucleone-nucleone	422
22.1.1	La diffusione nucleone-nucleone	422
22.1.2	*- Il deutone	427
22.2	Analogia atomico-molecolare	429
22.3	Il potenziale di Yukawa	431
23	La struttura dei nuclei	437
23.1	Modello a gas di Fermi	438
23.2	Ipernuclei	441
23.3	-* Il modello a shell	442
24	Termodinamica nucleare	443
24.1	-* Descrizione termodinamica di un nucleo	446
24.2	-* Nucleo composto e caos quantistico	446
24.3	-* Fasi della materia nucleare	446

25 Particelle e termodinamica nell'universo primordiale	447
26 Evoluzione stellare e sintesi degli elementi	457
26.1 Fusione nucleare	458
26.1.1 -* Bruciamento dell'idrogeno	464
26.1.2 -* Bruciamento dell'elio	464
26.1.3 -* Bruciamento del ferro	464
26.1.4 -* Sintesi elementi pesanti	464
27 Esercizi	465
27.1 Esercizi da inserire	465
27.2 Esercizi Capitolo 2	465
27.2.1 Esercizio 2 _ 1: Massimo potenziale ottenibile da una configurazione Crockroft_Walton	465
27.3 Esercizi Capitolo 4	466
27.3.1 Esercizio 4 _ 1: Spin del protone	466
27.4 Esercizi Capitolo 5	468
27.4.1 Esercizio 5 _ 1: Decadimento α del ^{240}Pu	468
27.5 Esercizi Capitolo 6	470
27.5.1 Esercizio 6 _ 1: Convertitore termoelettrico a plutonio	470
27.5.2 Esercizio 6 _ 2: Radon in una ambiente chiuso	471
27.5.3 Esercizio 6 _ 3: Attività specifica di un preparato con ^{89}Sr	473
27.5.4 Esercizio 6 _ 4: Vite medie dei componenti di una miscela	474
27.5.5 Esercizio 6 _ 5: Intensità di un fascio di neutroni in funzione della distanza dalla sorgente	476
27.5.6 Esercizio 6 _ 6: Vita media del ^{239}Pu	477
27.5.7 Esercizio 6 _ 7:	479
27.5.8 Esercizio 6 _ 8:	480
27.5.9 Esercizio 6 _ 9:	481
27.6 Esercizi Capitolo 7	483
27.6.1 Esercizio 7 _ 1: Variabili di Mandelstam	483
27.6.2 Esercizio 7 _ 2: Sezione d'urto in funzione del para- metro d'urto "b"	483
27.6.3 Esercizio 7 _ 3: Fattore di forma elastico per un nucleo	485
27.6.4 Esercizio 7 _ 4:	487
27.7 Esercizi Capitolo 13	488
27.7.1 Esercizio 13 _ 1:	488
27.7.2 Esercizio 13 _ 2:	489
27.7.3 Esercizio 13 _ 3:	490
A La scoperta del neutrone	491

B	Momenti elettrici dei nuclei	495
C	Decadimento alfa, calcolo ...	501
	C.0.1 Ruolo del momento angolare	503
D	Richiami di Relatività ristretta	505
	D.1 Coordinate parallele e trasverse	508
	D.2 Legge relativistica del moto di una particella	510
E	Diffusione Compton	513
F	Stato finale in tre corpi	517
G	Esperimento di Conversi, Pancini e Piccioni	521
H	Decadimenti e leggi di conservazione	525
I	Leggi di conservazione e loro violazioni	531
J	Esperimenti sulla scoperta dei neutrini	533
K	Ex Modern understanding of isospin - da Wiki	539
L	Legge di Moseley	541

Capitolo 1

Preambolo

La vastità degli argomenti concernenti la fisica nucleare e subnucleare suggerisce di affrontarne lo studio in modo misto, con un approccio che non sia solo guidato dalla progressione cronologica delle scoperte sperimentali e/o delle sintesi teorico/modellistiche, ma tenga conto di entrambi, considerando lo stato attuale delle conoscenze sull'argomento, cioè il cosiddetto Modello Standard nella sua globalità, come filo conduttore, con alcune incursioni su importanti applicazioni e su cosa ancora non rientra nel Modello Standard. Su alcuni argomenti si ritornerà più volte, con gradualità e successivi approfondimenti, e comunque non tutto sarà trattato in modo completo ed esaustivo. In alcuni casi il motivo è che non esiste ancora una *sistemazione definitiva e stabile* di quanto concerne il mondo nucleare e subnucleare; in altri si tratterà dell'omissione di parti necessariamente legata alla limitatezza del tempo disponibile e conseguente ad una scelta di argomenti che costituiscano in ogni caso un percorso coerente per quello che è comunque un insegnamento introduttivo.

La base concettuale e gli strumenti matematici necessari allo studio dei processi in cui sono coinvolti nuclei e particelle si fondano per la gran parte sulla meccanica quantistica, sulla relatività ristretta e sull'elettromagnetismo, con importanti utilizzi della fisica statistica.

Con la Fisica Nucleare e Subnucleare si studiano le proprietà individuali e collettive di particelle e nuclei atomici e i processi in cui essi sono, in vario modo, implicati.

Questi processi possono coinvolgere una singola particella o nucleo, o essere provocati dal concorso di più particelle o nuclei. Nel primo caso si tratta della *propagazione* di una particella libera, o del *decadimento*, in cui una particella o un nucleo si trasformano spontaneamente in altre particelle o nuclei. Nel secondo caso si tratta di *reazioni nucleari* provocate dall'interazione di una particella o di un nucleo, con altre particelle, o nuclei.

È poi importante osservare che la descrizione di molecole e atomi si avvale della meccanica quantistica non relativistica, anche in quanto le strutture

costituenti le molecole (atomi) e gli atomi (nuclei ed elettroni atomici), si muovono, nelle strutture che costituiscono, con velocità tipicamente molto inferiori a quella della luce nel vuoto e le energie cinetiche che caratterizzano tali moti sono molto inferiori agli equivalenti energetici delle masse delle strutture coinvolte. Ciò vale per lo più anche per i componenti dei nuclei, i nucleoni, all'interno dei nuclei stessi.

I costituenti delle particelle adroniche (quark e gluoni) si muovono invece a velocità molto alte, prossime a c , e le energie cinetiche che caratterizzano il loro moto sono dell'ordine o maggiori agli equivalenti energetici delle loro masse, per cui non si può prescindere da un approccio relativistico nel descriverne la fenomenologia.

Compendi e richiami di alcuni fondamentali argomenti propedeutici, e lo svolgimento completo di alcuni calcoli relativi ad argomenti trattati, sono presentati in appendice allo scopo di non appesantire il filo conduttore.

1.1 I costituenti fondamentali della materia

La ricerca dei mattoni fondamentali della materia ha condotto alla scoperta di strutture sempre più piccole che sono via via risultate essere a loro volta sistemi composti da strutture ancora più piccole. Alla fine del 19° secolo si era ormai convinti che la materia fosse composta da atomi. L'esistenza di un centinaio di elementi diversi che mostravano proprietà periodicamente ricorrenti, era però una chiara indicazione del fatto che anche gli atomi possedessero una struttura interna e non fossero *indivisibili*.

Il moderno concetto di atomo si sviluppò agli inizi del 20° secolo grazie soprattutto ai risultati degli esperimenti effettuati da Rutherford, Geiger e Madsen.

Un atomo è composto da un nucleo denso circondato da una nuvola di elettroni. Il nucleo è a sua volta scomponibile in costituenti più piccoli detti *nucleoni*, e questi sono di due tipi: *protoni* e *neutroni*.

Prima della scoperta del neutrone¹ da parte di Chadwick², nel 1932, si pensava che i nuclei contenessero protoni ed elettroni, ma che questi ultimi non possano essere annoverati fra i costituenti dei nuclei si deduce, come si vedrà, anche da considerazioni basate sulla combinazione di conservazione della carica e dello spin, oltre che da una analisi quanto-meccanica dell'ipotetico nucleo con elettroni quali componenti.

Nel 1928 Dirac, lavorando a un'estensione della meccanica quantistica che coniugasse l'equazione di Schrödinger con la relatività ristretta, formulò un'equazione che prevede, come soluzioni, anche elettroni di energia nega-

¹Si veda l'Appendice A.

²J.Chadwick "Possible Existence of a Neutron" - Nature 129 (1932) 312. L'esistenza del neutrone come elemento costituente il nucleo atomico assieme al protone fu suggerita da E.Rutherford nel 1920.

tiva. Nel 1931, sempre Dirac, concluse che le nuove strutture previste dalla sua equazione andavano interpretate come elettroni che si muovessero *a ritroso* nel tempo, ovvero equivalentemente, come delle nuove particelle che si muovono nel solito modo, rispetto al tempo, ma posseggono carica elettrica opposta a quella dell'elettrone, essendo per il resto uguali a quest'ultimo. Vennero chiamate *positroni*, o anche *anti-elettroni*. Queste nuove particelle, anzi *anti-particelle*³, furono scoperte l'anno successivo da Anderson, e quindi da Blackett e Occhialini fra i prodotti delle interazioni dei raggi cosmici⁴ con l'atmosfera terrestre.

Il concetto di *antiparticella* si estese anche alle altre particelle note o via via previste, trovando costante riscontro nella loro individuazione sperimentale (l'antiprotone fu ad esempio scoperto da Segrè e Chamberlain nel 1955).

Oggi si assume che ad ogni particella sia associata un'antiparticella (talvolta le due coincidono, come nel caso del fotone, ad esempio), e inoltre un'antiparticella è caratterizzata dall'averne massa, spin e vita media uguali, carica elettrica, momento magnetico, numero barionico, leptonico o altro numero quantico uguali in valore assoluto ma di segno opposto rispetto alla particella associata. Il positrone è la sola antiparticella ad avere un nome specifico, per il resto vengono indicate dal prefisso "anti". Il simbolo utilizzato per indicare un'antiparticella è solitamente lo stesso che designa la corrispondente particella, ma con una barretta posta sopra il simbolo. Non è casuale l'analogia con l'indicazione di una quantità complessa coniugata, data la coniugazione fra la funzione d'onda associata a una particella e quella associata alla sua antiparticella.

Pauli, nel 1930, postulò l'esistenza di un'ulteriore particella, chiamata poi *neutrino*, allo scopo di conciliare il rispetto delle leggi di conservazione di energia, impulso e momento angolare, con gli allora recenti risultati dello studio del *decadimento β* .

Nei decenni successivi, con l'avvento e il successivo sviluppo degli acceleratori di particelle, si trovò che protoni e neutroni sono i due membri più leggeri di una numerosa famiglia di particelle dette *adroni*. Ad oggi se ne conoscono più di 200 e come fu per gli atomi, possono essere classificati in gruppi caratterizzati da proprietà simili.

Apparve dunque chiaro che essi non potessero essere considerati costituenti fondamentali della materia e fu verso la fine degli anni '60 del 20° secolo che col modello a quark si riuscì a mettere ordine in questo zoo di adroni. Ogni adrone può essere descritto come un'opportuna combinazione di due o tre quark.

Un'idea schematica delle scale dimensionali che caratterizzano le diverse gerarchie della struttura della materia allo stato attuale delle conoscenze è

³Per antiparticelle e Dirac si veda: P.A.M. Dirac, Theory of electrons and positrons, Nobel Lecture, Dec. 12, 1933

⁴Si veda il paragrafo 9.4

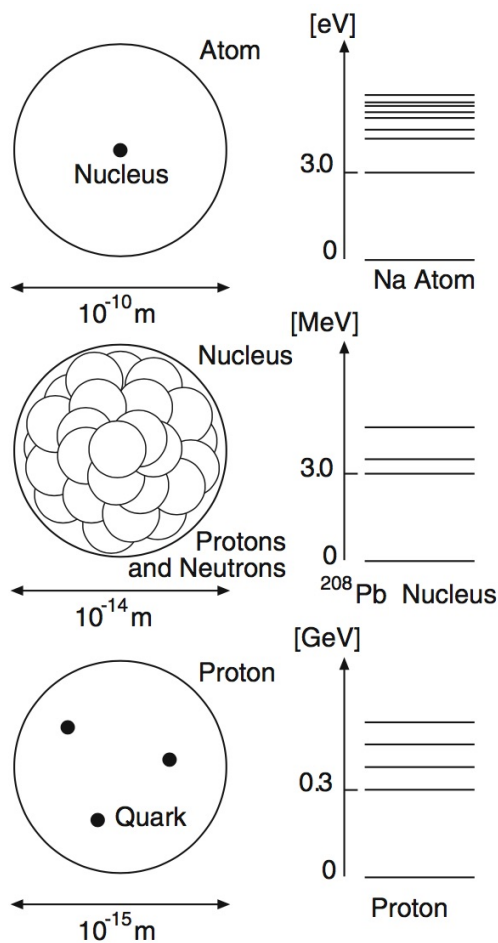


Figura 1.1: Illustrazione delle scale dimensionali tipiche del mondo atomico, nucleare e subnucleare

illustrata in figura 1.1.

I due tipi di mattoni costitutivi la materia ad oggi considerati fondamentali sono i *leptoni* che comprendono elettroni e neutrini, e i *quark*. Esperimenti di diffusione hanno mostrato per essi un limite superiore dimensionale pari a 10^{-18} m, ovvero praticamente puntiformi se confrontati ad esempio con i protoni che hanno dimensioni lineari dell'ordine di 10^{-15} m.

Leptoni e quark hanno spin $1/2$, e sono quindi dei fermioni.

Contrariamente a quanto avvenuto per atomi, nuclei e adroni, non si sono osservati stati eccitati di leptoni o quark, per cui si suppone ad oggi che essi siano particelle effettivamente elementari.

Il loro numero comunque non è piccolo: si conoscono sei diversi tipi di leptoni e sei diversi tipi di quark, con le loro rispettive antiparticelle, per un totale di 24. Essi sono raggruppati in quelle che vengono chiamate *generazioni* o

famiglie, secondo alcune loro caratteristiche comuni.

1.2 Elementarità

È importante chiarire quale sia il criterio con cui stabilire che un sistema fisico osservato è un oggetto elementare, cioè privo di struttura interna e che si comporta a tutti gli effetti come un punto materiale, nel senso che non può assorbire energia dall'esterno trasformandola in energia interna. Tutta l'energia trasferita dall'esterno a una particella elementare si deve quindi ritrovare come energia cinetica di quest'ultima. Se il sistema ha gradi di libertà interni, parte dell'energia trasferita può eccitarli, per cui l'energia cinetica associata al moto del baricentro del sistema non dà conto di tutta l'energia trasferita.

Nel descrivere il mondo microscopico non si può prescindere dalle leggi della meccanica quantistica, per cui l'energia dei gradi di libertà interni di una particella non si distribuisce in modo continuo, ma può assumere solo una serie discreta di valori, E_0, E_1, E_2, \dots . Quindi per mettere in luce l'esistenza di gradi di libertà interni e determinare di conseguenza l'eventuale natura composta di una particella, si deve trasferire un'energia almeno pari alla soglia $E_s = E_1 - E_0$. Sondando la particella con energie inferiori ad E_s , essa si comporta a tutti gli effetti come elementare. Per questo motivo lo studio della struttura interna delle particelle richiede energie sempre più elevate.

Una conseguenza inevitabile è anche che il carattere *elementare* di una particella non può essere definitivamente *dimostrato sperimentalmente*: quanto si può affermare è soltanto che fino a una certa scala d'energia la particella in esame si comporta come una particella elementare.

In base a queste considerazioni è possibile stabilire che una particella non è elementare anche senza essere in grado di osservarne i componenti, semplicemente sulla base della sua capacità di assorbire energia per eccitazione dei modi interni.

1.3 Le interazioni fondamentali

Le interazioni fra particelle e nuclei hanno luogo in base ai tipi di *forze* che agiscono fra essi in natura. Queste sono la *forza gravitazionale* che per la sua debole intensità può essere trascurata ai fini dei fenomeni che coinvolgono nuclei e particelle, tranne nel caso di particolari strutture cosmiche (stelle ai neutroni, buchi neri, ...), la *forza elettromagnetica*, la *forza debole*, coinvolta nei decadimenti β , e la *forza forte* che lega fra loro i quark a formare ad esempio protoni e neutroni. La forza che lega fra loro i nucleoni a formare i nuclei, detta anche *forza nucleare*, non è una forza fondamentale ma piuttosto un effetto secondario della forza forte e può in un certo qual modo essere paragonata concettualmente alle forze *chimiche* che altro non sono se non

una forma di interazioni elettromagnetiche che legano gli atomi a formare molecole.

Secondo l'attuale modo di vedere, le interazioni fra particelle sono mediate dallo scambio di *bosoni vettori*, particelle con spin 1. Essi sono i *fotoni* per l'interazione elettromagnetica, i *gluoni* per le interazioni forti, i bosoni W^+ , W^- e Z^0 per le interazioni deboli. I diagrammi in figura 1.2 mostrano esempi di interazioni fra due particelle tramite lo scambio di bosoni vettori; leptoni e quark sono rappresentati da linee dritte, i fotoni da linee ondulate, i gluoni da linee ad elica, i bosoni vettori dell'interazione debole da linee tratteggiate. A ognuna di queste interazioni è associata una tipologia di

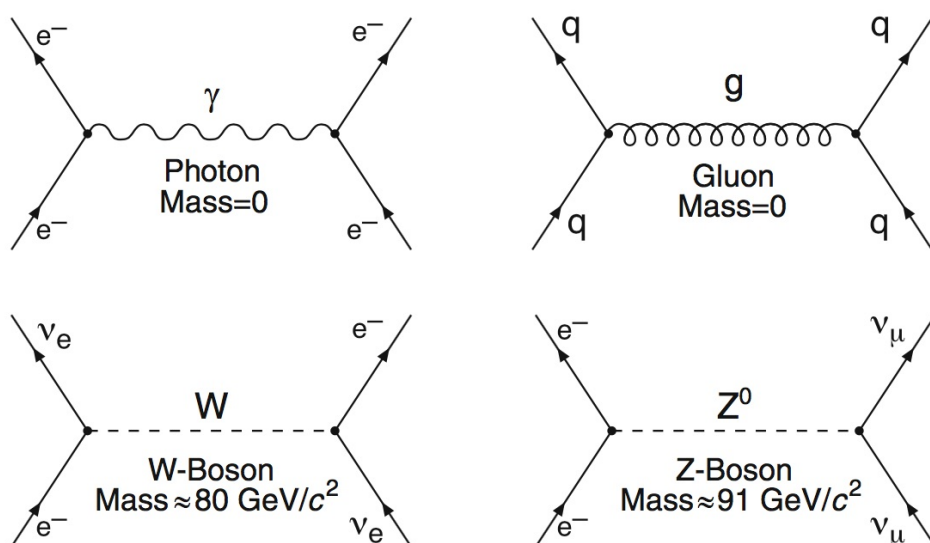


Figura 1.2: Diagrammi illustrativi dell'interazione fra particelle tramite lo scambio di bosoni vettori.

carica che la percepisce: la carica elettrica, la carica debole e la carica forte. Quest'ultima è anche detta *carica di colore* o brevemente *colore*. Si assume quindi che una particella possa sentire gli effetti di una particolare forza se e soltanto se trasporta la carica corrispondente:

- la carica debole è trasportata sia dai leptoni che dai quark;
- la carica elettrica è trasportata dai quark e da alcuni leptoni;
- la carica di colore è trasportata dai quark ma non dai leptoni.

I bosoni vettori mediatori dell'interazione debole sono molto pesanti ($m_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$ e $m_Z \approx 91 \text{ GeV}/c^2$)⁵, e in base al principio di indeterminazione di Heisenberg se ne deduce che possono essere prodotti solo come particelle

⁵Si veda il successivo paragrafo 1.6, sulle unità di misura tipiche del mondo nucleare e subnucleare.

virtuali, prodotti intermedi di vita brevissima che si manifestano in processi d'urto o di decadimento. Da ciò discende il brevissimo raggio d'azione dell'interazione debole.

Essendo invece il fotone privo di massa, ne deriva un raggio d'azione infinito per l'interazione elettromagnetica.

I gluoni hanno massa nulla come i fotoni, ma mentre questi ultimi non trasportano carica elettrica, i gluoni trasportano invece carica di colore. Essi quindi interagiscono fra loro e ciò conduce a una riduzione del loro raggio d'azione efficace sino a valori compatibili con le dimensioni tipiche di un componente del nucleo, protone o neutrone, detto genericamente nucleone.

Il corto raggio d'azione delle interazioni debole e forte, unitamente alla sostanziale neutralità elettrica della materia, quando non perturbata, fa sostanzialmente sì che nuclei e particelle possano essere considerati alla stregua di sistemi fisici isolati, per i quali valgono quindi le varie leggi di conservazione.

Capitolo 4

Il nucleo atomico

Se si vuole individuare una "data di nascita" per la fisica nucleare va scelto il 1896, l'anno in cui H. Becquerel osservò che una lastra fotografica vergine e protetta dalla luce, era stata "impressionata" da radiazioni emanate da frammenti di minerale d'uranio, scoprendo in tal modo, accidentalmente, la radioattività.

Nel 1904 J.J. Thomson, che sette anni prima aveva scoperto l'elettrone, propose un modello di atomo in cui immaginava che il volume dell'atomo stesso fosse costituito da una distribuzione diffusa di carica positiva nella quale erano immerse le cariche negative elettroniche in modo simile a come lo sono *le uvette candite in un panettone* e tali da rendere l'atomo elettricamente neutro nella sua globalità.

Nel 1909 E. Rutherford ideò e sovrintese l'esperimento che porta il suo nome, ma fu eseguito da H.W. Geiger ed E. Marsden¹, in cui bombardando con particelle α un bersaglio costituito da un sottile foglio d'oro, si voleva sottoporre ad analisi il modello di Thomson. Sorprendentemente la diffusione osservata di particelle α contraddiceva l'ipotesi di Thomson, mostrando che l'attraversamento del bersaglio d'oro produceva un numero di particelle α deviate ad angoli grandi più elevato di ben 5 ordini di grandezza rispetto a quanto si potesse prevedere da semplici fluttuazioni statistiche basate sull'ipotesi dell'atomo alla Thomson. Fu appunto Rutherford che analizzando i risultati dell'esperimento, nel 1911 propose che ciò fosse dovuto al fatto che l'atomo non va considerato alla stregua di un *panettone* ma piuttosto di una specie di *sistema planetario*, con le cariche positive concentrate in un *nucleo* piccolo, duro e massivo, posto al centro e gli elettroni, molto leggeri, che orbitano attorno a questo nucleo sottoposti al suo potenziale elettrico coulombiano.

La stima delle dimensioni tipiche del nucleo che Rutherford ottenne, $10^{-15} \div 10^{-14}$ m, lo portò ad affermare che un atomo è sostanzialmente *vuoto*, essendo le dimensioni tipiche delle *orbite atomiche* dell'ordine di 10^{-10} m.

¹Si veda il paragrafo 7.4

La constatata *durezza* del nucleo lo portò poi a proporre un'immagine strutturale *naïf* ma per molti versi estremamente realistica, in cui lo si immagina come costituito da un raggruppamento di sferette quasi rigide (nucleoni), a massimo impacchettamento, da cui la forma che tende ad una sfera all'aumentare del numero A di nucleoni, di volume direttamente proporzionale ad A , per cui il raggio R di questa "sfera" risulta proporzionale alla radice cubica del volume e di conseguenza anche ad $A^{1/3}$:

$$R(A) = r_0 A^{1/3} \quad (4.1)$$

con r_0 parametro da determinarsi.

Un'ulteriore conferma sperimentale al modello atomico, con carica concentrata nel nucleo come multiplo intero di cariche positive protoniche, venne anche dalle misure di H. Moseley che nel 1913 pubblicò un lavoro contenente la sua famosa "legge empirica" che correla i numeri atomici Z degli elementi con la frequenza ν dei raggi X emessi (si veda la figura 4.1)

$$\sqrt{\nu} = k_1(Z - k_2) \quad (4.2)$$

Le costanti k_1 e k_2 dipendono dal tipo di riga d'emissione, e k_2 in particolare tiene conto dell'effetto di schermo attuato sulla carica Ze del nucleo dagli elettroni atomici delle *shell* più vicine al nucleo stesso. La legge di Moseley può essere direttamente dedotta dal modello atomico di Bohr che ha come cardine appunto l'ipotesi di un nucleo alla Rutherford per ogni atomo. È sufficiente partire dall'espressione per l'energia $E_{i,f}$ legata alla transizione fra uno stato quantico iniziale " i " e uno finale " f " di uno stesso atomo idrogenoide, ottenibile dal modello di Bohr

$$E_{i,f} = h\nu_{i,f} = E_i - E_f = \frac{m_e q_e^2 q_Z^2}{8h^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (4.3)$$

con m_e e q_e massa e carica dell'elettrone, ($q_Z = eZ$) carica del nucleo, h costante di Plank, ϵ_0 permittività elettrica del vuoto ed n_f e n_i numeri quantici dei livelli finale e iniziale. Introducendo, come fatto da Moseley, un fattore correttivo k_2 per la carica nucleare efficace che tenga conto, per gli atomi non idrogenoidi, dell'effetto di schermo dovuto agli elettroni atomici presenti sulle *shell* più vicine al nucleo, e raggruppando in un'unico termine moltiplicativo K_1^2 le restanti costanti, si ottiene

$$h\nu_{i,f} = E_i - E_f = K_1^2 (Z - k_2)^2 \quad (4.4)$$

da cui appunto la legge di Moseley, dividendo entrambi i membri per la costante h e prendendone la radice quadrata.

La verificata neutralità degli atomi ad un livello migliore di 10^{-18} cariche elettroniche confermò poi, entro quei limiti, la supposta uguaglianza fra i valori assoluti della carica elettrica di un protone e di un elettrone.

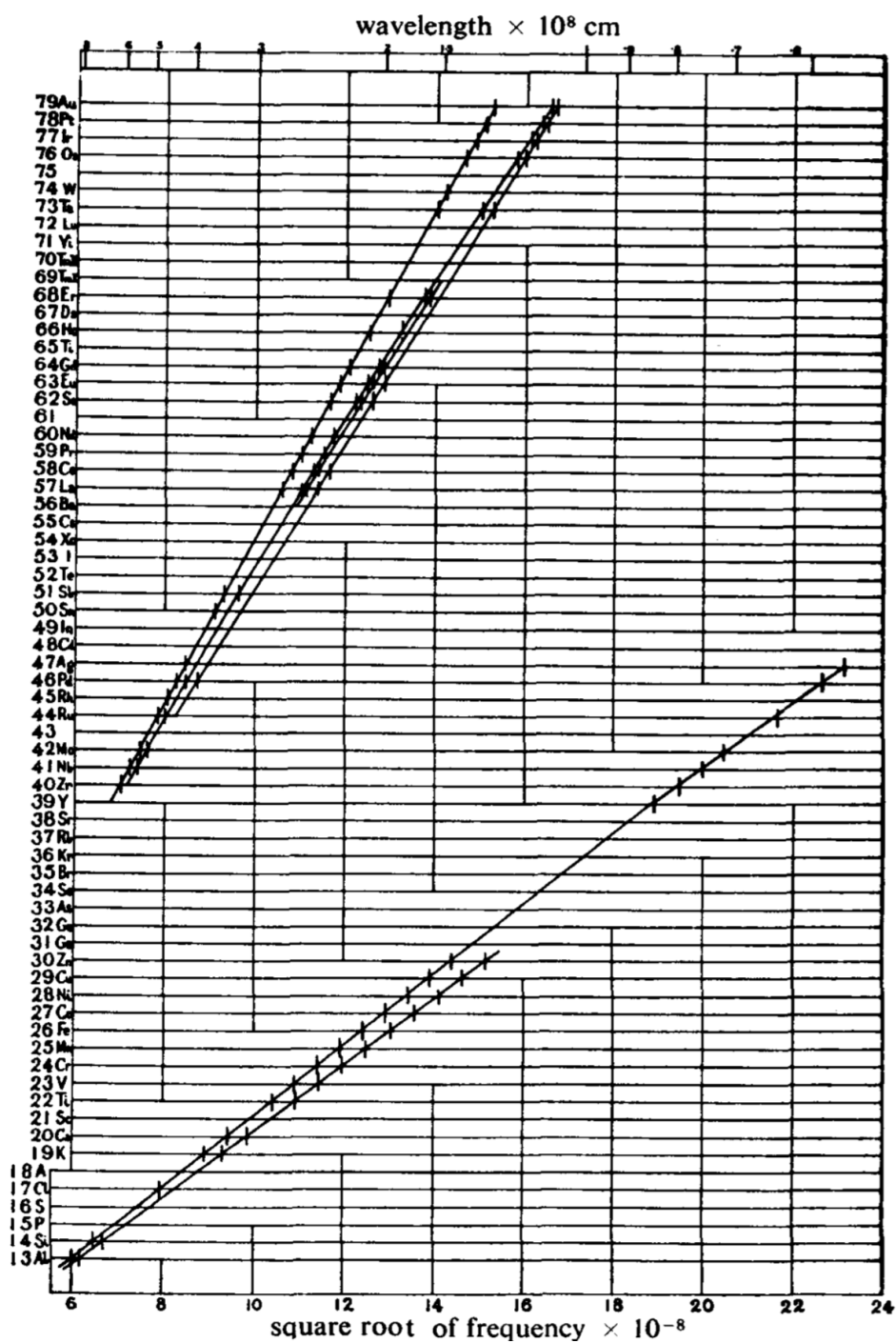


Figura 4.1: Relazione tra Z e $\sqrt{\nu}$, tratta dall'articolo originale di Moseley [Phil. Mag. 27(1914) 703].

4.1 Nomenclatura

Il nucleo di un generico atomo X è convenzionalmente indicato con A_ZX , con Z il numero atomico dell'atomo X ed A il numero di nucleoni contenuti nel suo nucleo. Il numero N di neutroni è $N = (A - Z)$. Un nucleo può anche essere indicato specificando il numero dei suoi neutroni come: A_ZX_N . Ogni diversa combinazione di Z e N , o Z e A , è detta *nuclide*.

La determinazione sperimentale di Z si attua per via chimica, per il tramite ad esempio di misure di spettromeria atomica o grazie alla legge di Moseley, rilevando la frequenza della riga caratteristica per l'emissione di raggi X .

La determinazione di A si basa sulla spettrometria di massa o sullo studio di reazioni nucleari, come descritto nei successivi paragrafi 4.3.2 e 4.3.3. In ogni nucleo, protoni e neutroni sono impacchettati in volumi le cui dimensioni sono dell'ordine di 10^{-44} m^3 , vanno cioè da poche unità ad alcune decine di fm^3 a seconda dei nuclei, con una densità media data da $\rho_0 \simeq 0.17$ nucleoni $\times \text{fm}^{-3}$.

Ogni protone ha carica elettrica di segno positivo pari, in valore assoluto, a quella di ogni elettrone ($q_p = 1.602176 \times 10^{-19} \text{ C}$); ogni neutrone è elettricamente neutro, ma possiede un momento magnetico intrinseco non nullo pari in modulo a oltre il 68 % di quello del protone, e questo è un chiaro indizio dell'esistenza di una struttura interna per il neutrone.

La sostanziale corrispondenza fra le masse di protone e neutrone, che differiscono l'una dall'altra per meno dell'1.4 %, è uno dei motivi che ha suggerito di introdurre il concetto di *nucleone* inteso come particella componente di un nucleo atomico, indifferentemente dal suo specifico stato di carica elettrica. Ogni atomo nello stato fondamentale è elettricamente neutro in quanto il suo nucleo è circondato da Z elettroni.

Nuclei con ugual numero Z di protoni ma diversi numeri N_i di neutroni, indicati con A_ZX , sono detti *isotopi* e gli atomi cui appartengono hanno proprietà chimiche simili.

Due nuclei con lo stesso numero totale A di nucleoni, ma con diversi numeri Z e Z' di protoni, indicati con A_ZX e ${}^A_{Z'}X$, sono detti *isobari*.

Nuclei con ugual numero di neutroni sono invece detti *isotoni*.

Dato inoltre che il nucleo atomico si presenta come un sistema fisico legato soggetto alle leggi della meccanica quantistica, così come per gli atomi anch'esso è caratterizzato da un numero *discreto* di stati detti *livelli energetici nucleari*. Il livello corrispondente alla minima energia del sistema è detto *livello fondamentale*, altrimenti è detto *livello eccitato*.

Un nucleo in uno stato eccitato è detto *isomero* del proprio stato fondamentale.

4.2 Tabella dei nuclidi

Le proprietà sistematiche delle varie specie nucleari si possono visualizzare ricorrendo ad una rappresentazione che correla il numero Z di protoni col numero N di neutroni. Si ottiene così un diagramma (figura 4.2) in cui

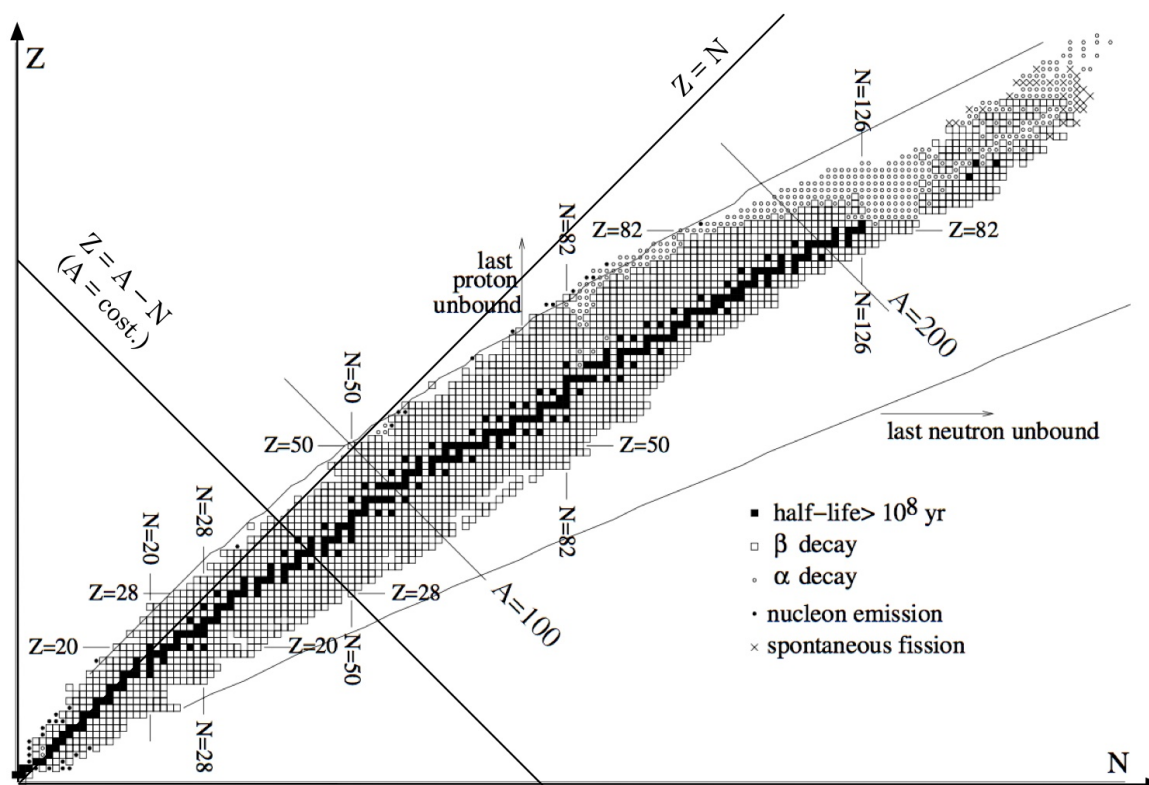


Figura 4.2: Tabella dei nuclidi, detta anche *diagramma* $Z - N$.

ogni nucleo è rappresentato con un punto di coordinate (Z, N) ; in questo diagramma gli isotopi si dispongono parallelamente all'ascissa N , gli isotoni parallelamente all'ordinata Z e gli isobari lungo rette trasversali ($Z = A - N$)². Riportando i valori sperimentali delle masse nucleari $M(A, Z)$ lungo una terza coordinata, ortogonale al piano $(Z; N)$, si ottiene una rappresentazione tridimensionale le cui sezioni con piani ortogonali al piano $(Z; N)$ e passanti per le linee $A = \text{cost.}$, mostrano che i punti rappresentativi dei nuclei appartenenti alle varie *sequenze isobariche* così individuate si dispongono, approssimativamente, lungo archi di parabola giacenti su tre falde distinte: sulla falda superiore si distribuiscono i nuclei con Z ed N entrambi dispari,

²Una versione costantemente aggiornata della tabella dei nuclidi, con numerosissime altre informazioni concernenti i nuclei atomici, è disponibile sul sito www.nndc.bnl.gov/chart/, curato dai Brookhaven National Laboratories.

su quella intermedia quelli con A dispari (Z pari ed N dispari o viceversa),
 su quella inferiore i nuclei con Z ed N entrambi pari.
 Nel successivo paragrafo 4.3.8 si vedrà come ciò possa essere descritto dalla
 formula semiempirica di Weizsäcker per il calcolo delle masse dei nuclei.

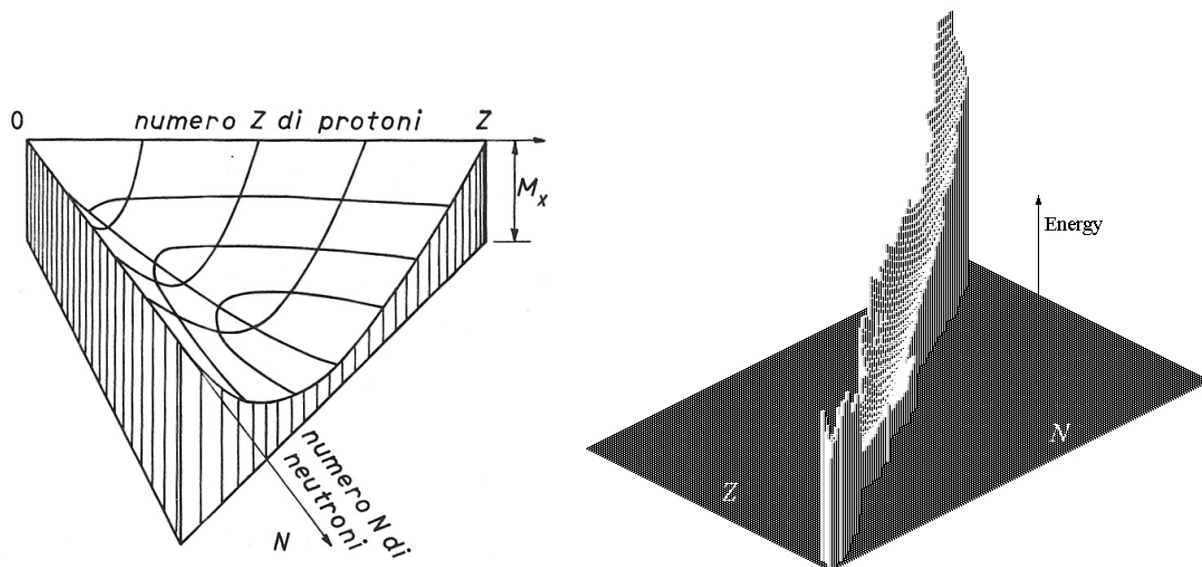


Figura 4.3: Distribuzione tridimensionale e curve di livello isobarico delle masse nucleari in funzione di A e Z .

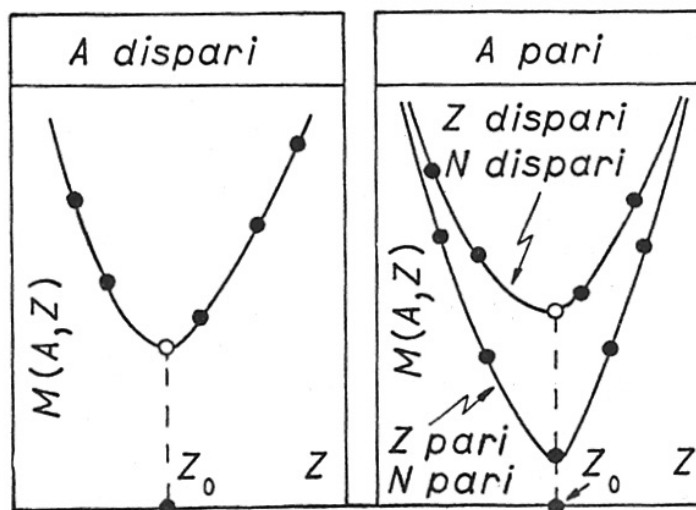


Figura 4.4: Sequenze isobariche corrispondenti a valori rispettivamente
 dispari (a) e pari (b) di A .

Un nucleo A_ZX è detto *stabile* se sopravvive indefinitamente nel tempo, instabile se invece si trasforma *spontaneamente* in un'altra specie nucleare ${}^{A'}_{Z'}X$ mediante un processo di decadimento.

Il valore Z_0 in corrispondenza del minimo di $M(A, Z)$ è il numero atomico dell'isobaro più stabile della particolare sequenza analizzata.

L'esame sistematico delle varie specie nucleari in funzione di A e Z mostra alcune *regolarità* che si sono rivelate utili nello studio della struttura nucleare e delle forze in gioco. I nuclei con A pari, ad esempio, hanno da uno a tre isotopi stabili, quelli con A dispari invece, uno solo; i nuclei con Z (N) pari hanno almeno due isotopi (isotoni) stabili, quelli con Z (N) dispari non ne hanno mai più di due.

Le regolarità individuate non hanno carattere di *assolutezza* e valgono solo per la gran parte dei nuclei che costituiscono una determinata famiglia nucleare.

Lo studio delle *abbondanze isotopiche relative* dei vari nuclei nei materiali che compongono la Terra, i meteoriti, il Sole e le altre stelle (si veda il paragrafo 4.3.4), mostra la presenza di massimi in corrispondenza ad ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{118}_{50}\text{Sn}$, ${}^{88}_{38}\text{Sr}$, ${}^{89}_{41}\text{Y}$, ${}^{90}_{40}\text{Zr}$, ${}^{138}_{56}\text{Ba}$, ${}^{139}_{57}\text{La}$, ${}^{140}_{58}\text{Ce}$, e ${}^{208}_{82}\text{Pb}$, che è un'evidenza del fatto che le specie nucleari caratterizzate da numeri Z o N appartenenti alla sequenza

$$Z, N = 2, 8, 20, 50, 82, 126 \quad (4.5)$$

posseggono proprietà particolari che ne giustificano la grande abbondanza nell'universo. Sempre dall'analisi sistematica delle specie nucleari si desume che i nuclei della sequenza (4.5) hanno il massimo numero di isotopi stabili. Per queste e altre proprietà che si vedranno in seguito i numeri della sequenza (4.5) sono detti *numeri magici* e per evidenziarli dagli altri valori di Z o N li si indica solitamente con l'aggiunta di un asterisco (Z^* , N^*).

4.3 Proprietà del nucleo atomico

4.3.1 Masse dei nuclei

Dato che un nucleo A_ZX contiene Z protoni e $(A - Z)$ neutroni, ci si potrebbe aspettare che dette m_p ed m_n le masse di protone e neutrone, la massa del nucleo fosse espressa da

$$M(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n$$

I valori misurati delle masse nucleari risultano però essere minori delle somme delle masse dei loro nucleoni costituenti:

$$M(A, Z) < Zm_p + (A - Z)m_n \quad (4.6)$$

Questo spiega perchè un nucleo isolato, che costituisce un ottimo esempio di sistema fisico isolato, non possa banalmente scindersi nei suoi costituenti,

in quanto, in tal caso, il processo violerebbe il principio di conservazione dell'energia. La quantità

$$\Delta M(A, Z) = M(A, Z) - Zm_p - (A - Z)m_n \quad (4.7)$$

è detta *difetto di massa*, è negativa ed è proporzionale all'energia di legame B del nucleo. Il valore assoluto di ΔM è correlato con la minima energia richiesta per scindere il nucleo in tutti i suoi componenti. Il fatto che $B < 0$ garantisce che il nucleo resti legato, e lo sarà tanto più fortemente quanto più negativo è il valore di ΔM , e quindi di B , a parità di A . Difetto di massa ed energia di legame sono correlati dalla

$$B = c^2 \Delta M(A, Z) \quad (4.8)$$

Si definisce quindi l'energia media $|B/A| = -B/A$ di legame per un nucleone in un nucleo A_ZX come

$$\left| \frac{B}{A} \right| = \frac{-\Delta M(A, Z)c^2}{A} = \frac{[Zm_p + (A - Z)m_n - M(A, Z)]c^2}{A} \quad (4.9)$$

Questa quantità è stata misurata per un gran numero di nuclei stabili e mostra delle caratteristiche interessanti. Per i nuclei più leggeri ($A \lesssim 20$), $|B/A|$ oscilla significativamente crescendo nel contempo rapidamente con A , per poi saturare raggiungendo un massimo di poco inferiore a 9 MeV in corrispondenza ad $A = 56$, un isotopo del ferro.

Per valori di A maggiori, $|B/A|$ diminuisce molto lentamente. In pratica per un ampio intervallo di specie nucleari, dal carbonio all'uranio, $|B/A|$ si mantiene prossima a circa 8 MeV. Queste caratteristiche hanno importanti implicazioni sulla natura della forza nucleare e sulla struttura dei nuclei. Si deduce ad esempio che se si scaricano circa 8 MeV di energia cinetica in un nucleo, trasferendoli tutti ad un suo nucleone, questo dovrebbe potersi svincolare dal legame della forza che lo trattiene nel nucleo e uscirne libero.

4.3.2 Misura di masse nucleari con metodi spettrometrici

L'energia di legame di un nucleo atomico può essere calcolata se è nota con precisione la corrispondente massa atomica. I metodi della spettrometria di massa furono sviluppati e messi a punto a partire dagli inizi del 20° secolo e quindi progressivamente perfezionati anche grazie al progredire delle tecniche di accelerazione degli ioni³.

La deflessione di uno ione di carica Q in una sequenza di campi elettrici e magnetici ne permette la successiva selezione in energia cinetica E_k e in

³Si veda ad esempio: G. Münzenberg, "Development of mass spectrometers from Thomson and Aston to present" - Intern. Jour. of Mass Spectrometry 349-350 (2013) 9-18.

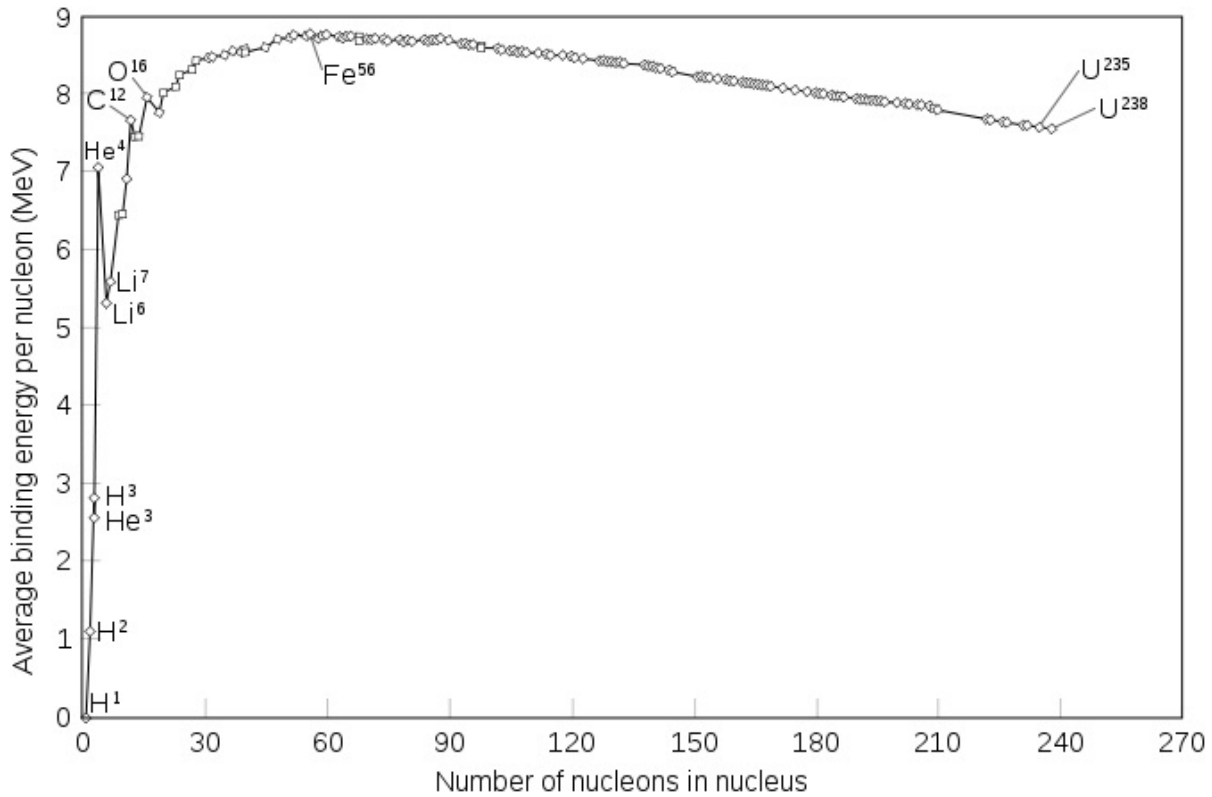


Figura 4.5: Energia media di legame per nucleone $|B/A|$, per la gran parte dei nuclei stabili.

impulso p . Se le velocità v degli ioni sono sufficientemente basse, tanto da potersi mantenere nell'approssimazione non-relativistica, allora si ha rispettivamente $p = mv$ ed $E_k = mv^2/2$, con m la massa dello ione che si può quindi esprimere in funzione di p ed E_k : $m = p^2/2E_k$.

La prima tecnica efficace per misurare le masse di ioni risale a J.J. Thomson e consiste nel farli passare in zone interessate dalla contemporanea presenza di un campo elettrico e uno magnetico fra loro ortogonali; in tal modo Thomson riuscì, nel 1912, a distinguere gli isotopi ^{20}Ne e ^{22}Ne del Neon e la tecnica fu poi raffinata da Aston, che era stato suo studente.

In figura 4.6 è illustrato il principio base di tale metodo. Un fascio di ioni di carica Q , contenente genericamente isotopi di diverse masse m_i , attraversa una regione in cui vi sono un campo elettrico \vec{E} e uno magnetico \vec{B}_1 , uniformi e fra loro ortogonali, scelti in modo da far passare attraverso una definita fenditura soltanto gli ioni di velocità $|\vec{v}| = E/B_1$. Ioni con velocità diverse percorreranno traiettorie, tratteggiate in figura, che non li porteranno ad imboccare la fenditura, in funzione anche dell'apertura di questa. Gli ioni che superano la fenditura, selezionati in velocità, continuano quindi la loro

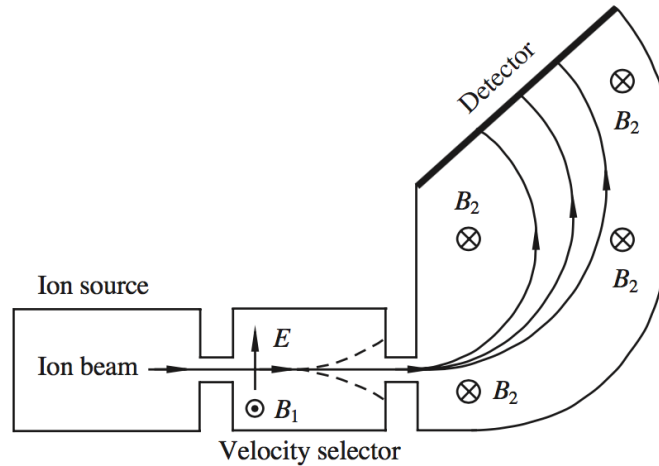


Figura 4.6: Schema di uno spettrometro di massa a deflessione; originariamente il rivelatore consisteva in una lastra fotografica.

traiettorie in un volume occupato da un secondo campo magnetico uniforme \vec{B}_2 , dove percorrono orbite circolari di raggi r_i espressi da

$$r_i = \frac{m_i v}{QB_2} \quad (4.10)$$

Essendo a questo punto fissati Q , B_2 e v , ne risulta che ioni con un definito valore del rapporto Q/m percorrono orbite di ugual raggio e ciò permette di separare isotopi diversi rivelando i punti d'impatto degli ioni su opportuni rivelatori, come mostrato in figura 4.6. Tipicamente si cerca di realizzare strutture in cui sia $B_1 = B_2$. Questo tipo di struttura raggiunge la massima accuratezza nelle misure di differenze di massa, piuttosto che in quelle di valore assoluto della massa.

In figura 4.7 è schematicamente illustrata la configurazione di spettrometro di massa adottata da Nier-Johnson, detto anche con *geometria in avanti*. In questo caso gli ioni provenienti dalla sorgente sono focalizzati e guidati poi in un analizzatore elettrostatico che li rifocalizza, in prossimità del diaframma d'uscita (slit), in posizioni diverse a seconda della loro energia cinetica. Il successivo settore magnetico disperde quindi gli ioni secondo il loro rapporto Q/m e inoltre, similmente al campo elettrico, focalizza ioni di diverse energie cinetiche in diversi punti.

Sia il settore elettrico che quello magnetico determinano quindi una dispersione degli ioni in funzione della loro energia cinetica, ma in verso opposto. Un'opportuna configurazione permette di bilanciare gli effetti tanto da far sì che solo ioni con il desiderato rapporto Q/m e una ridottissima dispersione in energia cinetica siano alla fine focalizzati in corrispondenza del rivelatore. Risoluzione e di conseguenza intensità della trasmissione, sono controllate

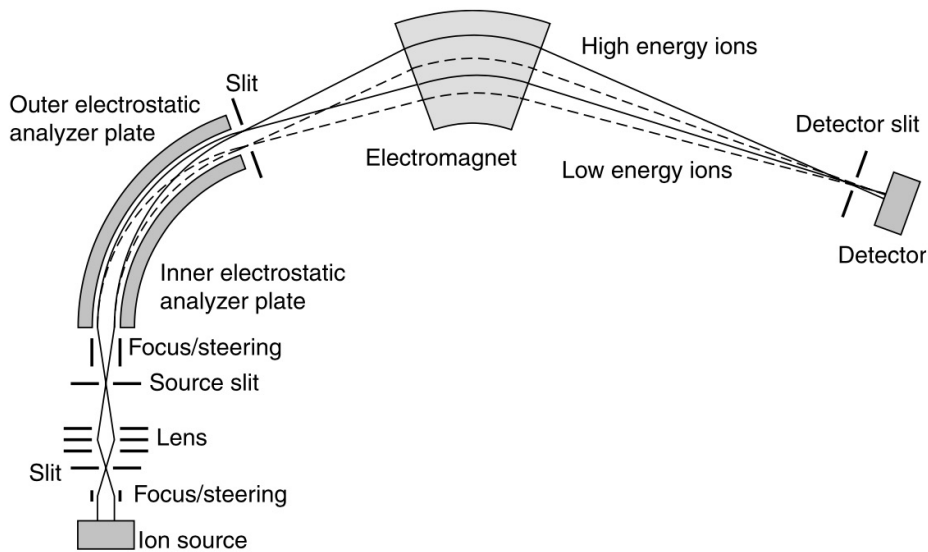


Figura 4.7: Spettrometro di massa in configurazione di Nier-Johnson.

dall'apertura del diaframma connesso al rivelatore.

Si tenga presente che i valori della masse ottenibili con le tecniche qui citate forniscono, per la precisione, le masse di ioni che non sono stati sempre completamente *spogliati* di tutti gli elettroni dell'atomo originario, per risalire quindi all'effettiva massa del nucleo corrispondente bisogna tener conto delle masse di tutti gli elettroni ancora legati allo ione al momento della sua selezione con lo spettrometro e delle energie di legame di tali elettroni.

Sfruttando la tecnica della spettrometria di massa con acceleratori (AMS)⁴, si riescono a ottenere oggi misure di rapporti isotopici fino a 10^{-15} .

⁴Si veda ad esempio: H. Budzikiewicz e R.D. Grigsby, "Mass Spectrometry and Isotopes: a Century of Research and Discussion" - Mass Spectrometry Reviews 25 (2006) 146.

4.3.4 Abbondanza degli elementi

Una importantissima applicazione delle tecniche di spettroscopia di massa concerne la determinazione delle abbondanze isotopiche nel sistema solare. In figura 4.9 è riportata l'abbondanza misurata per i vari nuclidi in funzione del numero di massa A .

Le abbondanze isotopiche relative di campioni terrestri, lunari e meteorici, tranne piccole eccezioni, coincidono fra loro e anche con le abbondanze isotopiche misurate per i raggi cosmici provenienti dall'esterno del sistema solare.

⁹Per l'energia di rinculo del deutone, con approccio non relativistico nel sistema del centro di massa, la conservazione dell'impulso dá $\frac{E_\gamma}{c} = M_{2\text{H}}v$, da cui $v = \frac{E_\gamma}{M_{2\text{H}}c}$, e quindi l'energia cinetica del deutone è $\frac{1}{2}M_{2\text{H}}v^2 = \frac{1}{2}M_{2\text{H}}\frac{E_\gamma^2}{M_{2\text{H}}^2c^2} = \frac{E_\gamma^2}{2M_{2\text{H}}c^2}$.

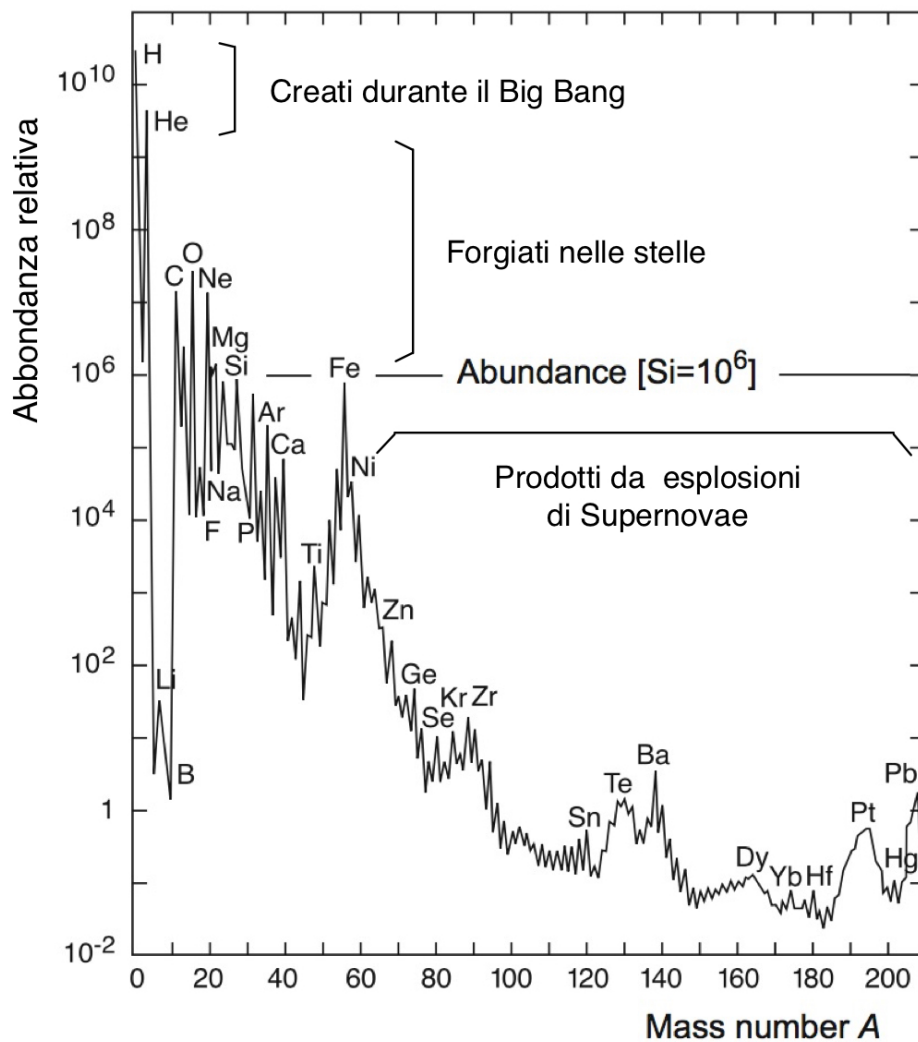


Figura 4.9: Abbondanza degli elementi nel sistema solare in funzione del loro numero di massa A, normalizzati all'abbondanza del silicio (Si) assunta come 10^6 .

Secondo gli attuali modelli cosmologici, la sistensi del deuterio e dell'elio oggi presenti nell'universo sono dovute alla fusione di idrogeno avvenuta pochi minuti dopo la formazione dell'universo stesso tramite il Big-Bang. I nuclidi fino al ^{56}Fe , che rappresenta il nuclide più stabile, sono stati prodotti da fusioni nucleari nelle stelle. I nuclidi ancora più pesanti si sono formati durante le esplosioni delle *supernovae* ¹⁰.

¹⁰Una sintetica panoramica sulla nucleosintesi, sia primordiale che stellare e da supernovae, è riportata nei capitoli 25 e 26.

Deviazioni dall'andamento universale delle abbondanze isotopiche possono verificarsi localmente per la presenza di processi di decadimenti radioattivi che ne modificano l'entità e i rapporti.

Questi dati concernono comunque poco più del 4% circa di quanto dovrebbe costituire l'universo, ovvero la cosiddetta *materia barionica*.

4.3.5 Spin dei nuclei

Ogni sistema fisico ha due contributi possibili di momento angolare, quello orbitale che ha analogo classico, e quello intrinseco o di spin, e ogni momento angolare è quantizzato.

Dalla meccanica quantistica si sa che del momento angolare orbitale $\vec{\ell}$ di un sistema fisico si possono conoscere contemporaneamente al più il valore del suo modulo quadrato $|\vec{\ell}|^2 = \ell(\ell + 1)\hbar^2$ e il massimo valore assumibile dalla sua proiezione ℓ_z lungo una direzione di riferimento convenzionalmente scelta come asse z , $\ell_z = \ell\hbar$, con ℓ intero ≥ 0 . Inoltre ℓ_z può assumere solo i $(2\ell + 1)$ valori scalati fra loro di un'unità di \hbar che soddisfano $-\ell\hbar \leq \ell_z \leq +\ell\hbar$.

In aggiunta all'eventuale momento angolare orbitale, protoni e neutroni hanno entrambi un momento angolare intrinseco o *spin*, il cui numero quantico associato s , essendo essi fermioni, vale $\pm 1/2$. Lo spin può quindi assumere i soli due stati parallelo o antiparallelo alla direzione di riferimento z ; le componenti s_z valgono $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$, mentre il quadrato dello spin vale $s(s + 1)\hbar^2 = 3\hbar^2/4$.

Il momento angolare totale \vec{J} di un nucleo è la somma vettoriale dei vari momenti angolari orbitali dei suoi nucleoni e dei loro spin

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^A \vec{\ell}_i + \sum_{i=1}^A \vec{s}_i = \vec{L} + \vec{S} \quad (4.21)$$

\vec{J} assume valori pari a un multiplo intero di unità di \hbar per nuclei con A pari e a un multiplo semi-intero di unità di \hbar per nuclei con A dispari.

Ogni livello nucleare è caratterizzato dal proprio momento angolare totale \vec{J} che in conseguenza dell'isotropia dello spazio è una quantità che si conserva, per cui l'operatore quantistico che lo rappresenta commuta con l'Hamiltoniana e di conseguenza il suo valore può sempre essere determinato assieme a quello dell'energia del livello. Spesso in letteratura ci si riferisce allo "spin" di un nucleo intendendo il suo momento angolare totale \vec{J} , e non \vec{S} .

Ogni misura di \vec{J} dá risultati coerenti con le regole illustrate e ciò costituisce una delle ragioni che hanno portato ad escludere gli elettroni quali componenti dei nuclei. Si trova infatti ad esempio che ${}^2\text{H}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^{14}\text{N}^{11}$ hanno tutti spin pari ad \hbar , quindi in accordo con la regola su indicata, avendo un

¹¹Fu F. Rasetti nel 1929 che con studi sullo spettro Raman della molecola ${}^{14}\text{N}_2$ mostrò che il nucleo ${}^{14}\text{N}$ è un bosone, quindi costituito da un numero pari di fermioni.

numero pari di nucleoni componenti. Se tali nuclei fossero costituiti da protoni ed elettroni, il numero dei costituenti sarebbe dispari per rendere conto della loro carica elettrica, e conseguentemente il loro spin totale sarebbe un multiplo dispari di $\hbar/2$, contrariamente all'evidenza sperimentale.

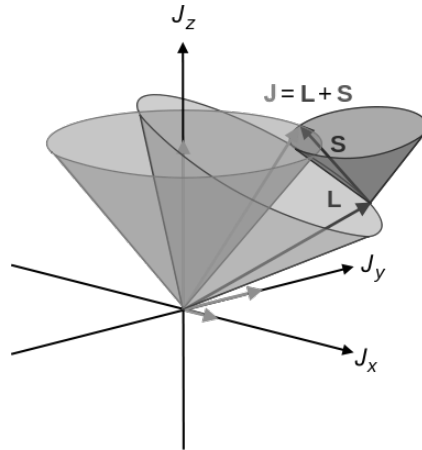


Figura 4.10: Momento angolare totale $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

Si può argomentare ulteriormente sul fatto che un nucleo possa contenere elettroni fra i suoi componenti, tenendo conto del principio di indeterminazione di Heisenberg

$$\Delta p \Delta x \sim h \quad (4.22)$$

dove Δx rappresenta l'incertezza nella posizione dell'elettrone nel nucleo, quindi dell'ordine delle dimensioni lineari del volume occupato dal nucleo, ovvero circa 10^{-14} m. Da cui un'incertezza sull'impulso dell'ordine di

$$\Delta p \sim \frac{h}{\Delta x} \sim 4.14 \times 10^{-7} \text{ MeV s m}^{-1} \quad (4.23)$$

Si ottiene quindi, detta m_e la massa dell'elettrone, una grezza stima della sua energia totale nel nucleo sfruttando la corretta formula relativistica

$$E_{tot}^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4 \quad (4.24)$$

e assumendo che il suo impulso p_e nel nucleo sia dell'ordine di quanto appena trovato per l'incertezza Δp . Sostituendo e ricordando che $c \simeq 3 \times 10^8$ m/s e che $m_e \simeq 0.51 \text{ MeV}/c^2$, si ha

$$E_{tot} \simeq 124 \text{ MeV} \quad (4.25)$$

che in questo caso coinciderebbe sostanzialmente con l'energia cinetica di un ipotetico elettrone libero di muoversi nel nucleo. Ma una simile energia

non è compatibile con l'esistenza di un nucleo legato, per il quale si ha che l'energia media di legame per nucleone è dell'ordine di 8 MeV, e neppure con le energie sperimentalmente misurate degli elettroni emessi da nuclei e dovuti al decadimento β , che sono al massimo dell'ordine di alcuni MeV.

Lo spin dello stato eccitato di un nucleo può, per i modi in cui si combinano entrambi le tipologie di contributi, differire dal valore che caratterizza lo stato fondamentale del nucleo stesso; un qualunque effetto può modificare lo spin di un multiplo intero di \hbar , quindi se gli spin di un nucleo differiscono fra stati eccitati e stato fondamentale dello stesso nucleo, lo fanno per multipli interi di \hbar .

La maggior parte delle misure di spin nucleari si basa sulla cosiddetta quantizzazione spaziale del momento angolare. Assegnata una direzione di riferimento, quale può essere ad esempio quella di un campo elettrico o magnetico esterno al nucleo, il momento angolare \vec{J} del nucleo potrà orientarsi nello spazio soltanto secondo $(2J + 1)$ diverse direzioni, rispetto a quella di riferimento assegnata. La componente dello spin lungo la direzione di riferimento in ognuno di questi stati vale $m\hbar$, dove m , detto *numero quantico magnetico*, è un intero o un semi-intero qualsiasi della sequenza $-J, -J + 1, \dots, +J - 1, +J$.

Per un nucleo, la gran parte degli effetti osservabili dovuti allo spin sono legati al suo momento magnetico¹². Le $(2J + 1)$ possibili orientazioni del momento magnetico di un nucleo rispetto a un campo magnetico di riferimento danno luogo a $(2J + 1)$ diversi valori energetici che possono essere osservati e misurati in svariati modi: studiando la struttura iperfina degli spettri atomici, o gli spettri rotazionali di molecole biatomiche composte da atomi uguali, per le quali lo spin determina in modo univoco l'intensità relativa delle righe spettrali, o mediante spettroscopia delle microonde.

Sperimentalmente si trova che tutti i nuclei con Z ed N pari, e quindi anche A pari, hanno $J = 0$, mentre non è così per i nuclei con A pari ma Z e N dispari. I nuclei stabili dispari-dispari sono solo quattro, ^2H , ^6Li , ^{10}B e ^{14}N . Altri quattro hanno vita media molto lunga, dell'ordine dei milioni di anni, ^{40}K , ^{50}V , ^{138}La e ^{176}Lu ; quest'ultimo, con vita media di 3.78×10^{10} anni, è utilizzato nella datazione delle meteoriti ed è fra l'altro il nucleo col maggior valore di spin: $J = 7$.

Per la gran parte dei nuclei i valori dello spin sono piccoli, di valore intero compreso fra $J = 1$ e $J = 7$ per i nuclei dispari-dispari, e di valore semi-intero compreso fra $J = 1/2$ e $J = 9/2$ per i nuclei con A dispari. Questo indica una caratteristica dell'interazione fra nucleoni che si manifesta come loro tendenza a "posizionarsi" nel nucleo in modo da ridurre, per quanto possibile, lo spin totale risultante, e ricorda quanto fanno gli elettroni di un atomo nel riempire le shell atomiche.

¹²Si veda il paragrafo ??

4.3.6 Parità e nuclei

Si ricordino dapprima, senza dimostrazione, alcune proprietà della *parità*. Nel caso di un potenziale centrale, quindi descritto da una funzione pari, anche la relativa Hamiltoniana è pari e le funzioni d'onda degli stati associati hanno parità definita $P = (-1)^\ell$.

Più generalmente si trova che se l'Hamiltoniano di un sistema è pari allora la parità delle funzioni d'onda degli stati associati è definita.

In conseguenza di ciò si possono misurare contemporaneamente l'energia E di uno stato, in particolare di un livello nucleare, e la sua parità P , che può valere $+1$ o -1 , e tale parità si conserva nel tempo se tutte le interazioni sono pari, ovvero conservano esse stesse la parità.

Per uno stato puro, ovvero a parità definita, la densità di probabilità è sempre pari.

Un vettore è una quantità dispari, nel senso che cambia verso se si cambia il segno di tutte le sue componenti. Uno pseudovettore è una quantità con le stesse proprietà di rotazione di un vettore, ma che non cambia verso se si cambia il segno di tutte le sue componenti, come avviene ad esempio per il prodotto vettoriale, quindi è pari.

L'impulso e l'operatore quantistico associato sono quantità con caratteristiche vettoriali, quindi "dispari"

$$\vec{p}(-\vec{r}) = -\vec{p}(\vec{r}) \quad , \quad \frac{\partial}{\partial(-\vec{r})} = -\frac{\partial}{\partial(\vec{r})} \quad (4.26)$$

L'energia cinetica, essendo proporzionale al quadrato dell'impulso, è pari e così anche per l'operatore quantistico ad essa associato.

Il momento angolare, essendo ottenuto tramite un prodotto vettoriale fra due vettori, è uno pseudovettore, ed è quindi pari, come l'operatore quantistico ad esso associato.

Il momento di dipolo elettrico invece, che è omogeneo a un vettore, è dispari: $\vec{D}(-\vec{r}) = -\vec{D}(\vec{r})$.

Il momento di dipolo magnetico, omogeneo a uno pseudovettore, è pari.

In base a quanto detto per l'impulso, l'energia cinetica e il momento angolare, si può affermare che se di uno stato di cui si conosca l'energia si misura il momento angolare, allora se ne può contemporaneamente misurare anche la parità, dato che i relativi operatori commutano. Ciò non si può invece fare con l'impulso, in quanto i relativi operatori non commutano.

Uno stato nucleare può quindi essere caratterizzato dalla contemporanea conoscenza di Energia, Momento angolare e Parità. Ci si riferisce alla contemporanea indicazione dei valori di momento angolare J e parità P con il simbolo J^P .

Dai risultati sperimentali si sa che le forze nucleari conservano la parità, per cui un livello nucleare ha parità ben definita e questo ha conseguenze importanti sui suoi possibili momenti angolari orbitali. Il suo momento angolare

J può infatti corrispondere a diversi valori del momento angolare orbitale L . Essendo questo associato a una parità positiva per L pari e negativa per L dispari, ne risulta che si possono avere eventuali mescolanze fra momenti angolari orbitali o solamente con L pari o solamente con L dispari.

Si consideri ad esempio il deutone 2H : esso è costituito da un protone e un neutrone legati, il suo stato fondamentale ha un'energia di legame di circa 2.225 MeV, un momento angolare totale pari a $J = 1$, con i due nucleoni in uno stato di tripletto con $S = 1$ e di conseguenza ha momento angolare orbitale $L = 0$ (onda S), come si deduce dalla misura del suo momento di dipolo magnetico, pari a $0.857 \mu_N$, che corrisponde circa alla somma di quelli del protone e del neutrone. Siccome però si trova sperimentalmente che il deutone ha anche un momento non nullo di quadrupolo elettrico, pari a $2.82 \times 10^{-31} \text{ m}^2/e$, ciò significa che il suo stato fondamentale non può essere considerato un puro stato in onda S , che sarebbe sfericamente simmetrico e quindi compatibile con un momento di quadrupolo elettrico nullo¹³, ma dovrà essere una mescolanza con altri momenti angolari orbitali. Per rispondere a quali possano essere questi ultimi che concorrono allo stato fondamentale del deutone si consideri che deve valere

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad , \quad \text{con} \quad \vec{S} = 1 \quad \text{e} \quad \vec{J} = 1 \quad (4.27)$$

e questo è possibile per $L = 0$, $L = 1$ (onda P) ed $L = 2$ (onda D). Ma l'onda P ha parità opposta a quella delle onde S e D , quindi se ne deduce, come verificato sperimentalmente, che la mescolanza può sussistere solo fra onda S e onda D ¹⁴.

4.3.7 Natura delle forze nucleari e dimensioni dei nuclei

- 1 - Atomi muonici

La forza nucleare ha un ridottissimo raggio d'azione; se infatti si considera l'atomo e il fatto che la sua struttura è spiegata ottimamente dalle sole interazioni elettromagnetiche, è chiaro che il raggio d'azione delle forze nucleari non deve estendersi molto oltre le dimensioni del nucleo stesso, altrimenti perturberebbe l'eccellente accordo fra dati sperimentali e previsioni teoriche per quanto concerne la fisica atomica.

Il fatto però che il nucleo abbia una distribuzione di carica elettrica estesa nello spazio, legata ai suoi protoni, suggerisce di studiare le eventuali perturbazioni alle energie dei livelli atomici, calcolate nell'ipotesi di un nucleo puntiforme, per dedurre informazioni sulle dimensioni e forma della distribuzione di carica protonica nel nucleo.

Se si immagina il nucleo come una struttura a simmetria sferica centrata in O , queste perturbazioni dipendono dal raggio "r" del nucleo, in quanto al

¹³Vedi paragrafo 4.3.9

¹⁴Sul deutone si vedano anche i paragrafi 22.1.1 e 22.1.2

suo interno il campo elettrico non è coulombiano e non dipende da $1/r^2$. La causa di questi effetti è essenzialmente quantistica: per il teorema di Gauss il campo elettrico nella regione "classicamente" fuori dal nucleo dovrebbe coincidere con quello generato da una carica puntiforme pari a Ze e posizionata in O , pertanto un'orbita elettronica classica di raggio maggiore di r non dovrebbe essere perturbata né in forma né in energia. Il livello energetico dell'orbitale atomico dipende in realtà dall'andamento del potenziale in tutto lo spazio, che determina anche la funzione d'onda. Si calcolino quindi gli spostamenti dei livelli indotti da una carica nucleare Ze supposta, per semplicità, uniformemente distribuita in una sfera di raggio R .

La carica contenuta in una sferetta di raggio $r < R$ è

$$q(r) = Ze \frac{r^3}{R^3} \quad , \quad \text{con} \quad q(R) = Ze \quad (4.28)$$

Di conseguenza il campo elettrico è

$$\begin{aligned} E_e(r) &= \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r^2} && \text{esternamente al nucleo } (r > R) \\ E_i(r) &= \frac{q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Ze r}{4\pi\epsilon_0 R^3} && \text{internamente al nucleo } (r \leq R) \end{aligned} \quad (4.29)$$

e l'energia potenziale elettrica $eV(r)$ è

$$\begin{aligned} eV(r) &= \frac{-Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} && \text{esternamente al nucleo } (r > R) \\ eV(r) &= eV_0 + \frac{Ze^2 r^2}{8\pi\epsilon_0 R^3} && \text{internamente al nucleo } (r \leq R) \end{aligned} \quad (4.30)$$

con V_0 determinato dalla condizione di continuità del potenziale in $r = R$:

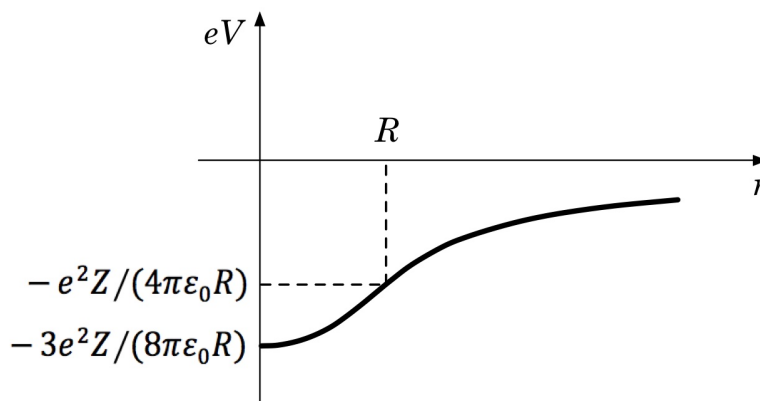


Figura 4.11:

$$eV(r) = eV_0 + \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 R} = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (4.31)$$

da cui l'espressione del potenziale per $r < R$

$$eV(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2} \right) \quad (4.32)$$

Siccome si sa che le dimensioni lineari di un atomo sono circa $10^4 \div 10^5$ volte maggiori di quelle del suo nucleo, si può affermare che la funzione d'onda atomica si estende quasi del tutto all'esterno della zona occupata dal nucleo, e si può quindi calcolare l'effetto, supposto piccolo, della distribuzione non puntiforme della carica nucleare, con un approccio perturbativo.

Detta $\psi_{E_0}(\vec{x})$ la funzione d'onda dell'elettrone atomico corrispondente al livello imperturbato di energia E_0 , calcolato cioè per un atomo con nucleo puntiforme e posizionato in O , la perturbazione energetica è data da

$$\Delta E = \int \psi_{E_0}^*(\vec{x}) e\Delta V(r) \psi_{E_0}(\vec{x}) d_3x = \int \psi_{E_0}^2(\vec{x}) e\Delta V(r) d_3x \quad (4.33)$$

dove l'ultima uguaglianza è giustificata dall'essere reale la funzione d'onda per uno stato legato e $\Delta V(r)$ è la differenza fra il potenziale generato dalla distribuzione di carica e quello generato dalla carica puntiforme.

Supposto di considerare un atomo idrogenoide in uno stato S ($L = 0$), la funzione d'onda assume la forma

$$\psi_{E_0}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a} \right)^{3/2} e^{-\frac{Zr}{a}} \quad (4.34)$$

con $a = \hbar^2/(me^2)$ il raggio di Bohr, $E_0 = -Z^2e^2/(8\pi\epsilon_0 a)$, e

$$\Delta V(r) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r} \left[1 - \frac{r}{R} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2} \right) \right]$$

Per la perturbazione energetica si ha quindi

$$\Delta E = 4\pi \int_0^R r^2 \psi_{E_0}^2(r) \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \left[1 - \frac{r}{R} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2} \right) \right] d_3x \quad (4.35)$$

Essendo $R \ll a$ si può approssimare la funzione d'onda atomica dentro l'integrale col suo valore nell'origine O , sostituendo $\psi_{E_0}^2(r)$ con $\psi_{E_0}^2(0)$, per cui

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{Ze^2}{\epsilon_0} \frac{Z^3}{\pi a^3} \int_0^R r^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{r^2}{2R^3} \right) dr = \\ &= \frac{e^2 Z^4}{\pi \epsilon_0 a^3} \left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^2}{2} + \frac{R^2}{10} \right) = \frac{1}{5} \frac{Z^2 e^2}{2\pi \epsilon_0 a} \left(\frac{ZR}{a} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Ricordando che $E_0 = -Z^2 e^2 / (8\pi\epsilon_0 a)$, si ottiene

$$\left| \frac{\Delta E}{E_0} \right| = \frac{4}{5} \left(\frac{ZR}{a} \right)^2 \quad (4.37)$$

Scegliendo un atomo idrogenoide molto pesante, con $Z = 82$ come il piombo, per cui $R \sim 8 \times 10^{-15}$ m ed $a \sim 0.53 \times 10^{-10}$ m, si ottiene

$$\left| \frac{\Delta E}{E_0} \right| \simeq 10^{-4}$$

ovvero un effetto molto piccolo anche per l'onda S , la cui funzione d'onda non si annulla in O , e del tutto trascurabile per le altre onde (P , D , ...), la cui funzione d'onda è nulla in O .

Questo suggerisce un modo per come attuare la misura sperimentale di questo effetto, che consiste nel rilevare per un atomo la frequenza $\nu = (E_P - E_0) / \hbar$ dei raggi X emessi in transizioni da onda P a onda S e confrontarla con quanto calcolato per il corrispondente atomo idrogenoide con nucleo supposto puntiforme.

Per rendere l'entità dell'effetto maggiore, e quindi permettere una misura più significativa, dalla 4.37 si vede che si può lavorare su tre termini, ma già scegliendo un atomo come il piombo si è fatto quanto possibile per accrescere i primi due Z ed R , e nonostante ciò si ottiene un risultato al limite della rilevabilità. Rimane il raggio a di Bohr dell'atomo che può essere opportunamente ridotto se per un tempo sufficientemente lungo si riesce a legare all'atomo una particella carica negativamente, più pesante dell'elettrone, che si vada a posizionare su orbite idrogenoidi. Il muone negativo μ^- è un candidato ideale allo scopo in quanto possiede le stesse caratteristiche dell'elettrone in termini di spin e carica elettrica, ha una massa m_μ circa 200 volte superiore a quella m_e dell'elettrone e dopo essere stato catturato dall'atomo e prima di decadere, vive abbastanza a lungo da poter dar luogo alle transizioni richieste. Quest'ultima condizione si può stimare semiclassicamente tenendo conto che fissato Z , il periodo medio di un'orbita idrogenoide del μ^- scala, rispetto a quella elettronica equivalente, come m_e/m_μ , in quanto così fanno anche le dimensioni lineari delle nuove orbite idrogenoidi. Queste risultano dunque circa 200 volte inferiori alle corrispondenti per gli elettroni e si può di conseguenza quasi del tutto trascurare anche l'effetto schermante della carica del nucleo da parte degli elettroni atomici presenti.

I risultati sperimentali, corrispondenti a salti del muone fra i livelli atomici, concernono l'emissione e la rivelazione di fotoni piuttosto energetici, dell'ordine di frazioni del MeV, quindi raggi γ . Il calcolo dell'effetto non può dunque più essere condotto con tecniche perturbative, data l'entità, in quanto le funzioni d'onda vengono modificate sostanzialmente e il calcolo preciso dell'energia dei livelli richiede di risolvere direttamente l'equazione di Schrödinger corrispondente nel potenziale modificato. Per una stima dell'entità si può comunque osservare che essendo $E_0^H \simeq 10$ eV l'energia tipica

d'un livello elettronico dell'idrogeno, l'energia dei corrispondenti livelli muonici E_μ^H , che scala in modo equivalente ai raggi orbitali, è proporzionale a $Z^2 E_0^H m_\mu/m_e$, che calcolata per $Z = 82$ risulta di ~ 10 MeV. Le variazioni energetiche associate ai γ rivelati costituiscono quindi frazioni importanti delle energie dei livelli stessi.

Lo studio delle differenze fra i valori dei livelli energetici reali, misurati

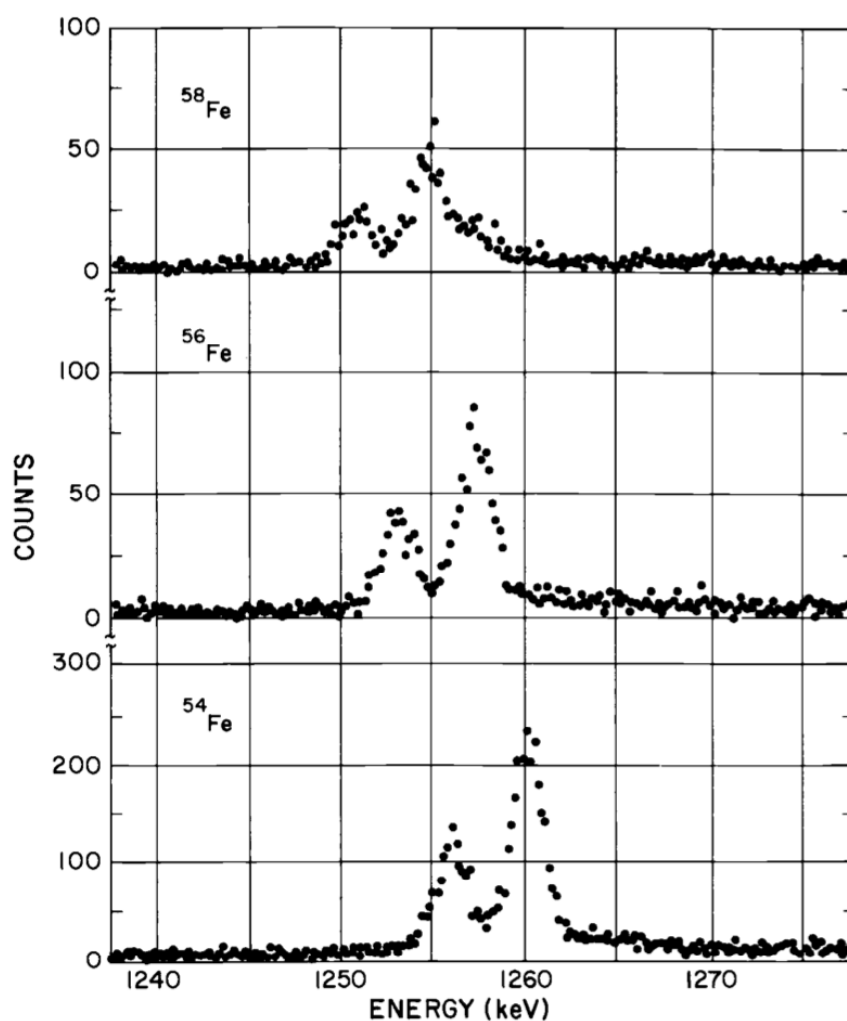


Figura 4.12: Spettri X di isotopi muonici del Ferro. Si vedono i due picchi delle transizioni $2p_{3/2}1s_{1/2}$ e $2p_{1/2}1s_{1/2}$ per i muoni, la prima con intensità doppia della seconda. Lo shift in energia della transizione è dello 0.02% fra un isotopo e il successivo, rispetto a valori dell'ordine di 10^{-6} ottenibili con elettroni equivalenti. [E.B. Shera et al., Phys. Rev. C 14 (1976) 731]

tramite la rivelazione dei raggi γ , e i valori calcolati per atomi idrogenoi-

di nell'ipotesi di dimensioni nucleari finite, fornisce stime dei raggi R delle distribuzioni di carica nucleari coerenti con la forma

$$R = R_0 A^{1/3} \quad , \quad \text{con} \quad R_0 \simeq 1.16 \text{ fm} \quad (4.38)$$

Oltre al muone vi sono anche altri candidati possibili alla cattura come pioni, Kaone, antiprotone, Sigma, ecc., e il sistema dopo la loro cattura, almeno finchè la particella catturata si mantiene su orbitali con alti valori di n , si comporta a tutti gli effetti come un atomo di idrogeno (atomo mesico, atomo antiprotonico, ...) il cui nucleo ha carica Ze , quindi emette raggi X in risposta alla cascata della particella verso orbitali con n inferiore.

Nel caso in cui le particelle in orbita idrogenoide sentano l'interazione forte, e ciò avviene col procedere del processo a cascata verso livelli con n sempre minore, bisogna considerare che non appena la loro funzione d'onda si sovrappone sensibilmente al nucleo, cresce moltissimo la probabilità di una reazione fra esse e il nucleo stesso, e se tale probabilità supera quella delle transizioni radiative i livelli si allargano con conseguente scomparsa della radiazione X associata. L'interruzione delle serie a un dato valore di n , con il conseguente spostamento e allargamento dei livelli, dà informazioni sull'interazione fra la particella e il nucleo e sul raggio d'azione di tale interazione, oltre che sulla massa ridotta della particella catturata. Si ottengono in tal modo informazioni sulla distribuzione in un nucleo di tutti i suoi componenti, compresi i neutroni, e i risultati sono sempre coerenti con una dipendenza da $A^{1/3}$.

- 2 - Core repulsivo

Un'altra importante evidenza del breve raggio d'azione delle forze nucleari viene dalla sostanziale costanza dell'energia media di legame B/A per nucleone, essenzialmente indipendente dalla taglia del nucleo e quindi dal numero di massa A , per valori di A circa maggiori di 12. Se infatti la forza nucleare avesse, come quella coulombiana, un ampio raggio d'azione, allora in un nucleo con A nucleoni vi sarebbero $A(A-1)/2$ coppie di interazioni fra essi e l'energia di legame media corrispondente B/A per ogni nucleone del nucleo dovrebbe quindi crescere proporzionalmente ad $(A-1) \simeq A$, per valori non piccoli di A , ovvero: $B/A \propto A$, per valori non piccoli di A .

Si constata però che sostanzialmente ogni nucleone di un nucleo interagisce efficacemente soltanto con i nucleoni che gli sono immediatamente vicini, e l'aggiunta di ulteriori nucleoni contribuisce ad accrescere le dimensioni del nucleo ma non la sua energia media di legame per nucleone.

La forza nucleare, garantendo la coesione del nucleo, è essenzialmente attrattiva. Esperimenti di diffusione su nuclei con particelle di alta energia mettono tuttavia in evidenza che le forze nucleari, al di sotto di un certo raggio d'azione, hanno caratteristiche fortemente repulsive, e ciò è attribuito alla struttura a quark dei nucleoni. Questo tra l'altro spiega perchè un

nucleo non collassi sotto l'azione della forza nucleare.

Il comportamento della forza nucleare percepita da un nucleone in moto verso il centro del nucleo può dunque essere grezzamente schematizzato come dovuto a una energia potenziale della forma di una buca quadrata come descritto in figura 4.13 Per sondare gli effetti del potenziale nucleare a di-

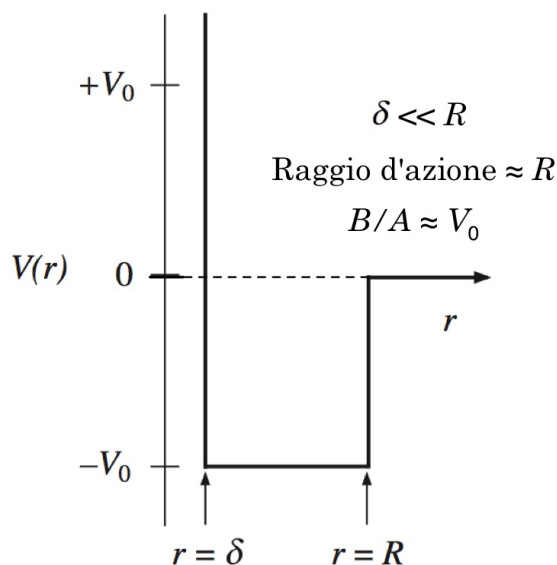


Figura 4.13: Energia potenziale nucleare a buca quadrata con core repulsivo in funzione della distanza r dal centro del nucleo. L'estensione radiale del core repulsivo è indicato da $\delta \ll R$.

stanze prossime a quelle dell'estensione δ del core repulsivo sono necessarie particelle incidenti con energie alte, tipicamente superiori a qualche centinaio di MeV. Questa considerazione permette, quando si trattano fenomeni caratterizzati da basse energie, di approssimare il potenziale nucleare con una semplice buca quadrata, priva della parte repulsiva.

Naturalmente non ci si aspetta che la densità nucleare e le forze nucleari s'interrompano bruscamente a una certa distanza $r = R$, e quindi il potenziale a buca quadrata costituisce semplicemente un grezzo approccio alla descrizione di effetti di carattere generale della forza nucleare. Esso risulta ad esempio più appropriato per descrivere l'effetto su neutroni incidenti, o altre particelle elettricamente neutre che risentano però l'effetto dell'interazione nucleare, che non su protoni o nuclei incidenti, che risentono anche l'effetto repulsivo coulombiano degli altri protoni del nucleo e sono quindi più sensibili alla forma della zona periferica della buca di potenziale.

Un protone incidente con energia totale E_0 su un nucleo con Z protoni sente la barriera repulsiva coulombiana e da un punto di vista classico non dovrebbe potersi avvicinare a una distanza inferiore ad $r = r_0^{min} = Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 E_0)$

in quanto, per $R < r < r_0^{min}$, l'energia potenziale $V(r)$ sarebbe superiore ad E_0 e ciò condurrebbe alla condizione assurda di un'energia cinetica negativa per tale protone. Se tuttavia si considerano neutroni di energia equivalente e tale da non dover tenere conto del core repulsivo per $r \lesssim \delta$, questi dovrebbero essere in grado di penetrare nel nucleo. Questo portò a pensare che

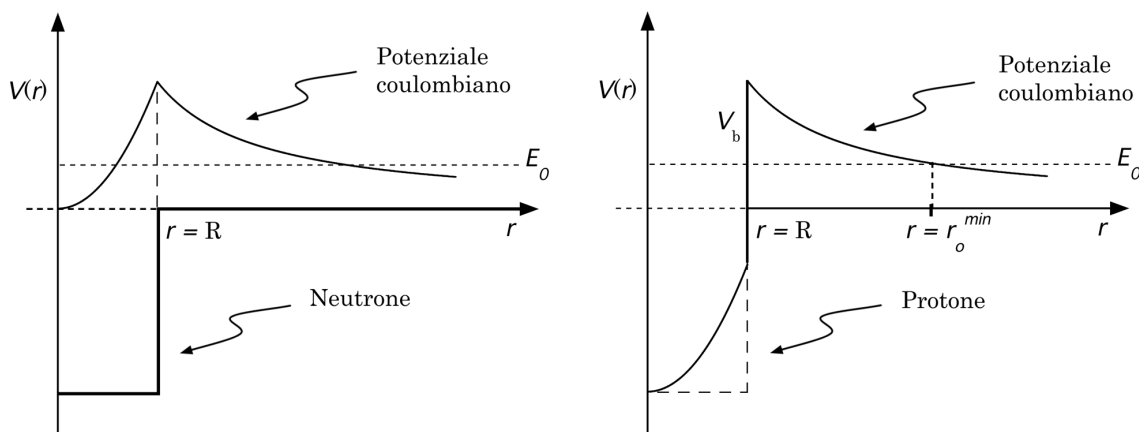


Figura 4.14: Potenziale nucleare per particelle incidenti neutre, a sinistra, e cariche, a destra, di bassa energia. Il *core* repulsivo non è presente ma si tiene conto del potenziale coulombiano.

esperimenti con neutroni di bassa energia avrebbero potuto permettere di ottenere la forma corretta del potenziale nucleare, mentre invece i risultati sperimentali derivanti da esperimenti con fasci di neutroni di bassa energia mostrano una ridottissima dipendenza dai dettagli della forma del potenziale, con una dipendenza più diretta dall'intensità e dal raggio d'azione di questo.

Si può dunque considerare il potenziale a buca quadrata semplicemente come un possibile modo di dare una descrizione fenomenologica di alcune rilevanti caratteristiche della forza nucleare.

Da un punto di vista quantistico questo suggerisce ad esempio che un sistema fisico quale un nucleo atomico debba presentare una struttura con livelli energetici discreti e conseguentemente stati legati del tipo di quanto trovato per gli atomi. La presenza di questi stati quantistici nucleari e delle possibili transizioni fra essi, sono state confermate da una molteplicità di risultati sperimentali, sia relativi ad esperimenti di diffusione che allo studio degli spettri energetici delle emissioni radioattive. La modellizzazione dei livelli fondamentali e degli stati eccitati di nuclei hanno rappresentato una delle prime basi di prova della meccanica quantistica, e sono all'origine del cosiddetto *modello a shell* e delle sue varianti che con successo descrivono parti importanti della fenomenologia nucleare.

- 3 - Nuclei speculari

Studi effettuati su *nuclei speculari*, ovvero isobari che si differenziano per lo scambio fra i corrispondenti numeri di protoni e neutroni¹⁵ come ad esempio $^{15}_8\text{O}$ e $^{15}_7\text{N}$, e tramite reazioni di protoni e neutroni su nuclei, mostrano che una volta apportate le correzioni dovute agli effetti coulombiani, la forza fra due neutroni è sostanzialmente la stessa che fra due protoni, o fra protone e neutrone. Si riscontra quindi una sostanziale *indipendenza dalla carica elettrica* per la forza nucleare. Immaginando di poter "spegnere" l'effetto del campo coulombiano, neutrone e protone dovrebbero dunque, secondo quest'ipotesi, comportarsi in modo indistinguibile dal punto di vista della loro interazione nucleare, analogamente a quanto succede per due elettroni di spin opposti, nello stesso orbitale ma in assenza di un campo magnetico esterno. In questo caso i due stati risultano degeneri in energia finchè appunto non si applichi il campo magnetico esterno che definendo una direzione privilegiata nello spazio rimuove la degenerazione fra i due stati differenziandoli in energia.

Similmente si può pensare a protone e neutrone come due stati degeneri in massa per effetto di una qualche simmetria dell'interazione forte (ovvero dell'Hamiltoniano che la descrive) e si può chiamare questa simmetria *simmetria di spin isotopico forte*. La presenza delle forze elettromagnetiche e deboli "rompe" in effetti questa simmetria e quindi la degenerazione in massa, permettendo di distinguere fra protone e neutrone.

Questo ha condotto all'introduzione del concetto di *spin isotopico* o *isospin*, un numero quantico che qui caratterizza neutrone e protone come due diversi stati di una medesima particella, il nucleone. L'isospin di cui si tratta ora viene anche detto *isospin forte* per distinguerlo da un concetto simile introdotto per spiegare alcune caratteristiche dell'interazione *debole*.

Questi risultati e osservazioni hanno anche suggerito un ulteriore modo per stimare le dimensioni della distribuzione di carica elettrica di un nucleo. Si consideri la differenza fra le energie di legame di due nuclei speculari, che nelle ipotesi precedenti sarà dovuta interamente alle diverse energie potenziali coulombiane fra i protoni dei due nuclei. Supponendo ogni nucleo come una sfera uniformemente carica di raggio R si ha che l'energia potenziale elettrostatica è espressa da

$$E_C = \frac{1}{2} \left[\int_0^R r^2 E_i^2(r) dr + \int_R^\infty r^2 E_e^2(r) dr \right] \quad (4.39)$$

¹⁵Questi nuclei presentano ugual numero di interazioni $n - p$, ma diversi numeri di interazioni $p - p$ ed $n - n$.

con $E_i(r)$ ed $E_e(r)$ date dalle 4.29, per cui

$$\begin{aligned} E_C &= \frac{(Ze)^2}{8\pi\epsilon_0} \left[\int_0^R \frac{r^4}{R^6} dr + \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} \right] = \frac{(Ze)^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{5R} + \frac{1}{R} \right) = \\ &= \frac{3}{20\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{4\pi\epsilon_0 R} \end{aligned} \quad (4.40)$$

Nell'ipotesi, suffragata dai dati sperimentali, che le dimensioni radiali di un nucleo dipendano essenzialmente da A come già visto, cioè $R = R_0 A^{1/3}$, si può assumere che i due nuclei speculari abbiano lo stesso raggio R , quindi, per grandi valori di Z , la differenza fra le energie di legame si scrive come

$$\Delta E_C = \frac{3}{20\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R} [Z^2 - (Z-1)^2] \simeq \frac{3}{10\pi\epsilon_0} \frac{e^2 Z}{R_0 A^{1/3}} \quad (4.41)$$

Se ΔE_C è sufficientemente grande il nucleo con Z maggiore decade β^+ nel nucleo con Z minore emettendo un positrone e^+ , dalla misura dell'energia del quale si può risalire alla differenza d'energia di legame e di conseguenza ricavare R_0 , che anche in questi casi risulta consistente con quanto ottenuto negli altri modi.

I modi d'indagine fin qui descritti per lo studio delle dimensioni dei nuclei, supponendo comunque che essi siano delle strutture spazialmente simmetriche che tendono a una forma sferica al crescere del numero di massa A , si basano essenzialmente su proprietà e caratteristiche strutturali dei nuclei stessi.

Più oltre si vedranno anche altri approcci, legati a processi di diffusione di proiettili sia carichi che neutri da parte dei nuclei.

4.3.8 Modello a goccia e formula di Weizsäcker

La formulazione di una *teoria del nucleo*, in grado di interpretare la molteplicità dei fenomeni osservati e organizzarli logicamente è un obiettivo perseguito ma non raggiunto.

Lo studio delle proprietà statiche e dinamiche del nucleo atomico coinvolge la soluzione di un complicato problema quantistico a più corpi: un nucleo contiene tipicamente troppi nucleoni per poter sperare di descriverne la struttura e le interazioni con particelle o altri nuclei risolvendo le equazioni del moto collettivo dei nucleoni, ma contemporaneamente contiene un numero ancor troppo piccolo di nucleoni per poter applicare senza riserve i metodi statistici.

Queste due opposte circostanze hanno congiuntamente concorso allo sviluppo di modelli ad hoc per la descrizione di particolari aspetti della fenomenologia nucleare. La mancanza di un'unità concettuale che questo comporta è

Appendice I

Leggi di conservazione e loro violazioni

Conservation quantity or symmetry	Strong Interaction	EL-Mag	Weak
Mass m /Energy E	+	+	+
Momentum p			
Angular Momentum L, S			
Charge Q	+	+	+
Isospin T	+	-	-
Strangeness S	+	+	-
Charm C			
Beauty B , Topness T			
Parity P	+	+	-
Charge Conjugation C	+	+	-
Baryon Number B	+	+	+
Lepton Number (s)		+	+
Hypercharge Y	+	+	-
Time Reversal T	+	+	-
Charge Parity CP	+	+	-
CPT	+	+	+

Figura I.1: Leggi di conservazione e loro violazioni per le interazioni fondamentali: "+" significa conservazione e "-" significa violazione.

Bibliografia

- [1] V. Barone, *Relatività - Principi e applicazioni*, Boringhieri, 2004
- [2] L. Bertocchi, *Corso di Fisica Nucleare*, Dip. Fisica Teorica UNITS, Appunti dattiloscritti, 1988
- [3] A. Bettini, *Introduction to Elementary Particle Physics*, Cambridge University Press, 2014, (2a edizione)
- [4] B.R. Martin G. Shaw, *Particle Physics*, Wiley, 2008, (3a edizione)
- [5] A. Das T. Ferbel, *Introduction to Nuclear and Particle Physics*, World Scientific, 2003, (2a edizione)
- [6] E. Fermi, *Nuclear Physics*, University of Chicago Press, 1950, (Edizione R.)
- [7] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, Wiley, 2008, (2a edizione R.)
- [8] K.S. Krane., *Introductory Nuclear Physics*, John Wiley & Sons, 1988
- [9] B. Povh et al., *Particles and Nuclei - An introduction to the physical concepts*, Springer, 2015, (7a edizione)
- [10] E. Segrè, *Nuclei e Particelle*, Zanichelli, 1982, (2a edizione)
- [11] M. Stanley Livingston, *Particle Accelerators*, McGraw-Hill, 1962
- [12] C. Villi et al., *Lezioni di Istituzioni di Fisica Nucleare*, CLEUP - PD, 1976, (Edizione aggiornata)