

Introduzione alla Fisica Nucleare e Subnucleare

Prova scritta - 22, 01, 2021

Esercizio 1

Una reliquia lignea proveniente da una tomba egizia contiene 1 grammo di carbonio con una attività pari a $4 \times 10^{(-12)}$ Ci.

Se il rapporto $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ nell'albero vivo da cui proviene il legno era pari ad $1.3 \times 10^{(-12)}$, qual'è l'età della reliquia?

Il tempo di dimezzamento del ^{14}C è di 5730 anni e $1 \text{ Ci} = 37 \text{ GBq}$.

Soluzione 1

Per l'attività si ha

$$A(t) = A(0)e^{\lambda t} \quad \text{con} \quad A(0) = \lambda N(0)$$

e

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \simeq \frac{0.693}{t_{1/2}}$$

Nel presente caso si ha

$$t_{1/2}^{14\text{C}} = \left(5730 \times 365 + \frac{5730}{4}\right) \times 24 \times 60 \times 60 \simeq 1.81 \times 10^{11} \text{ s}$$

e

$$\lambda^{14\text{C}} \simeq \frac{0.693}{t_{1/2}^{14\text{C}}} \simeq 3.83 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

Dato il rapporto $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ nel legno della pianta viva, si ottiene, per il numero di nuclei di ^{14}C al momento della morte della pianta

$$N_{14\text{C}}(0) \simeq 1.3 \times 10^{-12} \times \frac{6 \times 10^{23}}{12} \simeq 6.5 \times 10^{10}$$

Ne consegue, per l'attività iniziale

$$A(0) = \lambda^{14\text{C}} N_{14\text{C}}(0) \simeq 3.83 \times 10^{-12} \times 6.5 \times 10^{10} \simeq 0.25 \text{ dec./s}$$

L'attività odierna della reliquia è

$$A(t) = 4 \times 10^{-12} \text{ Ci} = 4 \times 10^{-12} \times 3.7 \times 10^{10} \simeq 0.15 \text{ dec./s}$$

Si ha quindi

$$-\lambda^{14\text{C}} t = \ln \frac{A(t)}{A(0)} \simeq \ln \frac{0.15}{0.25} \simeq -0.51$$

da cui infine

$$t \simeq \frac{0.51}{\lambda^{14\text{C}}} \simeq 1.3 \times 10^{11} \text{ s} \simeq 4193 \text{ anni}$$

che corrisponde all'età della reliquia.

Esercizio 2

Un rivelatore di particelle cariche è costituito da un sottile rivelatore Cherenkov (di indice di rifrazione pari a $n=1.65$) seguito da un rivelatore di range. Si misura il cammino residuo di una particella carica ($Z = +1$) e questo risulta pari a quello di un protone di 100 MeV. La particella ha anche dato segnale nel rivelatore Cherenkov.

Si valuti di quale delle particelle cariche indicate nella tabella sottostante si può trattare.

Particella	massa (MeV/c ²)
muone	105.7
pione	139.6
kaone	493.7
protone	938.3
deutone	1876
tritone	2808.9

Soluzione 2

Valutiamo dapprima se il protone può dare segnale nel rivelatore Cherenkov, calcolandone la velocità.

$$E = T_p + m_p = 100 + 938.3 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} 938.3c^2$$

(T è il simbolo relativo all'energia cinetica) da cui

$$\beta = 0.428$$

Essendo la soglia pari a

$$\beta_{th} = 1/n = 1/1.65 = 0.606$$

risulta che il protone non può dare segnale Cherenkov. La particella rivelata non era pertanto un protone.

Ricordando la formula approssimata

$$R_p(T) = \frac{K}{m} T^2$$

(m è la massa della particella in questione) valida a energie non relativistiche ne viene che non può trattarsi nemmeno di alcuna particella di massa maggiore del protone (che avrà un'energia minore a parità di range).

Consideriamo allora particelle con massa minore, in primo luogo il Kaone:

$$R_p(100MeV) = \frac{K}{m_p} T_p^2 = R_K(T_K) = \frac{K}{m_K} T_K^2 \quad (1)$$

da cui

$$T_K = \sqrt{100^2 \times 493.7/938.3} = 72.53 \text{ MeV}$$

da cui si ricava

$$\beta_K = 0.489$$

Essendo sotto la soglia Cherenkov non si può trattare di un Kaone carico. Passiamo poi al pione, analogamente all'eq. si ottiene

$$T_\pi = 38.6 \text{ MeV}$$

e quindi

$$\beta_\pi = 0.621$$

che è sopra la soglia Cherenkov e quindi è un possibile candidato. Similmente si mostra che anche un muone di tale range (e quindi di energia 33.56 MeV) avrebbe dato un segnale Cherenkov ($\beta = 0.65$) e sarebbe quindi un altro possibile candidato. Non è pertanto possibile sapere se la particella in questione sia un muone o un pione carico.

Esercizio 3

Si consideri il processo:

$$\pi^- + p \rightarrow \phi + n$$

in cui un pione negativo urta contro un protone fermo nel laboratorio. Sapendo che il mesone ϕ (spin=1, $m_\phi = 1019.445$ MeV, $\tau_\phi = 1.55 \cdot 10^{-22}$ s) ha energia pari a 7 GeV:

1. Calcolare l'energia di soglia del pione necessaria a produrre il mesone ϕ secondo il processo indicato.
2. Calcolare la vita media del mesone ϕ nel laboratorio.
3. Indicare la composizione in quark della ϕ , collocarla nel modello a quark ed elencare almeno due modi di decadimento.

Soluzione 3

1. $E_\pi^{th} = \frac{(m_\phi + m_n)^2 - m_\pi^2 - m_p^2}{2m_p} = 1573$ MeV.
2. $\tau_\phi^{LAB} = \gamma_\phi \tau_\phi = \frac{E_\pi}{m_\pi} \tau_\phi = 1.1 \cdot 10^{-21}$ s.
3. Il mesone ϕ risulta composto da una coppia di quark-antiquark di tipo strange: $s\bar{s}$, nel modello a quark si trova nel centro del nonetto mesonico di spin-1, avendo $S=0$ e $Q=0$, insieme ai mesoni ω e ρ . Decade principalmente in coppie di kaoni: $\phi \rightarrow K^+ K^-$, $\phi \rightarrow K^0 \bar{K}^0$.

Esercizio 4

Dire se le seguenti reazioni o decadimenti sono possibili, e indicare tutti i numeri quantici conservati e violati per ogni caso.

1. $\mu^+\mu^- \rightarrow ZZ$

2. $p\bar{p} \rightarrow J/\psi\pi^+$

3. $\Omega \rightarrow \Sigma^0\pi^-$

4. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0\pi^0$

5. $\tau^+\tau^- \rightarrow \gamma\gamma$

Soluzione 4

1. Sì, debole
2. NO, viola carica e numero barionico
3. NO, forte con violazione di stranezza
4. NO, violazione energia
5. Sì, elettromagnetica