Introduzione alla Fisica Nucleare e Subnucleare
Prova scritta _ 28, 08, 2020

Esercizio 1

Quale energia cinetica deve possedere un protone per poter superare la barriera Coulombiana di un nucleo di $^{40}_{20}Ca$? (Si ricordi che $\hbar \simeq 1.054 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s, e che $1\ J \simeq 6.24 \cdot 10^{18}$ eV).

Soluzione 1

Il protone dovrà avere un'energia cinetica E_p maggiore o uguale al valore dell'altezza della barriera Coulombiana del nucleo alla distanza del raggio di carica del nucleo stesso.
Assumendo per il raggio di carica del nucleo quanto si deduce da $R(^{40}_{20}Ca) = R_0 A^{1/3}$ e ricordando che $R_0 \simeq 1.2 \times 10^{-15}$ m, si ha:

$$R(^{40}_{20}Ca) \equiv R_{Ca} \simeq 1.2 \cdot 10^{-15} \times (40)^{1/3} \text{ m} \simeq 4.1 \cdot 10^{-15} \text{ m}.$$

Essendo $+e$ e rispettivamente $+20e$ le cariche elettriche del protone e del nucleo di calcio, si ha, per l'altezza E_C della barriera Coulombiana alla distanza R_{Ca}:

$$E_C = \frac{e \cdot 20e}{4\pi\epsilon_0 R_{Ca}} = \frac{20\alpha\hbar c}{4.1 \cdot 10^{-15}} \simeq \frac{20 \times 1.054 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{137 \times 4.1 \cdot 10^{-15}} \simeq$$

$$\simeq 1.12 \cdot 10^{-12} \text{ J} \simeq 7 \text{ MeV}$$

Quindi dovrà essere: E_p maggiore o uguale a 7 MeV.

Esercizio 2

Un deutone, di massa $M_d = 1876.119$ MeV$/c^2$ ed energia di legame $B_d = 2.225$ MeV, viene disintegrato in un protone e un neutrone da un raggio γ di energia E_γ. Si determini, al più basso ordine in termini di $B_d/M_d c^2$, il valore di soglia di $E_\gamma - B_d$ a partire dal quale la reazione può aver luogo.

Soluzione 2

Ci si ponga nel sistema di riferimento in cui il deutone è inizialmente a riposo.
Il quadri-impulso del centro di massa del sistema è

$$E_{cm}^2 = (E_\gamma + E_d)^2 - p_\gamma^2 c^2 = E_\gamma^2 + 2E_\gamma E_d + E_d^2 - E_\gamma^2 = 2E_\gamma E_d + E_d^2$$

L'energia cinetica del centro di massa, sempre nello stesso sistema di riferimento, è data da:

$$E_k = E_{tot} - E_{cm} = (E_\gamma + E_d) - \sqrt{2E_\gamma E_d + E_d^2}$$

Il processo si può immaginare come il deutone che assorbe il raggio γ, quindi inizia a muoversi nello stesso senso del centro di massa, e dopo qualche istante decade in protone e neutrone. L'energia minima che il fotone deve possedere per portare alla scissione del deutone deve quindi essere pari a quella di legame di protone e neutrone nel deutone stesso, più quella associata alla traslazione del centro di massa. Quindi:

$$E_\gamma = B_d + E_{cm} = B_d + E_\gamma + E_d - \sqrt{2E_\gamma E_d + E_d^2}$$

da cui $\quad (B_d + E_d)^2 = 2E_\gamma E_d + E_d^2 \quad$ e ancora $\quad B_d^2 + 2B_d E_d = 2E_\gamma E_d$

e infine

$$E_\gamma = \frac{B_d^2}{2E_d} + \frac{B_d 2E_d}{2E_d} = \frac{B_d^2}{2M_d c^2} + B_d$$

da cui:

$$E_\gamma - B_d = \frac{B_d^2}{2M_d c^2} \simeq 1.32 \text{ keV}.$$

Esercizio 3

Dire se le seguenti reazioni o decadimenti sono possibili, e indicare tutti i numeri quantici conservati e violati per ogni caso.

1. $p \to \mu^+ \pi^0$
2. $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$
3. $K^- p \to \Omega^- \pi^+ \pi^-$
4. $\Omega^- \to \Lambda K^-$
5. $\Xi^0 \to \Sigma^+ \mu^- \nu_\mu$
6. $\tau^- \to K^+ K^- K^+ \nu_\tau$
7. $K^0 \to \mu^+ \mu^+ \mu^- \bar{\nu_\mu}$
8. $\pi^+ \to \nu_\mu \nu_e \nu_e \mu^- e^+ e^+$

9. $p\gamma \to \Delta^+ \to \pi^+ n$

10. $\eta \to \gamma\gamma\gamma$

Soluzione 3

1. No, viola B
2. Si debole
3. No viola S
4. Si debole
5. Si debole
6. Si debole
7. No viola L
8. No viola L
9. Si EM
10. No viola C

Esercizio 4

In un collisore protone-antiprotone si osserva un evento muone-antimuone in cui le due particelle misurate hanno $|\vec{p_{\mu 1}}|$=45 MeV e $|\vec{p_{\mu 2}}|$=30 GeV, secondo il processo: $p\overline{p} \to X \to \mu^+\mu^-$.

1. Calcolare la massa della particella X e riconoscere di quale particella studiata si tratta.
2. Dire quali sono tutti i numeri quantici della particella X, lo spin, la composizione a quark.
3. Dire con quale interazione fondamentale la particella X decade, scrivere almeno un altro decadimento possibile e disegnarne il diagramma di Feynman.

Soluzione 4

1. Per prima cosa calcoliamo le energie dei due muoni, conoscendo il loro tri-momento e la massa $m_\mu = 105$MeV, avremo: $E_1 = \sqrt{\vec{p_1}^2 + m_\mu^2} =$ 115 MeV, $E_2 = \sqrt{\vec{p_2}^2 + m_\mu^2} = 30$ GeV. Calcoliamo poi l'energia nel centro di massa $E_X = E_1 + E_2 = 30.12$GeV e l'impulso $p_X = |\vec{p_1} + \vec{p_2}| =$

29.96GeV. Dunque avremo che la massa della particella X vale $M_X = \sqrt{E_X^2 - p_X^2} = 3.1$ GeV. La particella cercata dunque corrisponde alla risonanza $X = J/\psi$.

2. $Q = S = L = B = 0, J^P = 1^-$, formata da una coppia di quark-antiquark charm, $c\bar{c}$.

3. Decade attraverso l'interazione debole in leptone-antileptone tramite scambio di fotone o bosone vettore virtuale e attraverso l'interazione forte in N pioni tramite lo scambio di gluoni.

Esercizio 5

Una particella carica positivamente, di massa ed energia ignote, viene rivelata mediante uno spettrometro caratterizzato da un campo magnetico pari a $B = 1T$. Il raggio di curvatura della traccia misurata è pari a $R = 4m$. All'uscita dello spettrometro sono posti due rivelatori $T1$ e $T2$ ad una distanza $L = 5m$ capaci di misurare i tempi di passaggio della particella ($t1$ e $t2$) e di conseguenza il tempo di volo della particella tra $T1$ e $T2$: $TOF = t2-t1$. Il valore misurato risulta pari a $TOF = 18ns$.
a) Di quale particella, tra quelle della lista qui sotto, si tratta?
b) Qualora la capacità di risoluzione temporale di ciascuno dei due rivelatori fosse pari a $\sigma_{T1} = \sigma_{T2} = 1ns$, sarebbe possibile distinguere la particella rivelata da quella di massa subito inferiore? Si utilizzi come criterio che due tempi di volo sono distinguibili se differiscono almeno di $2\sigma_{TOF}$.

particella	Massa (MeV/c^2)
e	0.5
μ^+	106
π^+	139
K^+	494
p	938
d	1876
t	2809

Table 1: Lista di alcune particelle cariche e loro masse

Soluzione 5

a) La particella rivelata ha un impulso pari a

$$p = 0.3\ R\ B\ GeV/c = 0.3 \cdot 4 \cdot 1\ GeV/c = 1.2\ GeV/c$$

e una velocità

$$\beta = L/(c \cdot \Delta t) = 5m/(c \cdot 18ns) = 0.926$$

Essendo $p = \gamma m \beta c$ ne viene che

$$m = p/(\gamma \beta c) = 0.489\ MeV/c^2$$

con $\gamma = 2.65$.
Ne viene che la particella in questione deve essere un kaone.

b) Essendo $\sigma_T = 1ns$ ne viene che $\sigma_{TOF} = \sqrt{2}\sigma_T = \sqrt{2}$ ns e la condizione sulla minima differenza di tempo di volo tra le 2 particelle è $(TOF_{m1} - TOF_{m2}) > 2,\ \sigma_{TOF} = 2\sqrt{2}$ ns = 2.8 ns.
Siccome sappiamo che

$$\Delta_{TOF} = TOF_1 - TOF_2 = \frac{L}{c}\left(\sqrt{1+\frac{m_1^2c^2}{p^2}} - \sqrt{1+\frac{m_2^2c^2}{p^2}}\right) \simeq L\frac{(m_1^2 - m_2^2)c}{2p^2}$$

risulta

$$\Delta_{TOF} = \frac{5m(0.494^2 - 0.139^2)Gev^2/c^4 \cdot c}{2 \cdot 1.2^2 GeV^2/c^2} ns = 1.3$$

ns che è minore di 2.8 ns. Pertanto le due particelle non sono distinguibili.

Esercizio 6

Un esperimento usa un rivelatore Cherenkov per una grossolana ma veloce misura delle velocità delle particelle cariche incidenti. Il rivelatore è composto da una serie di 7 spessori giustapposti (S1,..., S7) di materiali con i seguenti indici di rifrazione: n1 = 1.35, n2 = 1.38, n3= 1.43, n4 = 1.45, n5 = 1.47, n6 = 1.5, n7 = 1.53.
Tre particelle di caratteristiche ignote passano attraverso il rivelatore: la prima dà segnale su S5, S6 ed S7, la seconda su S3, S4, S5, S6 ed S7, la terza non dà segnale su nessun rivelatore.
Quali informazioni possiamo trarre relativamente a ciascuna delle 3 particelle incidenti?

Soluzione 6

I valori di soglia dei rivelatori S1-S7 sono:
$\beta_1^{th} = 1/n1 = 0.741$,
$\beta_2^{th} = 1/n2 = 0.725$,

$\beta_3^{th} = 1/n3 = 0.699,$
$\beta_4^{th} = 1/n4 = 0.690,$
$\beta_5^{th} = 1/n5 = 0.680,$
$\beta_6^{th} = 1/n6 = 0.667,$
$\beta_7^{th} = 1/n7 = 0.635$

Pertanto
$0.680 < \beta 1 < 0.690$,
$0.699 < \beta 2 < 0.725$,
$\beta 3 < 0.653$, oppure particella 3 neutra.