Introduzione alla Fisica Nucleare e Subnucleare
Prova scritta _ 23, 09, 2020

Esercizio 1

Si completino i seguenti decadimenti e reazioni nucleari indicando per i primi anche la tipologia (la tabella degli elementi è in allegato):

- ...... + $n \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C}$ + ...
- ${}^{63}_{30}\mathrm{Zn} \rightarrow$ ...... + ... + ν_e
- ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow$ ...... + α
- ...... $\rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N}$ + ... + $\overline{\nu}_e$
- ${}^{83}_{37}\mathrm{Rb}$ + ... $\rightarrow {}^{83}_{36}\mathrm{Kr}$ + ...
- ${}^{36}_{17}\mathrm{Cl} \rightarrow$ ...... + e^- + ...

Soluzione 1

- ${}^{14}_{7}\mathrm{N} + n \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + p$ (Reazione)
- ${}^{63}_{30}\mathrm{Zn} \rightarrow {}^{63}_{29}\mathrm{Cu} + e^+ + \nu_e$ (Decadimento β^+)
- ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + \alpha$ (Decadimento α)
- ${}^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + e^- + \overline{\nu}_e$ (Decadimento β^-)
- ${}^{83}_{37}\mathrm{Rb} + e^- \rightarrow {}^{83}_{36}\mathrm{Kr} + \nu_e$ (Cattura K)
- ${}^{36}_{17}\mathrm{Cl} \rightarrow {}^{36}_{18}\mathrm{Ar} + e^- + \overline{\nu}_e$ (Decadimento β^-)

Esercizio 2

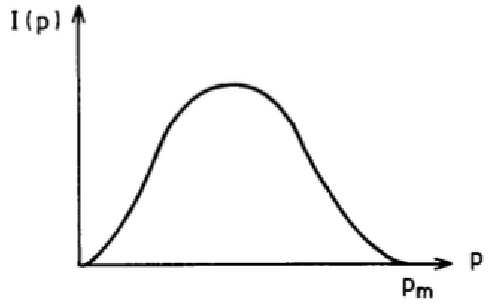
Il ^{34}Cl decade in ^{34}S emettendo positroni. Si faccia un disegno qualitativo dello spettro dei positroni emessi in funzione del loro impulso. Tenendo conto del valore pari a 5.52 MeV/c^2 della differenza di massa fra i due atomi neutri di ^{34}Cl e ^{34}S, si valuti la massima energia possibile per i positroni emessi.

Soluzione 2

Per la massima energia possibile per i positroni emessi si ha:

$$E_{max\beta^+} = \left[M\left({}^{34}\text{Cl}\right) - M\left({}^{34}\text{S}\right) - 2m_e\right]c^2 = (5.52 - 0.511 \times 2)\,\text{MeV} = 4.50\,\text{MeV}$$

e lo spettro in impulso dei positroni ha una forma del tipo:



Esercizio 3

Una particella neutra ignota di energia E_X=10 GeV decade in due pioni di carica opposta. Sapendo che l'angolo minimo di apertura dei due pioni (corrispondente alla configurazione in cui l'energia dei pioni risulta uguale alla metà dell'energia della particella X) ha un valore misurato di 5.3 gradi, calcolare la massa della particella ignota e dire di che particella nota si tratta.

Soluzione 3

$M_X^2 = (p_{\pi^+} + p_{\pi^-})^2 = 2M_\pi^2 + 2E_\pi^2 - 2|p_{\pi^+}||p_{\pi^-}|cos\theta_{min}$.
Sostituendo $E_{\pi^+} = E_{\pi^-} = E_X/2$ e svolgendo il calcolo si ottiene $M_X = 495$ MeV, ovvero una particella K^0.

Esercizio 4

Un fascio di kaoni collide contro un bersaglio di idrogeno. Ricavare la formula per l'energia cinetica di soglia del processo di produzione:
$K^- + p \to \Omega^- + K^+ + K^0$ e calcolarne il valore in GeV .
($m_{K^+} = 494\ MeV, m_{\Omega^-} = 1672\ MeV$).

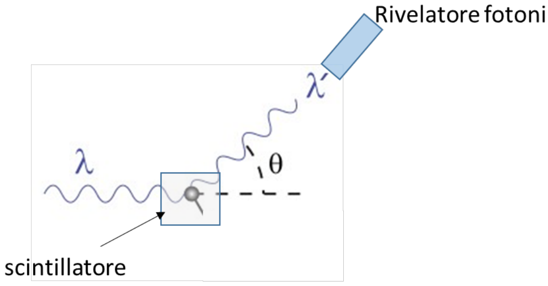
Soluzione 4

Si tratta dell'energia cinetica K_{th} della particella incidente in corrispondenza della quale le particelle dello stato finale siano prodotte in quiete nel sistema del centro di massa. Per calcolarla basta calcolare l'energia del centro di massa $\sqrt{s}$ dello stato iniziale e dello stato finale nella condizione in cui le particelle sono prodotte ferme. Si ottiene (vedi appunti per il calcolo esplicito):

$$K_{th} = \frac{(m_{\Omega^-} + m_{K^+} + m_{K^0})^2 - m_p^2 - m_{K^-}^2}{2m_p} \simeq 3 \text{ GeV}.$$

Esercizio 5

Si vuole calibrare la risposta di uno scintillatore plastico ad elettroni di varie energie utilizzando un fascio di fotoni. Il fascio viene fatto incidere sullo scintillatore e si guarda la risposta dello scintillatore solo quando, in seguito ad una diffusione Compton, un fotone viene rivelato con un opportuno rivelatore a diversi angoli (v. figura) Si chiede quanta energia possiede e quindi rilascia un elettrone quando si rivela in coincidenza un fotone ad un angolo $\theta = 45^o$ se il fotone incidente ha 2 MeV. Quale sarà l'energia massima dell'elettrone in funzione del variare dell'angolo θ del rivelatore di fotoni? Per la massa dell'elettrone si usi il valore di 0.5 GeV/c^2.



Soluzione 5

Siccome $\lambda' - \lambda = (h/mc)(1 - cos(\theta))$ ricordando che $\nu = c/\lambda$ si ottiene

$$h\nu - h\nu' = \frac{h\nu h\nu'}{mc^2}(1 - cos\theta)$$

e quindi

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{\frac{E_\gamma(1-cos\theta)}{mc^2} + 1}$$

ed infine

$$E_e = E_\gamma - E'_\gamma$$

$$E_e = E_\gamma \frac{(E_\gamma/mc^2)(1-cos\theta)}{1+(E_\gamma/mc^2)(1-cos\theta)} \tag{1}$$

$E_\gamma = 2MeV$ quindi

$$E'_\gamma = \frac{2}{\frac{2(1-0.71)}{0.5}+1} = 0.93$$

$$E_e = 2\frac{(2/0.5)(1-0.71)}{1+(2/0.5)(1-0.71)} = 1.07$$

$$E_e^{max} = E_e(\theta = 180^o = 1.78MeV)$$

Esercizio 6

Dal centro di uno spettrometro ($B = 2T$), vengono emesse, in seguito all'interazione tra due fasci collidenti, particelle cariche di impulso variabile e identità ignota. Lo spettrometro ha una simmetria cilindrica (l'asse coincide con quello dei fasci collidenti, perpendicolare al piano della figura), ed è equipaggiato con 3 strati di rivelatori traccianti (linea punteggiata in figura) per misurare il raggio di curvatura delle particelle. All'esterno dello spettrometro ci sono dei rivelatori di range (rappresentati con un'unica fascia grigio scura) ottimizzati per la rivelazione di ioni leggeri. Sul rivelatore di range non arriva nessun protone al di sotto di 300 MeV/c mentre il suo spessore limita la misura di range dei protoni ad un valore massimo che corrisponde a protoni di 200 MeV. Si valuti il raggio dello spettrometro. Se quindi il rivelatore riesce a identificare protoni tra 300 MeV/c di impulso minimo e 200 MeV di energia massima, si valuti l'intervallo di impulsi in cui riuscirà a determinare la massa di particelle alfa. Si trascuri per semplicità la dipendenza dall'angolo di incidenza delle particelle sul rivelatore di range, assumendo sempre un impatto perpedicolare al rivelatore. Si consideri inoltre la massa della particella alfa pari a 4 masse protoniche.

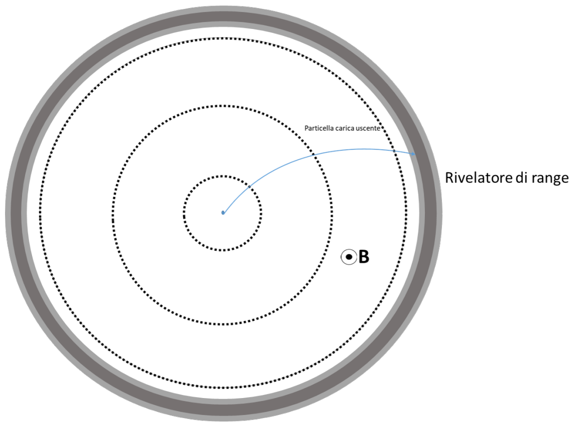
Soluzione 6

Il limite inferiore di 300 MeV/c significa che le particelle con impulso più basso non riescono ad uscire dallo spettrometro, per cui a 300 MeV/c il raggio di curvatura dev'essere uguale a metà del raggio dello spettrometro: $\rho_{min} = R_S/2$ Sappiamo che

$$p(GeV/c) = Z \times 0.3\rho(m)B(T)$$

e quindi

$$0.3 = 0.3\rho_{min}(m)2$$



ovvero

$$\rho_{min} = 0.5m$$

da cui il raggio dello spettrometro è pari a $R_s = 2\rho_{min} = 1m$
Nel caso di una particella alfa il raggio di curvatura ρ_{min} corrisponde a un impulso minimo

$$p^{\alpha}_{min}(GeV/c) = 2 \times 0.3\rho(m)B(T) = 0.6GeV/c$$

essendo $Z_\alpha = 2$.
Infine, essendo il range massimo determinato dallo spessore del rivelatore, sarà

$R^{max}_{\alpha} = \frac{K}{M_\alpha Z^2_\alpha} E^{max2}_{\alpha} = R^p_{max} = \frac{K}{M^2_p}(0.2(GeV))^2$

da cui $E^{max}_{\alpha} = 0.8$ GeV, da cui si ricava infine p^{max}_{α}.