

Introduzione alla Fisica Nucleare e Subnucleare

Prova scritta – 22, 01, 2021

Esercizio 1

Si consideri il processo:

$$\bar{p} + p \rightarrow K^- + K^+$$

in cui un antiprotone di energia 1 GeV/c collide si annichisce con un protone fermo, ed i kaoni prodotti hanno la stessa energia. In questa configurazione, i due kaoni sono emessi a 90 gradi rispetto alla direzione dell'antiprotone incidente nel sistema di riferimento del centro di massa.

1. Calcolare l'energia dell'antiprotone.
2. Calcolare l'energia del centro di massa, e dire a che angolo sono prodotti i kaoni in questo sistema.
3. Calcolare energia e momento dei kaoni prodotti.
4. Se nel sistema del laboratorio le componenti longitudinali e trasversali del kaone valgono rispettivamente 0.5 GeV e 0.9 GeV, a che angolo vengono prodotti i kaoni in questo sistema?
5. Scrivere la conservazione di tutti i numeri quantici in questo processo e la composizione a quark delle particelle coinvolte. Di che tipo di interazione si tratta?

Soluzione 1

1. $E_{\bar{p}} = \sqrt{p^2 + M^2} = 1.37 \text{ GeV}$
2. $E^* = \sqrt{2M_p^2 + 2M_p E_{\bar{p}}} = 2.08 \text{ GeV}$. I kaoni sono prodotti back-to-back.
3. $E_K^* = E^*/2 = 1 \text{ GeV}$; $p_K^* = \sqrt{E_K^{*2} - M_K^2} = 0.92 \text{ GeV}/c$.
4. $\theta = \arctan\left(\frac{p_{KT}}{p_{KL}}\right) \sim \pi/3$.
5. Numero barionico: $1-1=0+0$. Numero leptonic: 0 ovunque. Stranezza: $0+0=1-1$. Carica elettrica: $-1+1=-1+1$. Composizione a quark: $udd + \bar{u}\bar{d}\bar{d} \rightarrow u\bar{s} + s\bar{u}$. Interazione forte.

Esercizio 2

Un nucleo di ^{201}Po a riposo decade α trasformandosi in ^{197}Pb nel suo stato fondamentale. Sapendo che la massa del ^{201}Po vale $187170.04 \text{ MeV}/c^2$, quella del ^{197}Pb $183436.88 \text{ MeV}/c^2$ e quella del nucleo α $3727.36 \text{ MeV}/c^2$, si ricavano:

1. l'energia totale Q liberata nel decadimento;
2. l'energia cinetica della particella α (a quale frazione di Q corrisponde ?);
3. l'energia cinetica di rinculo del ^{197}Pb ;
4. la velocità di rinculo del ^{197}Pb .

Soluzione 2

1. $Q = [M(^{201}\text{Po}) - M(^{197}\text{Pb}) - M_\alpha] c^2 = 5.80 \text{ MeV}$
2. Il decadimento α è un processo a due corpi, quindi si ha, per gli impulsi dei due prodotti di decadimento

$$|\vec{p}_\alpha| = |\vec{p}_{Pb}| \quad (1)$$

L'energia cinetica della particella α sarà una frazione di Q e dato il piccolo valore del rapporto Q/M_α si può proseguire con procedimento non relativistico e scrivere

$$|\vec{p}_\alpha| \simeq \sqrt{2M_\alpha E_{k,\alpha}} \quad , \quad |\vec{p}_{Pb}| \simeq \sqrt{2M_{Pb} E_{k,Pb}} \quad (2)$$

da cui

$$E_{k,Pb} \simeq \frac{M_\alpha}{M_{Pb}} E_{k,\alpha} \quad (3)$$

E siccome vale anche

$$Q = E_{k,\alpha} + E_{k,Pb} \simeq E_{k,\alpha} \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}} \right) \quad (4)$$

ne consegue

$$E_{k,\alpha} \simeq \frac{QM_{Pb}}{M_\alpha + M_{Pb}} = 5.68 \text{ MeV} \quad (5)$$

che rappresenta il 98% del valore di Q .

3. Immediatamente ne consegue che

$$E_{k,Pb} \simeq 0.116 \text{ MeV} \quad (6)$$

ovvero il 2% del valore di Q .

4. Potendo scrivere l'energia cinetica dei prodotti di reazione con l'espressione non relativistica si ha

$$E_{k,Pb} \simeq \frac{1}{2} M_{Pb} v_{Pb}^2 \text{ MeV} \quad (7)$$

da cui

$$v_{Pb} \simeq \sqrt{\frac{2E_{k,Pb}}{M_{Pb}}} \simeq c \times 0.00112 \simeq 3.37 \times 10^5 \text{ m/s} \quad (8)$$

Esercizio 3

Un fascio di kaoni positivi di $300 \text{ MeV}/c$ viene utilizzato per studi di reazioni indotte da K dirigendolo su di un bersaglio al di fuori del quale si rivelano i prodotti della reazione. Il fascio è fortemente contaminato da pioni positivi dello stesso impulso. Per essere sicuri che le reazioni studiate siano indotte dall'arrivo di un K^+ e non da un pione si intende utilizzare un rivelatore Cherenkov di indice di rifrazione $n = 1.7$. Il rivelatore viene investito perpendicolarmente dal fascio, come mostrato in figura. Si intende verificare se

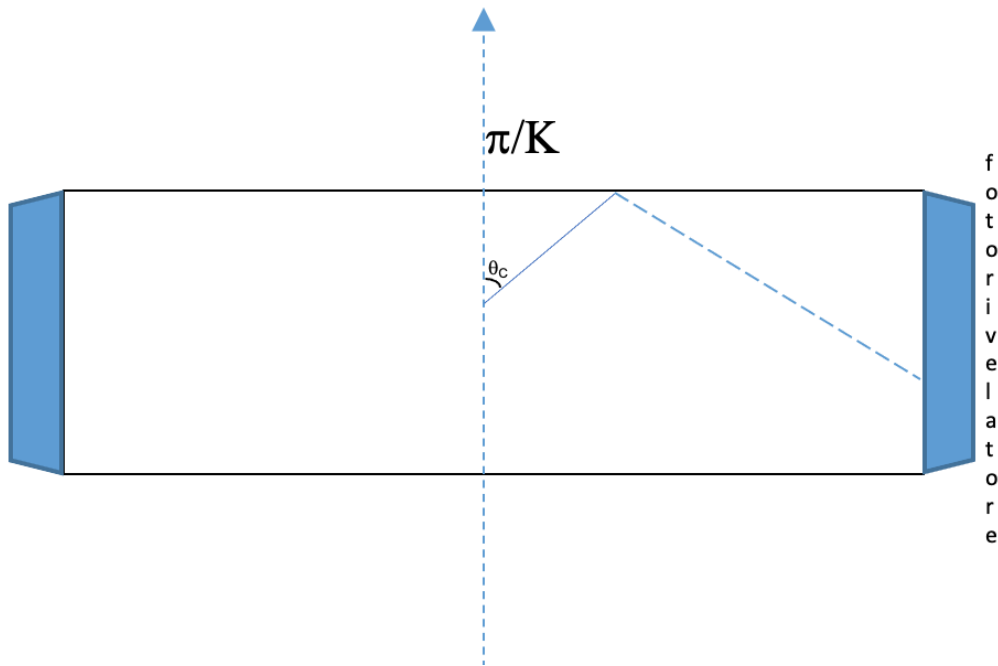


Figure 1: Rappresentazione schematica del passaggio di una particella con emissione di luce Cherenkov ed eventuale riflessione totale della stessa. Il rivelatore è immerso nell'aria.

i prodotti della reazione rivelati sono correlati al passaggio di un π^+ o di un

K^+ rivelando, mediante fotorivelatori posti ai due lati, la luce Cherenkov trasportata per riflessione totale ai fotorivelatori (vedi figura).

Valutare se è possibile distinguere il passaggio di un pione da quello di un Kaone. Si considerino l'indice di rifrazione dell'aria n_a pari a 1, $m_K = 494 \text{ MeV}/c^2$ ed $m_\pi = 140 \text{ MeV}/c^2$.

Soluzione 3

L'angolo di riflessione totale corrisponde a $\sin\theta_R = n_a/n$ da cui $\theta_R = \text{asin}(1/n) = \text{asin}(0.588) = 36^\circ$.

Affinche' la luce Ch. sia riflessa per riflessione totale dev'essere che l'angolo di incidenza della luce Cherenkov $\theta_i \geq \theta_R = 36^\circ$.

Geometricamente si verifica facilmente che $\theta_i = \theta_C$, con θ_C angolo di emissione della luce Cherenkov.

Dovra' quindi essere che $\theta_C \geq 36^\circ$.

Non resta che verificare se all'impulso di $300 \text{ MeV}/c$ $\theta_C^\pi \geq 36^\circ$, mentre $\theta_C^K < 36^\circ$.

Si ha

$$E_\pi = \sqrt{140^2 + 300^2} = 331 \text{ MeV}$$

$$E_K = \sqrt{494^2 + 300^2} = 578 \text{ MeV}$$

$$\beta_\pi = p/E = 300/331 = 0.91$$

$$\beta_K = p/E = 300/578 = 0.52$$

Siccome la soglia Cherenkov corrisponde a $\beta_C = 1/n = 0.588$ risulta che i K sono sotto la soglia di produzione Cherenkov. Bisogna valutare se i pioni sono invece non solo sopra soglia ma anche con un angolo di emissione Cherenkov $\theta_C^\pi \geq 36^\circ$, altrimenti la luce prodotta non verrebbe rivelata nemmeno nel caso dei pioni.

Sappiamo che

$$\theta_C^\pi = \text{acos}(1/n\beta_\pi = \text{acos}(1/1.7 \times 0.91) = 49.7^\circ$$

per cui i raggi Ch. saranno trasportati per riflessione totale verso i fotorivelatori laterali ove verranno letti (fare considerazioni sul fatto che lateralmente i raggi emessi non subiscono piu' riflessione totale ma sono rifratti).

Siccome la risposta a K e pioni e' diversa sara' possibile discriminare tra i due casi.