

Momenti elettrici e magnetici dei nuclei (2)

- Il momento di monopolo elettrico è la carica nucleare netta Ze .

- Il successivo momento non nullo è il dipolo magnetico μ . Classicamente $|\vec{\mu}| = \frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{evr}{2} = \frac{e}{2M} |\vec{\ell}|$ con $\vec{\ell}$ il momento angolare classico.

Quantisticamente si definisce l'osservabile momento magnetico con la massima componente di $\vec{\ell}$, e si sostituisce ad ℓ il suo valore d'aspettazione nella direzione in cui la sua proiezione è massima, ovvero $m_\ell \hbar$, con $m_\ell = +\ell$ con ℓ numero quantico del momento angolare orbitale:

$$\mu = \frac{e\hbar}{2M} \ell$$

$e\hbar/2M$ è detta **magnetone nucleare** μ_N ed $M = m_p$. Se $M = m_e$ si ha il magnetone di Bohr μ_B .

L'essere $\mu_N/\mu_B \ll 1$ giustifica che **spesso il magnetismo atomico sia dominante rispetto a quello associato ai nuclei**.

Si pone $\mu = g_\ell \ell \mu_N$, con g_ℓ che vale 1 per i protoni e 0 per i neutroni.

Al momento intrinseco di spin si associa un momento magnetico intrinseco, che non ha analogo classico: $\mu = g_s s \mu_N$

I valori sperimentali su nucleoni liberi sono

$$g_s = 5.5856912 \pm 0.0000022 \quad \text{per il } p \qquad g_s = -3.8260837 \pm 0.0000018 \quad \text{per il } n$$

chiaro indizio che p ed n non sono particelle elementari, ma hanno struttura interna e non sono puntiformi.

Si è detto che i nucleoni di un nucleo interagiscono accoppiandosi in modo da massimizzare l'energia di legame, e ciò corrisponde a determinare un momento angolare orbitale totale e di spin totale, il più possibile prossimi a zero.

Si deduce che i nucleoni accoppiati non contribuiscono al momento magnetico che deriva sostanzialmente solo dagli eventuali "pochi" **nucleoni di valenza**, ovvero disaccoppiati, presenti.

I risultati sperimentali mostrano infatti che la gran parte dei nuclei ha valori contenuti del momento di dipolo magnetico.

- Il successivo momento di multipolo non nullo è il **quadrupolo elettrico**:
$$eQ = e \int \psi^*(\vec{r}) (3z^2 - r^2) \psi(\vec{r}) d^3r$$

Se $|\psi|^2$ è a simmetria sferica, quindi con $|\mathbf{J}| = 0$, allora $Q = 0$, come nel caso classico.

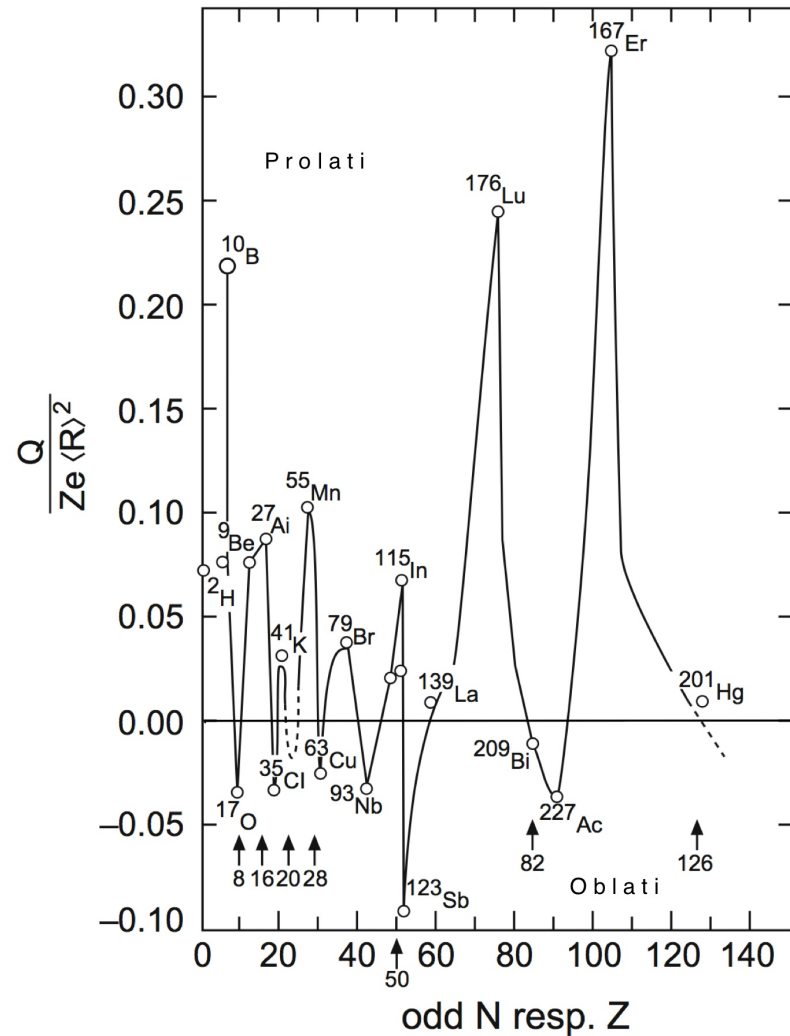
Quantisticamente si trova che $Q = 0$ anche per $|\mathbf{J}| = 1/2$.

Considerare il termine d'accoppiamento è di nuovo utile assumendo che nucleoni accoppiati, muovendosi in modo sfericamente simmetrico non contribuiscano a Q . Per nuclei che soddisfino questa simmetria, Q può essere stimato considerando l'eventuale nucleone spaiato, o di valenza, muoventesi in prossimità della superficie di un core quasi sferico costituito dagli altri $\mathbf{A}-1$ nucleoni accoppiati, quindi a distanza $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 \mathbf{A}^{1/3}$ dal centro, per cui: $|eQ| \leq e R_0^2 A^{2/3}$

Il modello a nucleone spaiato non spiega i grandi valori misurati per i momenti di quadrupolo elettrico di alcuni nuclei. L'assunzione che i nuclei abbiano un core a simmetria sferica di nucleoni appaiati, più un eventuale nucleone spaiato, non vale sempre; in certi casi anche il "core" può avere simmetria non sferica.

Misure dei momenti elettrici e magnetici dei nuclei

- Neutroni e protoni nei nuclei sono in continuo movimento, generando densità di massa, carica e correnti.
- Supposto che i campi elettrici e magnetici in cui un nucleo si trova non perturbino le sue distribuzioni interne di cariche e correnti, l'energia del nucleo dipende anche dall'interazione dei suoi momenti elettrici e magnetici con questi campi esterni.
- Questi possono essere quelli dovuti agli elettroni dell'atomo e/o della molecola cui il nucleo appartiene, o altri prodotti ad hoc.
- I campi magnetici dovuti agli elettroni atomici sono orientati lungo la direzione del momento angolare totale dell'atomo. Anche momento angolare e momento magnetico del nucleo sono orientati lungo una stessa direzione, non potendosi però mai allineare esattamente ad essa.
I campi magnetici generabili e controllabili sperimentalmente non superano intensità massime di poche decine di Tesla; quelli generati dagli elettroni atomici sono noti con minor precisione, ma molto più intensi.
- Le energie d'interazione con i momenti elettrici e magnetici nucleari perturbano i livelli di atomi e/o molecole generando una **struttura iperfine** di spettri atomici o molecolari, spiegata da Pauli nel '24, e la cui analisi sperimentale permette di risalire ai valori dei momenti nucleari.



Isospin

La somiglianza tra le forze $n-p$ e quelle $p-p$ è evidenziata da esperimenti di diffusione su nuclei a bassa energia e dall'analisi delle proprietà dei nuclei speculari, quali ${}^3\text{H}$ ed ${}^3\text{He}$, ${}^7\text{Li}$ e ${}^7\text{Be}$, ...

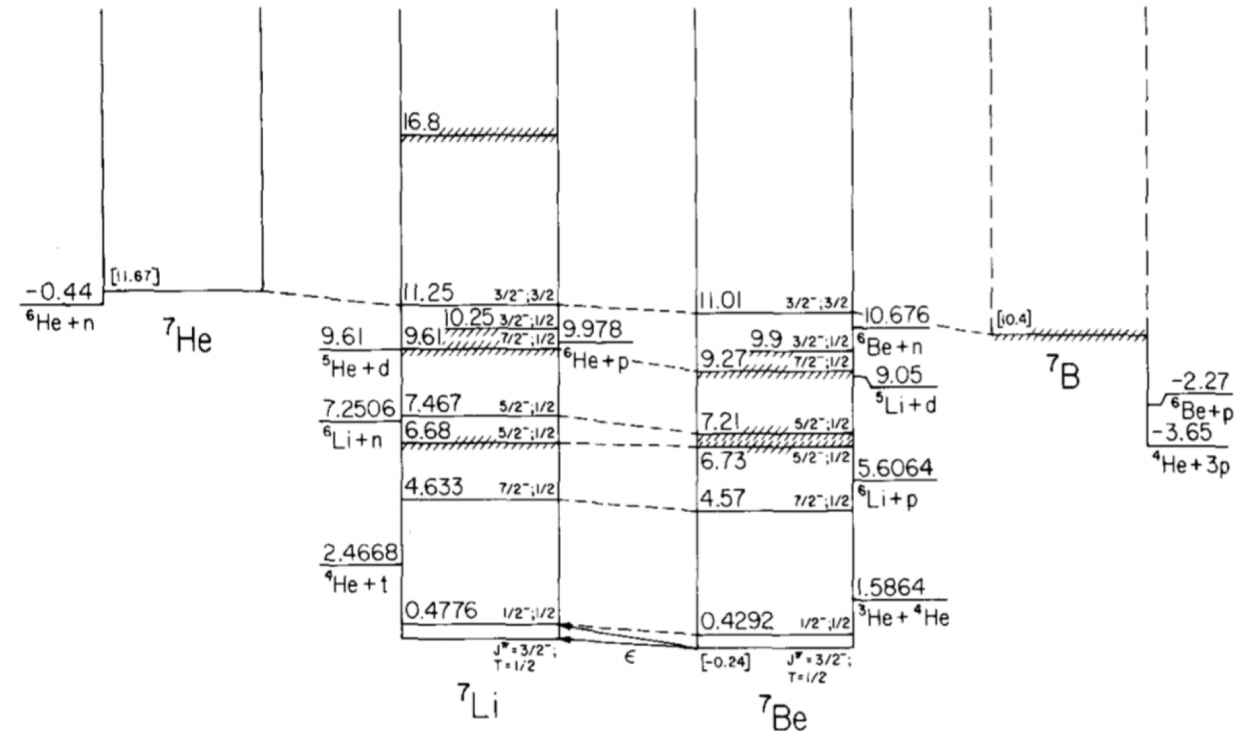
Le forze coulombiane sono diverse nei nuclei speculari, ma a parte questo i livelli energetici di nuclei speculari mostrano notevole somiglianza, come si vede in figura.

I nuclei speculari con $N = Z \pm 1$ hanno oltretutto masse molto simili a meno del contributo dovuto alle diverse energie elettrostatiche; la loro differenza in massa, dalla formula di Weizsäcker è

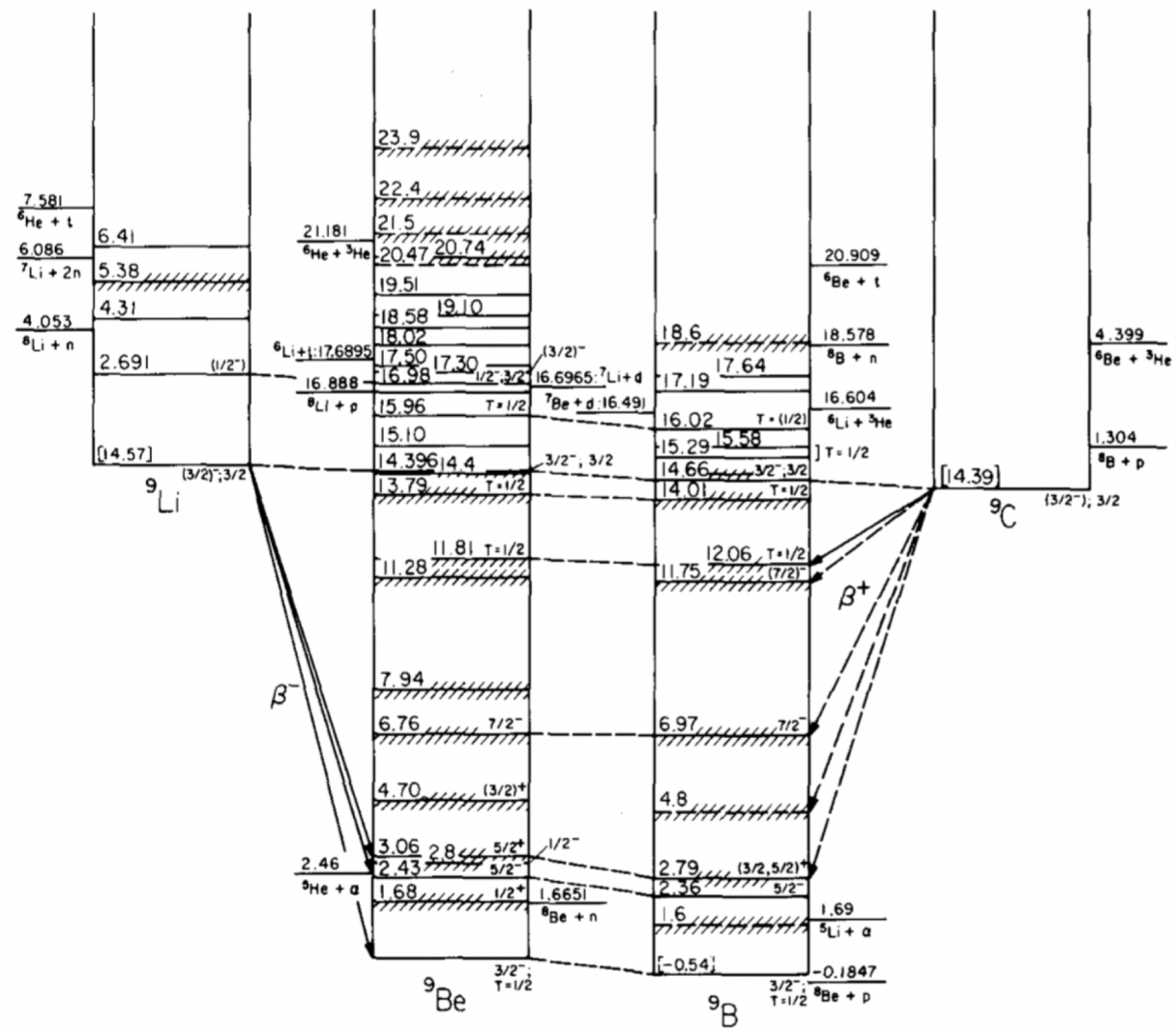
$$\Delta M = \frac{3}{5} \frac{(2Z + 1)}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R_0 A^{1/3}}$$

la somiglianza fra i livelli dei nuclei speculari con $N = Z \pm 1$ suggerisce però solo che vi sia "simmetria di carica", cioè sostanziale equivalenza tra le forze $n-n$ e quelle $p-p$.

L'equivalenza più completa si ha analizzando anche nuclei con A pari (${}^6\text{He}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^6\text{Be}$, ${}^8\text{Li}$, ${}^8\text{Be}$, ${}^8\text{B}$, o ${}^{14}\text{C}$, ${}^{14}\text{N}$ e ${}^{14}\text{O}$), di cui si vedono alcuni livelli nella figura alla pag. successiva



Livelli energetici dei nuclei speculari ${}^7\text{He}$, ${}^7\text{B}$, e ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$



Livelli energetici dei nuclei speculari ${}^9\text{Li}$, ${}^9\text{C}$, e ${}^9\text{Be}$, ${}^9\text{B}$.

Questo suggerì che forze nucleari siano indipendenti dalla carica elettrica e, tolto l'effetto coulombiano, le interazioni fra $n-p$, $p-p$ e $n-n$, siano uguali (trascurando diff. di massa tra p ed n). E' un'ipotesi più forte della simmetria di carica ma non dice nulla sulle forze $n-p$.

Da qui l'introduzione del formalismo dello **spin isotopico**, con l'assegnazione a ogni nucleone di un ulteriore grado di libertà cui corrisponde la variabile detta **isospin**, che assume solo due valori, è dunque dicotomica, dovendo differenziare tra p ed n . Si mutua la struttura algebrica dello spin ordinario dei fermioni: p ed n formano un doppietto di **isospin** ($I = 1/2$) e per le terze componenti si pone

$$\begin{cases} \text{protone:} & I_3 = +1/2 \\ \text{neutrone:} & I_3 = -1/2 \end{cases}$$

L'indipendenza dell'interazione nucleare dalla carica elettrica si traduce in una legge di conservazione, una proprietà di simmetria per cui: **l'isospin si conserva nelle interazioni nucleari**.

Si ricordi che l'**isospin** è un numero quantico **adimensionale**.

Ricapitolando quanto visto finora ...

I nuclei atomici sono sistemi legati di nucleoni, carichi e neutri, di masse pressoché uguali, che ubbidiscono al principio di esclusione e interagiscono con una forza a brevissimo range manifestando saturazione.

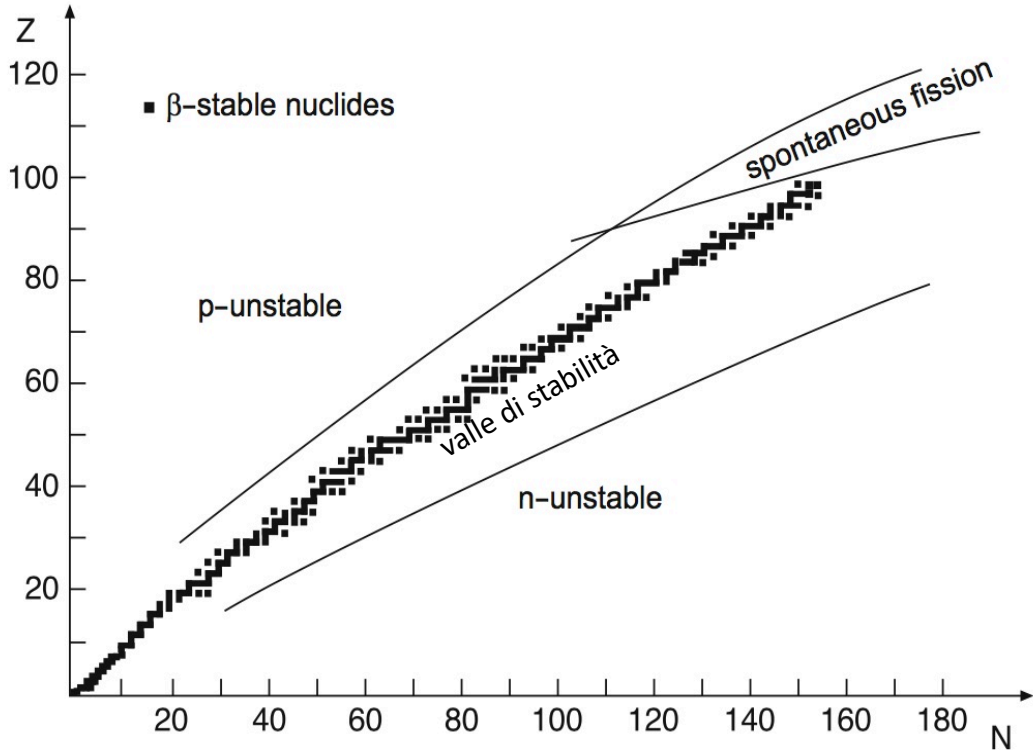
Le regolarità individuate, come quelle associate all'emergere in diverse situazioni dei cosiddetti "numeri magici", fanno pensare che i nucleoni siano organizzati nei vari nuclei su livelli energetici secondo uno schema in parte mutuabile da quello che spiega la struttura atomica, con la differenza che mentre nell'atomo il potenziale che determina la struttura dei livelli è quello dovuto alla carica elettrica dei protoni concentrata nel nucleo, nel caso del nucleo il potenziale è quello determinato dall'insieme degli stessi nucleoni del nucleo che si muovono dunque in esso soggetti al potenziale che essi stessi determinano.

La stabilità dei nuclei

- Le specie nucleari note sono circa 3300: 254 sono i nuclidi naturali stabili, 85 quelli naturali instabili, i restanti sono radionuclidi prodotti artificialmente.
- Degli 85 nuclidi naturali instabili 32 sono ritenuti *primordiali*, mentre gli altri si sono formati attraverso reazioni e decadimenti nucleari spontanei nel corso dei miliardi di anni di vita dell'universo.
- L' $^{238}_{92}\text{U}$ è il nucleo con i valori maggiori di **A** e **Z** spontaneamente presente in natura. I nuclidi con **Z** > **92**, detti *transuranici*, sono tutti prodotti artificialmente.

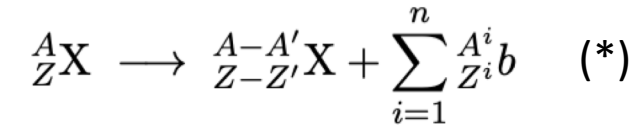
Tutti gli elementi transuranici e una parte di quelli *suburanici* sono **naturalmente instabili** rispetto all'**emissione di nuclei di elio** ^4_2He (radioattività α), rispetto all'**emissione di elettroni e^- o positroni e^+** (radioattività β), e all'**emissione di radiazione elettromagnetica** (radioattività γ).

- A questi tre tipi di decadimento si aggiunge la *fissione spontanea* dell'isotopo ^{238}U (scissione del nucleo in due frammenti di massa confrontabile).
- I nuclei stabili sono raccolti in una banda piuttosto stretta sul piano (**Z;N**) della tabella dei nuclidi, detta **valle di stabilità**.
- Il decadimento radioattivo spontaneo è un fenomeno indipendente dal tipo di emissione che produce.
- Per un decadimento in due corpi esso consiste nella disintegrazione spontanea del nucleo di un atomo, detto *genitore* che si trasforma in un più stabile nucleo *figlio*, più un residuo.
- Se anche il nucleo figlio ed eventualmente anche il residuo sono radioattivi, il processo continua con decadimenti a catena fino all'ottenimento di prodotti stabili.



Ogni nucleo instabile possiede una determinata probabilit  λ di decadere in un qualsiasi istante di tempo e la sua **vita media** τ   il reciproco della probabilit  di decadimento: $\tau = 1/\lambda$.

Un nucleo ${}^A_Z X$ dice *stabile* rispetto al decadimento



con $\sum_{i=1}^n A^i = A'$ e $\sum_{i=1}^n Z^i = Z'$, se risulta negativa la differenza fra le masse

$$\Delta M_b(A, Z) = M_X(A, Z) - M_X(A - A', Z - Z') - \sum_{i=1}^n M_b(A^i, Z^i)$$

Se invece $\Delta M_b > 0$, il processo ha luogo spontaneamente, a meno del rispetto di leggi di conservazione.

Questo presuppone che gli $(n + 1)$ prodotti del decadimento vengano emessi contemporaneamente.

Per decadimenti binari $E_b(A, Z) = \Delta M_b(A, Z)c^2 < 0$   detta energia di legame di ${}^{A'}_{Z'} b$ nel nucleo ${}^A_Z X$.

L'opposto di $E_b(A, Z)$, detta energia di separazione, rappresenta l'energia minima da fornire al nucleo ${}^A_Z X$ affin  esso emetta ${}^{A'}_{Z'} b$.

Se quindi $E_b(A, Z) > 0$, il processo avviene spontaneamente, e i termini a destra della freccia in (*) sono detti:

prodotti del decadimento.

La quantità totale di energia rilasciata in un decadimento è anche detta **Q-valore** del decadimento

Un decadimento può quindi aver luogo spontaneamente solo se $Q > 0$.

Dai valori sperimentali delle masse dei nuclidi naturali e di molti artificiali si trova, se ${}^A_Z b$ è un protone p , un neutrone n o un deutone $d \equiv {}^2_1\text{H}$, che vale sempre $E_b(A, Z) < 0$, ovvero il decadimento spontaneo non può aver luogo; ne discende che

le radioattività naturali **protonica**, **neutronica** e **deutonica** sono **energeticamente proibite**.

Calcolando le energie di legame di protoni e neutroni, tramite $E_b(A, Z) = \Delta M_b(A, Z)c^2 < 0$ si constata che i nuclei con numero N^* di neutroni pari a

$$N^* = 2, 8, 20, 50, 82, 126$$

sono eccezionalmente stabili, poiché le energie di legame per i loro protoni e neutroni sono maggiori di quelle calcolate per i nuclei con valori adiacenti di N .

Si ritrova la sequenza dei **numeri magici** !