

INFORMAZIONI SUL CORSO

COSA È UN ALGORITMO

ESEMPI DI ALGORITMI

INFORMATICA

STRUTTURA DEL CORSO

- ▶ Introduzione alla struttura dei calcolatori
- ▶ Introduzione alla programmazione Python
(più in profondità nel *Laboratorio di Programmazione*)
- ▶ Algoritmi e strutture dati
 - ▶ Ordinare un insieme di dati
 - ▶ Trovare il percorso più corto tra due luoghi, etc.
- ▶ Complessità e calcolabilità
 - ▶ Ci sono problemi impossibili da risolvere?
 - ▶ Per quelli che sappiamo risolvere, quanto "tempo" ci vuole?

LIBRI E MATERIALE

- ▶ Cormen, Leiserson, Rivest, Stein
Introduction to Algorithms (Introduzione agli algoritmi)
MIT Press (McGraw Hill per l'edizione italiana)
 - ▶ Per questo corso la lingua o l'edizione (da 1 a 3) del libro *non* sono importanti.
- ▶ Per la programmazione Python vi sono molti libri e tutorial:
 - ▶ Think Python, 2nd Edition
<https://greenteapress.com/wp/think-python-2e/>
 - ▶ Se trovate del materiale in rete controllate che sia per Python 3 e non per Python 2!

SOFTWARE E MATERIALE DEL CORSO

- ▶ Il materiale del corso (slide ed esempi di codice) sarà disponibile online sul sito e-learning del corso
- ▶ Come software si utilizzerà Python versione 3.6 o successive (disponibile su <https://www.python.org>)
 - ▶ Solitamente preinstallato su macOS e Linux
- ▶ È possibile usare un ambiente Python 3 online senza installazione su repl.it (<https://repl.it>)
- ▶ Per la visualizzazione utilizzeremo anche Python Tutor (utilizzabile online su <http://pythontutor.com>)

ESAME

- ▶ Progetto (programma in Python) ed esame orale
- ▶ Il progetto è da svolgersi individualmente
- ▶ Il progetto è da svolgersi in circa 5 giorni
- ▶ Il testo del progetto diventa disponibile circa 10-15 giorni prima della data dell'appello
- ▶ Il progetto deve essere sufficiente per essere ammessi all'orale
- ▶ L'orale è su tutto il programma del corso, si parte discutendo il progetto svolto
- ▶ Nel caso non si passi all'orale il progetto svolto non è valido per l'appello successivo

COSA È UN ALGORITMO? (DEFINIZIONE INFORMALE)

Una procedura computazionale ben definita che prende un valore o insieme di valori come **input** e produce un valore o insieme di valori come **output**

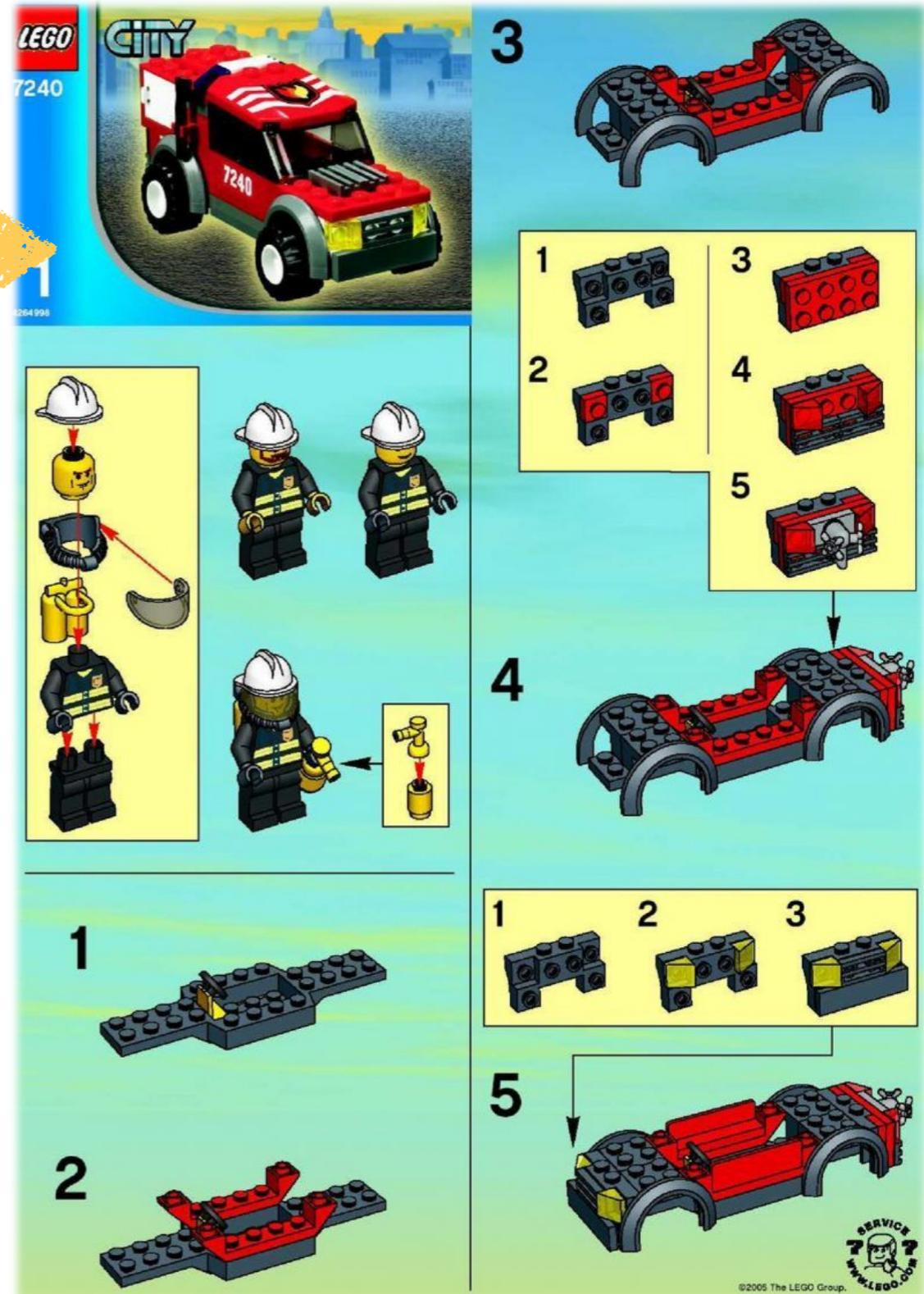
Un algoritmo è quindi un insieme di operazioni che trasformano un input in un output

ALCUNI ESEMPI COMUNI

Input: un insieme ben definito di pezzi di lego

Output:

Le istruzioni contengono un insieme di passi non ambigui che trasformano l'input nell'output



ALCUNI ESEMPI COMUNI

Input: un insieme ben definito di pezzi di ingredienti

Output: tartufi al tiramisù

Anche in questo caso le istruzioni contengono un insieme di passi non ambigui (più o meno) che trasformano l'input nell'output

Preparazione

COME FARE I TARTUFI AL TIRAMISÙ



Per preparare i tartufini al tiramisù iniziamo ad inserire i Pavesini nel mixer [1] e a tritarli, fino ad ottenere una polvere fine. [2]



A parte lavoriamo il mascarpone con lo zucchero, aiutandoci con le fruste elettriche. [3]
Aggiungiamo la polvere di Pavesini ed amalgamiamo con una spatola a mano. [4]

ORDINARE UN MAZZO DI CARTE



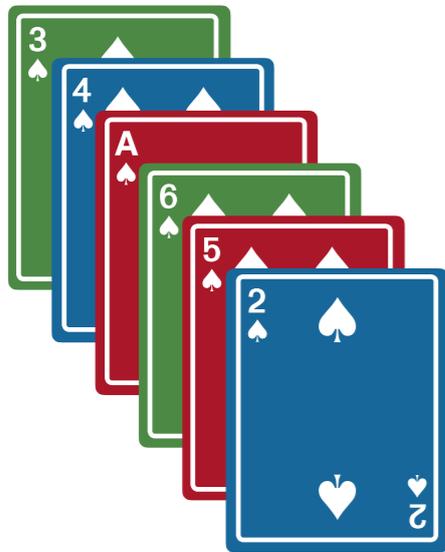
Abbiamo un mazzo di carte che è stato mescolato

Vogliamo disporre le carte in ordine crescente

Siamo in grado di dare un **algoritmo**?

Iniziamo a formalizzare il problema

ORDINARE UN MAZZO DI CARTE



Dati in ingresso (**input**)

Un mazzo di carte non necessariamente ordinate

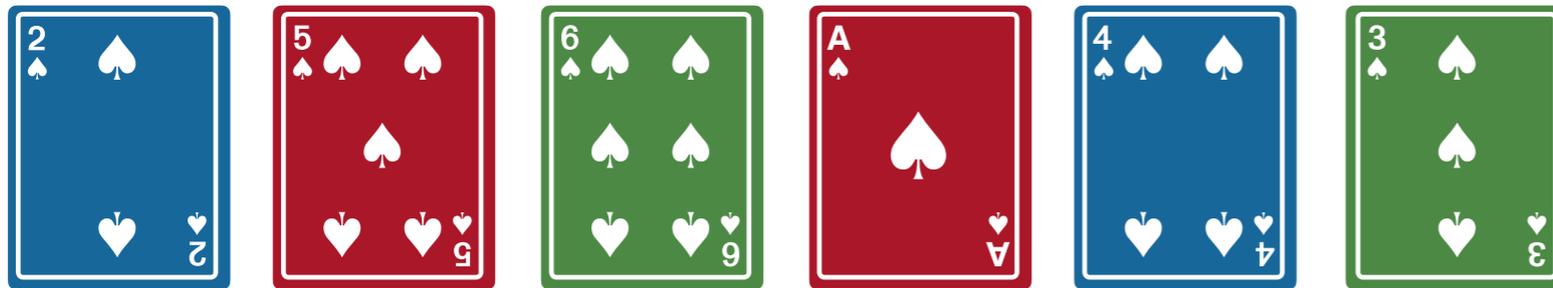
**CI SERVE UNA PROCEDURA MECCANICA
CHE DALL'INPUT PRODUCA L'OUTPUT**



Dati in uscita (**output**)

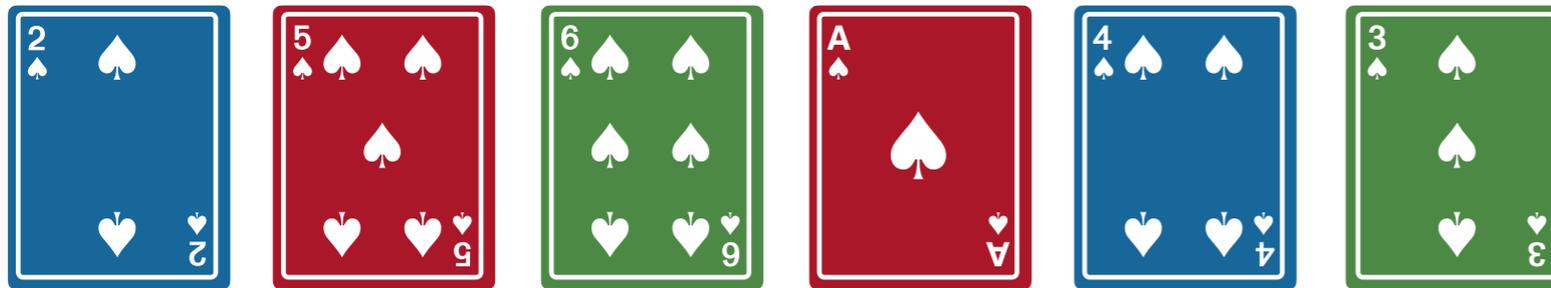
Una permutazione del mazzo di carte fornito in input
in cui tutte le carte sono ordinate in ordine crescente

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI



1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo
 - 1.1. Permuta le carte
 - 1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione
 - 1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

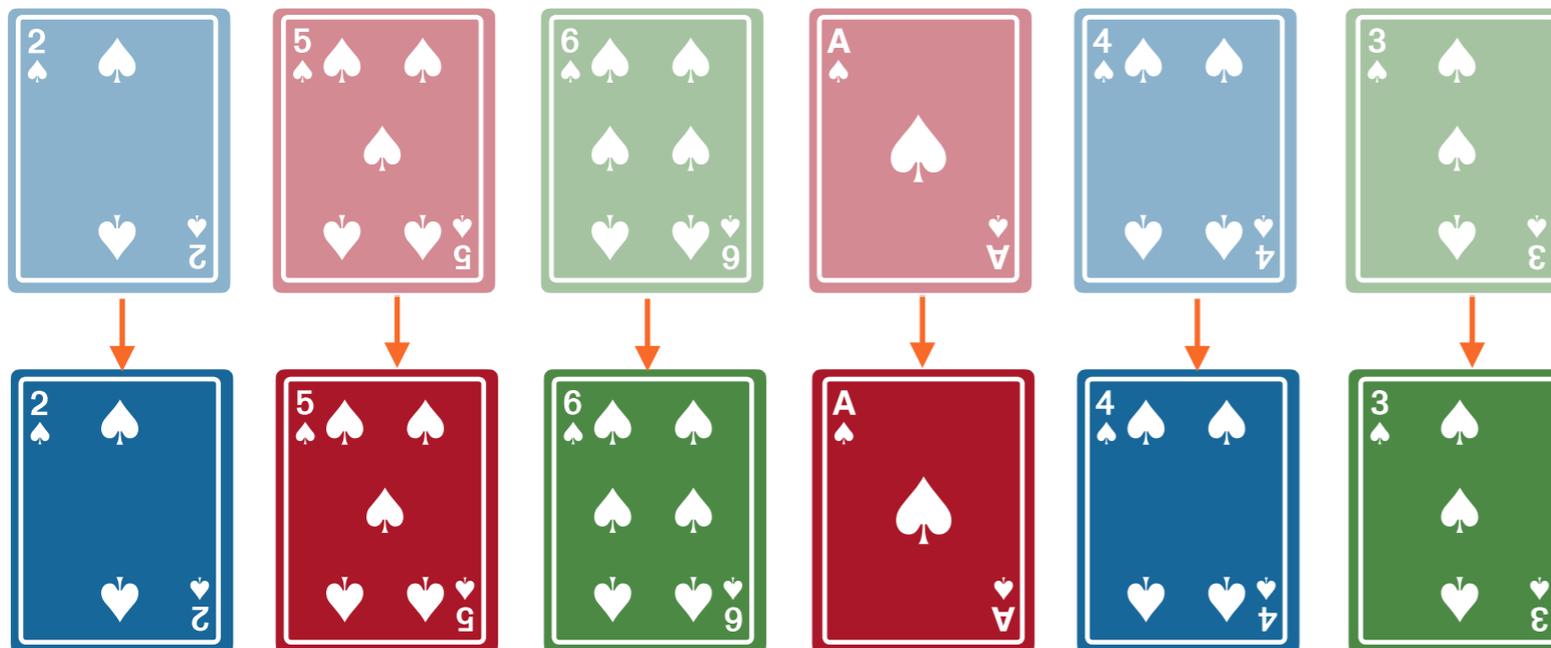
OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI



**ESEGUIREMO LE OPERAZIONI 1.1-1.3
PER OGNI PERMUTAZIONE**

- 1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo
- 1.1. Permuta le carte
 - 1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione
 - 1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI



(1,2,3,4,5,6)

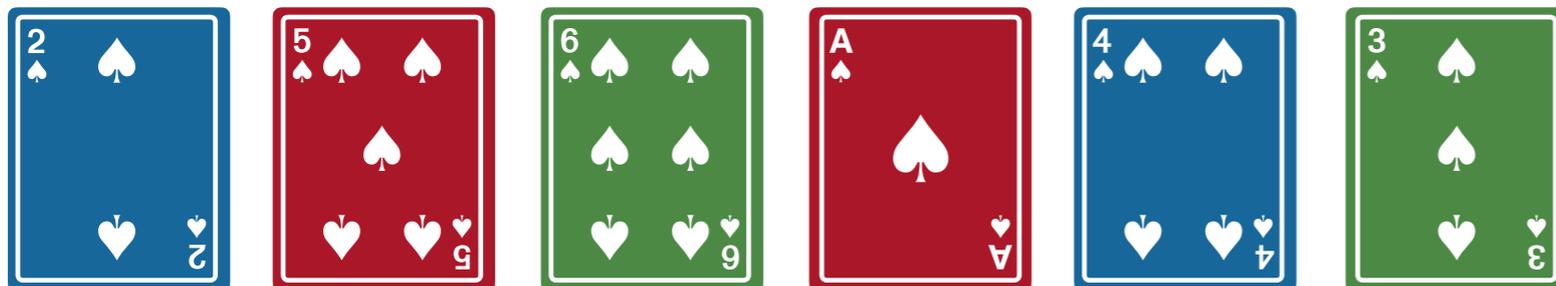
1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo

→ 1.1. Permuta le carte

1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione

1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI



(1,2,3,4,5,6)

1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo

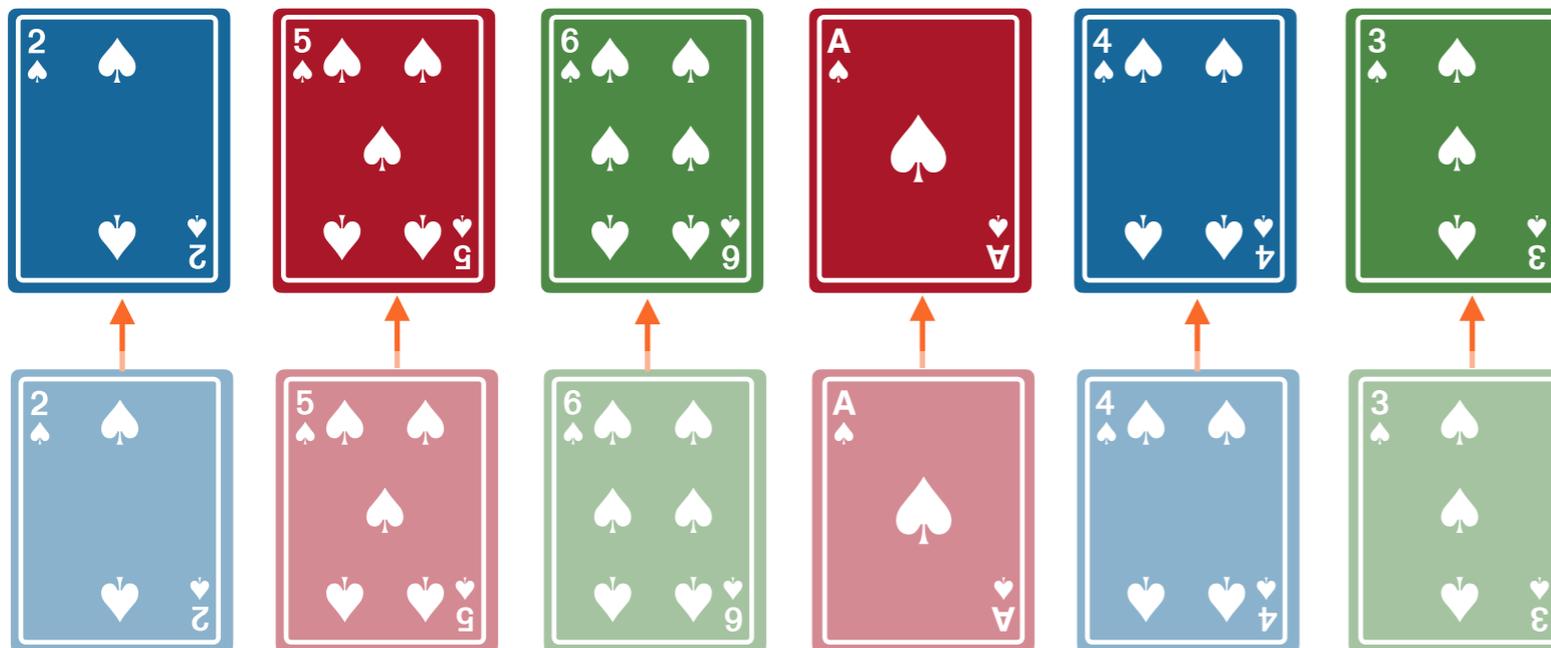
1.1. Permuta le carte

→ 1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione

1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

**NON TERMINIAMO PERCHÉ
LE CARTE NON SONO ORDINATE**

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI



(1,2,3,4,5,6)

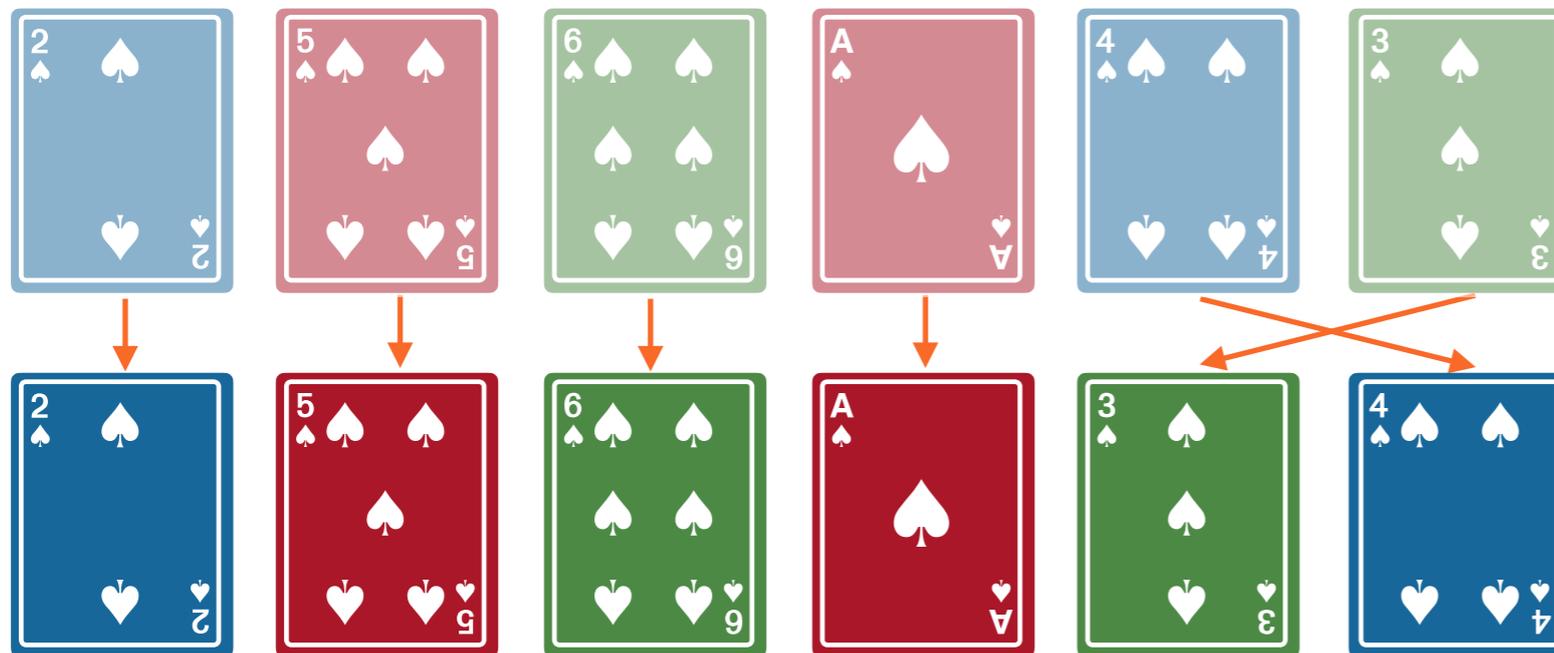
1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo

1.1. Permuta le carte

1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione

→ 1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI



(1,2,3,4,6,5)

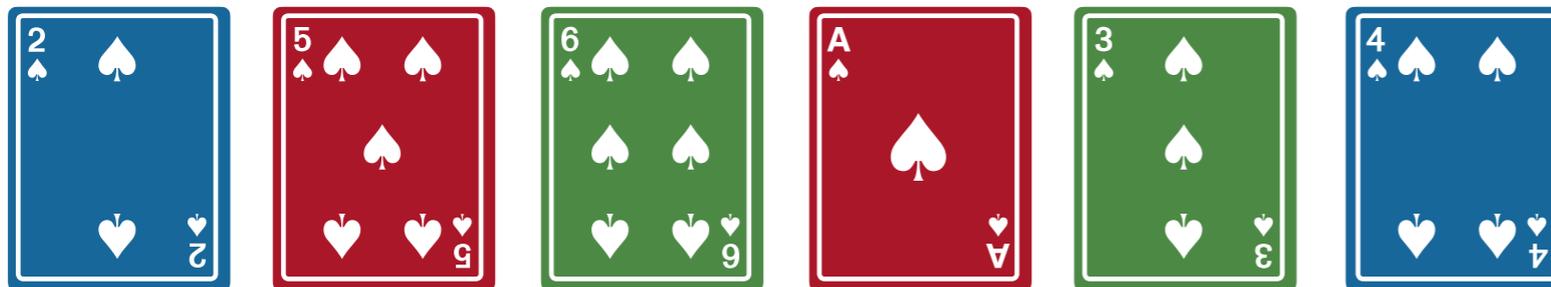
1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo

→ 1.1. Permuta le carte

1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione

1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI



(1,2,3,4,6,5)

1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo

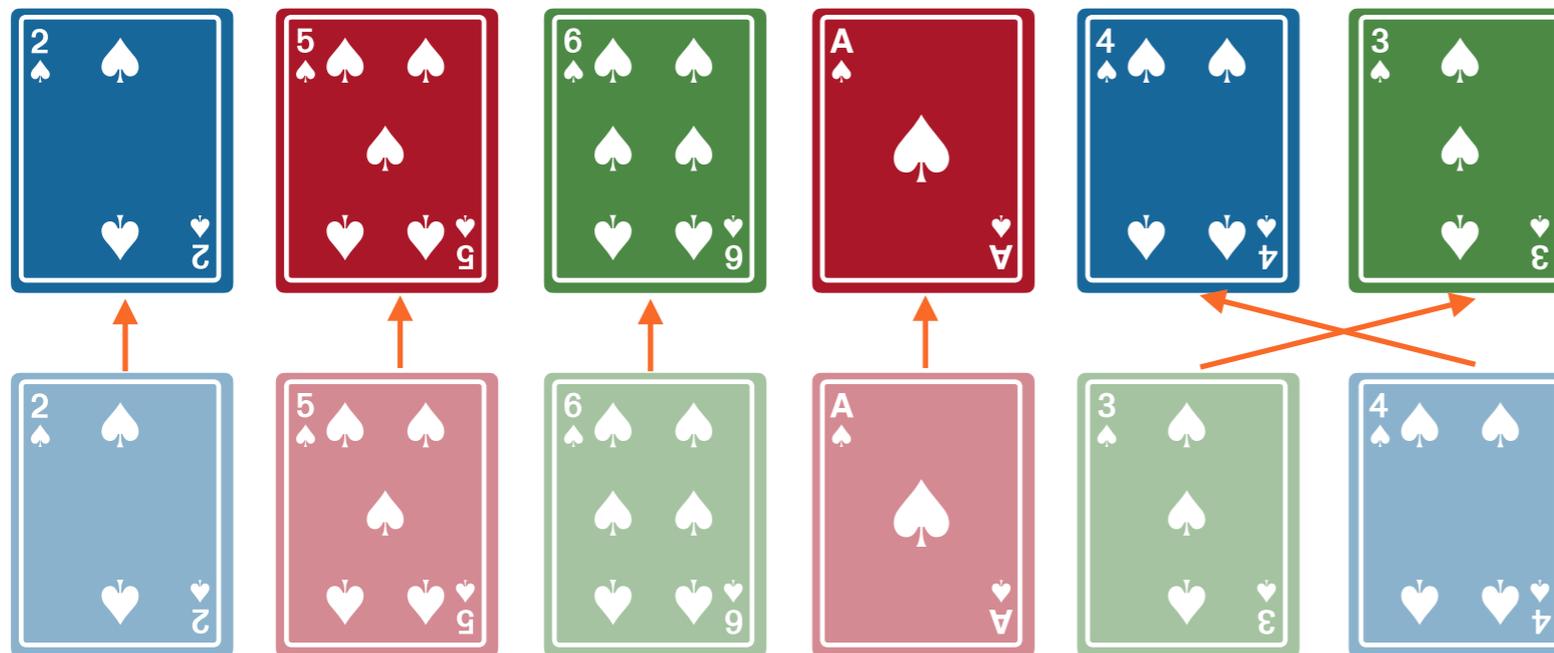
1.1. Permuta le carte

→ 1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione

1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

**NON TERMINIAMO PERCHÉ
LE CARTE NON SONO ORDINATE**

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI



(1,2,3,4,6,5)

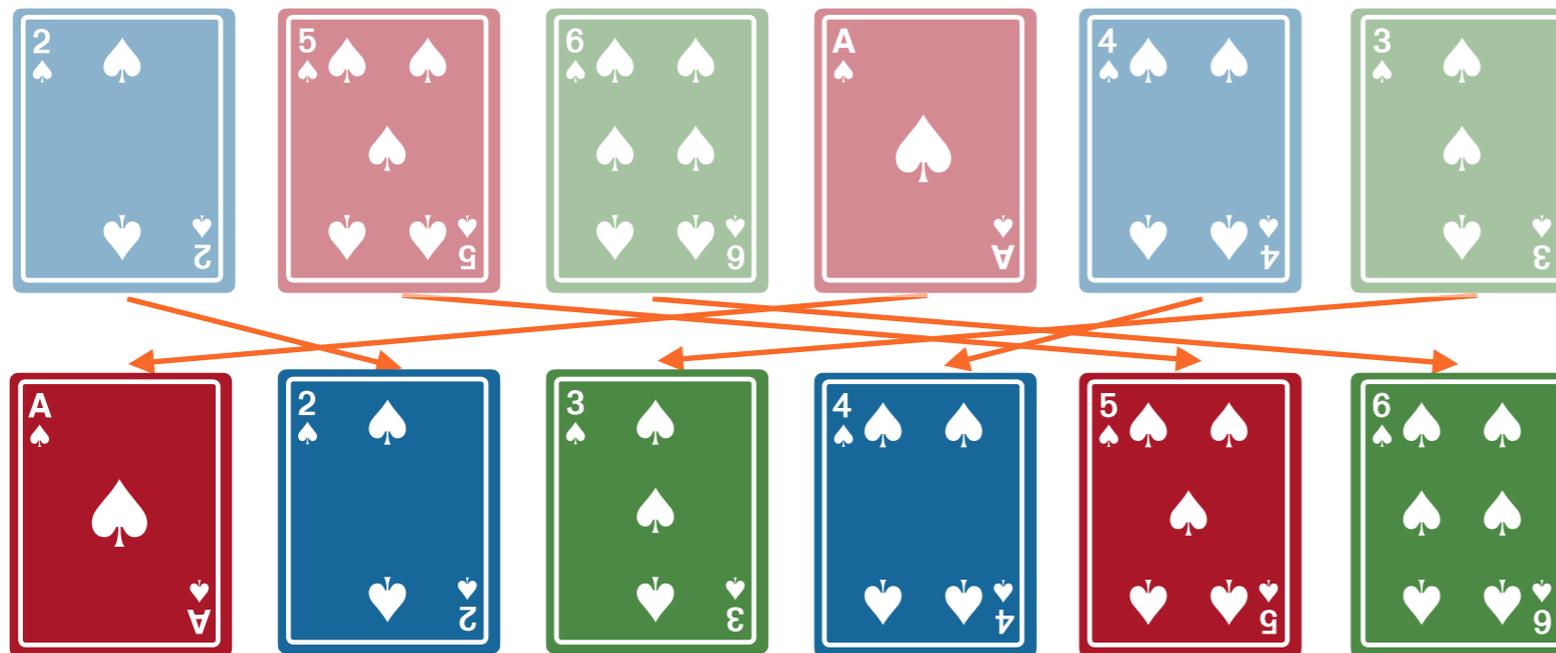
1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo

1.1. Permuta le carte

1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione

→ 1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI



MOLTO TEMPO DOPO...

(4,1,6,5,2,3)

1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo

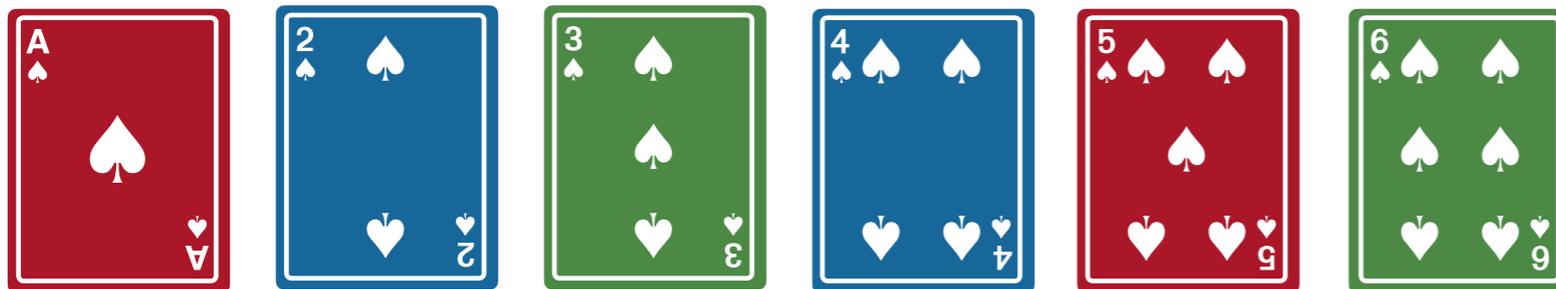
→ 1.1. Permuta le carte

1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione

1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI

QUESTA VOLTA TERMINIAMO, PERCHÉ
LE CARTE SONO ORDINATE!



(4,1,6,5,2,3)

1. Per ogni permutazione delle carte del mazzo

1.1. Permuta le carte

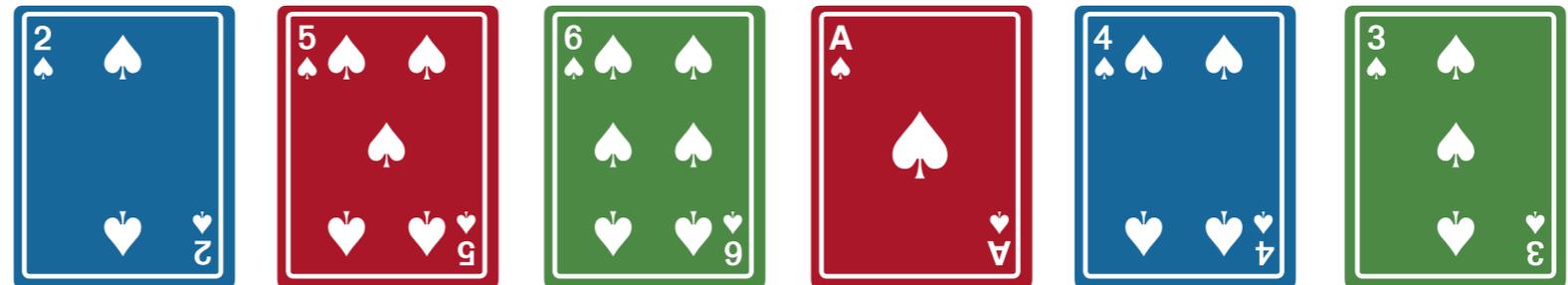
→ 1.2. Se le carte sono ordinate termina l'esecuzione

1.3. Altrimenti riportale alla configurazione iniziale

OPZIONE 1: PROVARE TUTTE LE PERMUTAZIONI

- ▶ L'algoritmo funziona (necessariamente troverà una permutazione per cui le carte sono ordinate).
- ▶ Ma quante comparazioni dobbiamo fare con n carte?
 - ▶ Caso migliore: circa n
(per verificare che le carte siano ordinate)
 - ▶ Caso peggiore: più di $n!$
(ci sono $n!$ permutazioni e potremmo riuscire ad avere le carte ordinate solo all'ultima)

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate
 - 2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X
 - 2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate
 - 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



- 1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate
- 2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X
 - 2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate
 - 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

→ 2. Finché ci rimangono carte non ordinate

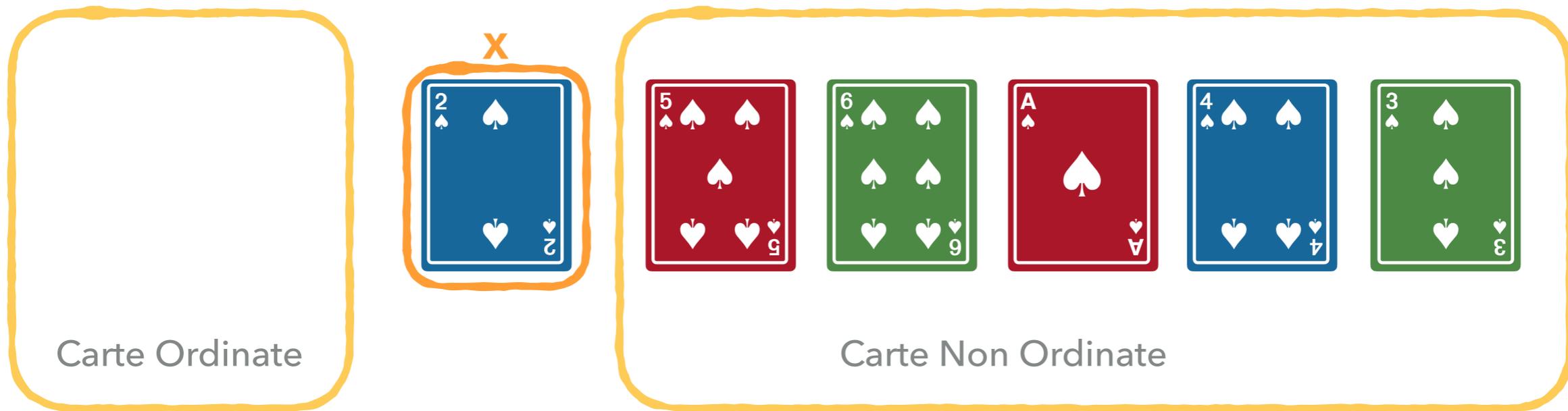
**CONTINUEREMO AD ESEGUIRE
QUESTE ISTRUZIONI
FINCHÉ LA CONDIZIONE
NON SARÀ SODDISFATTA**

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X,
scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

2. Finché ci rimangono carte non ordinate

→ 2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

→ 2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

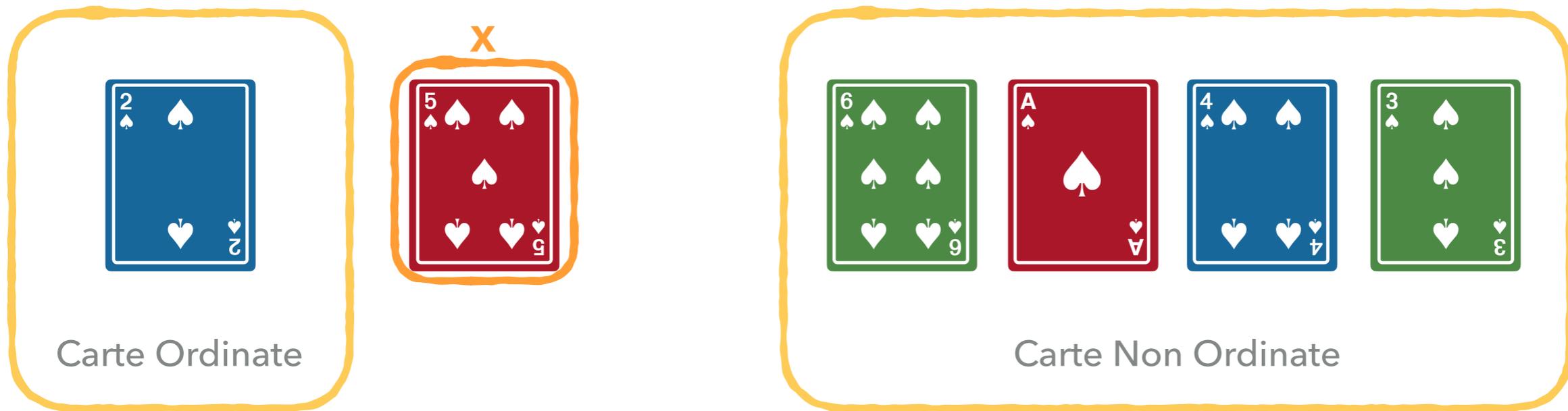
**NON DOBBIAMO FARE NIENTE
(NON CI SONO ALTRE CARTE GIÀ IN ORDINE)**

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

2. Finché ci rimangono carte non ordinate

→ 2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate
 - 2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X
 - 2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate
 - 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



$2 > 5?$ NO



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

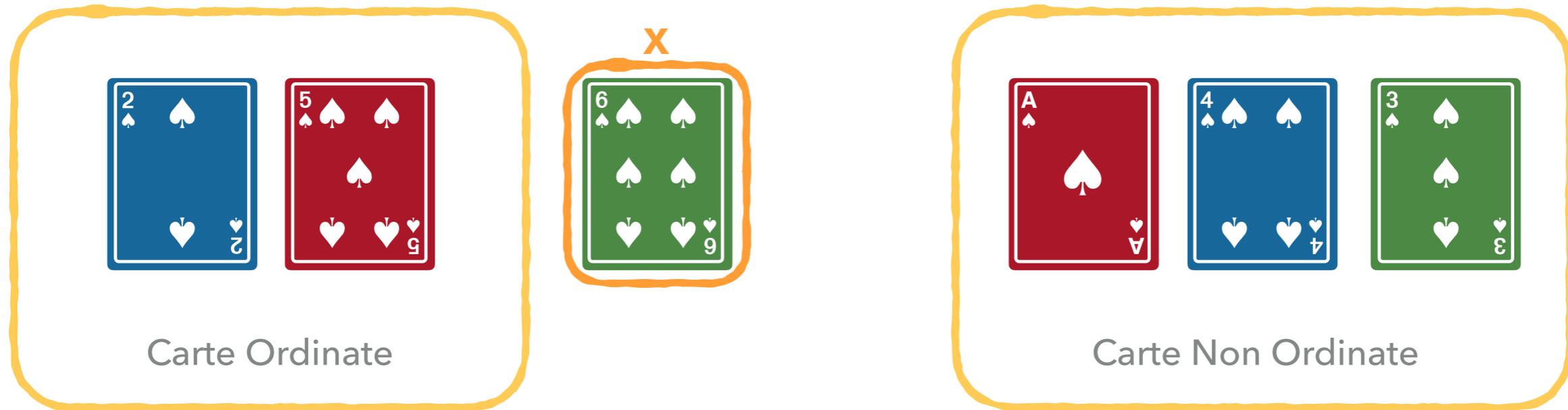
**IL TEST FALLISCE
E QUINDI PROSEGUIREMO
CON L'ISTRUZIONE NUMERO...**

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



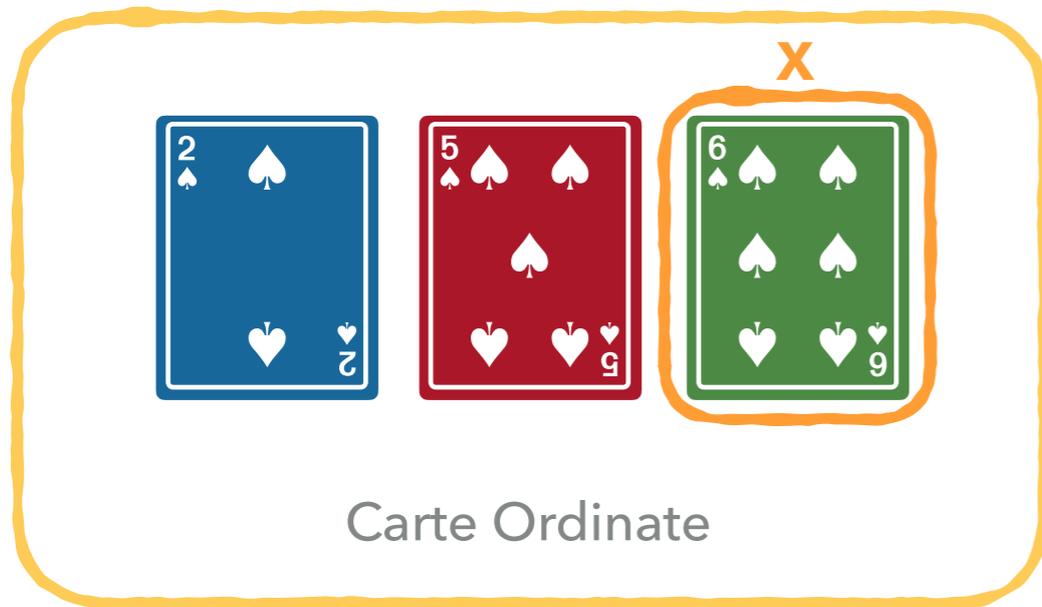
1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

→ 2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



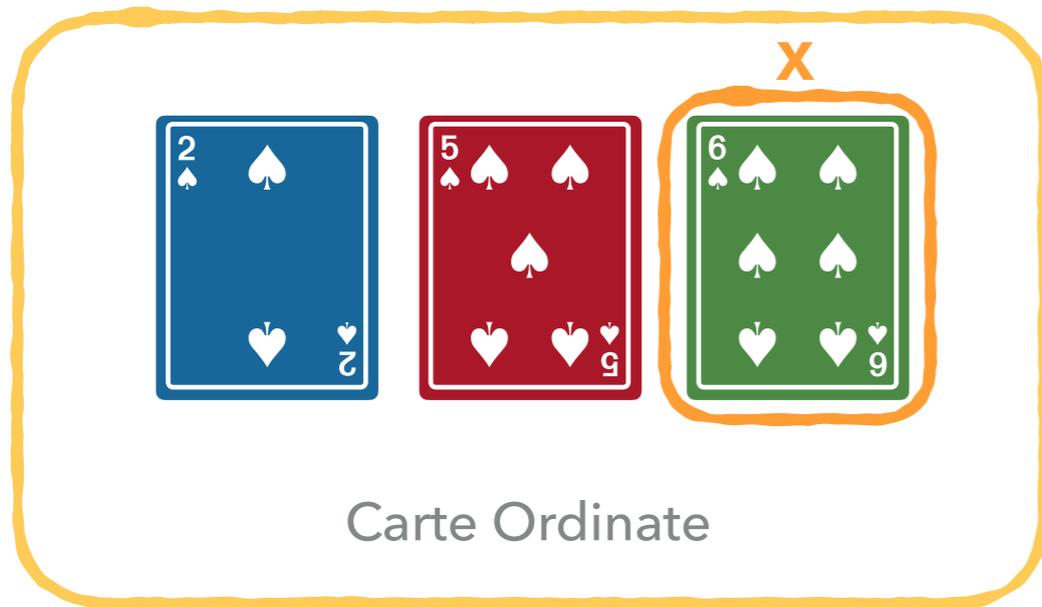
1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

→ 2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



5 > 6? NO



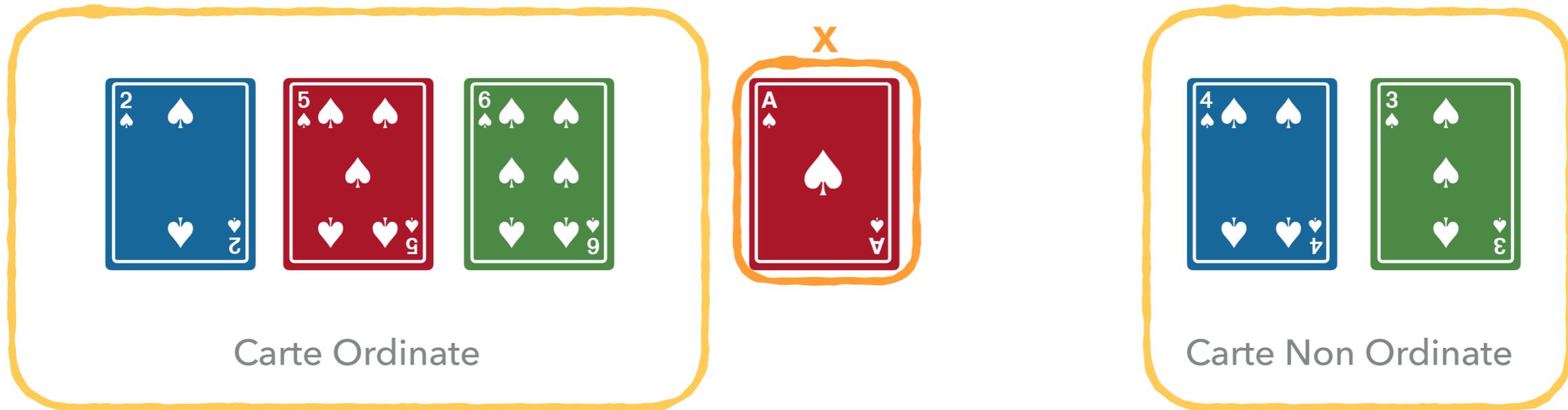
1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

→ 2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



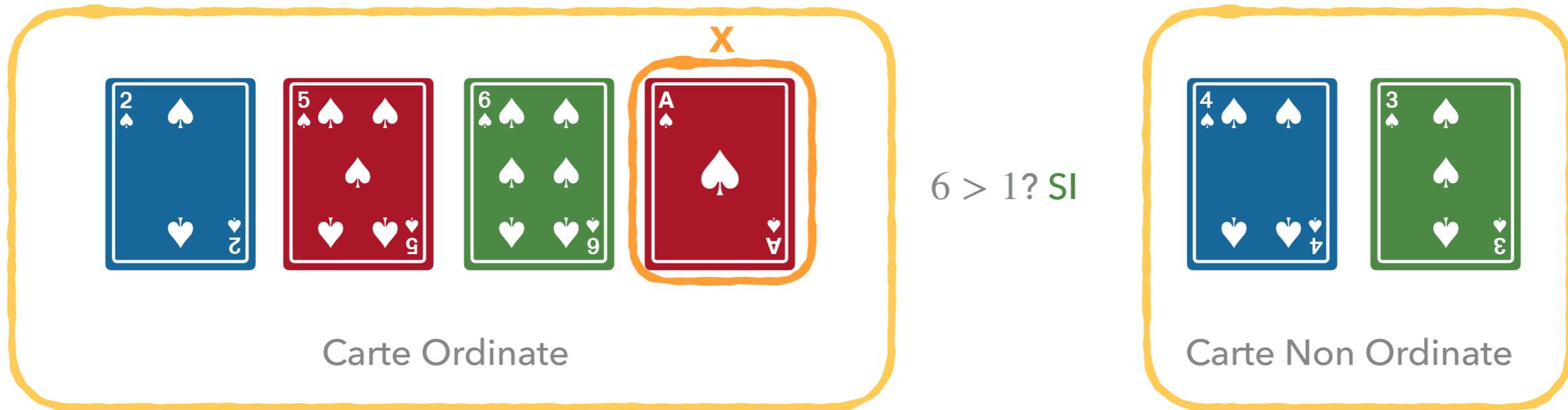
1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

→ 2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

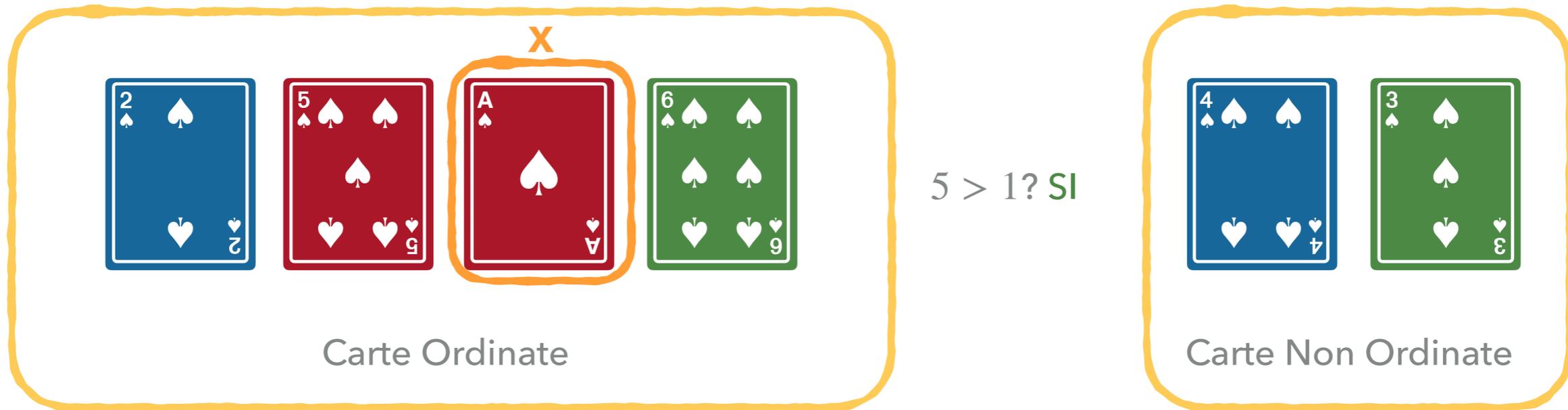
**QUI INVECE IL TEST HA SUCCESSO
QUINDI DOBBIAMO ESEGUIRE
L'OPERAZIONE DI SCAMBIO**

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X,
scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

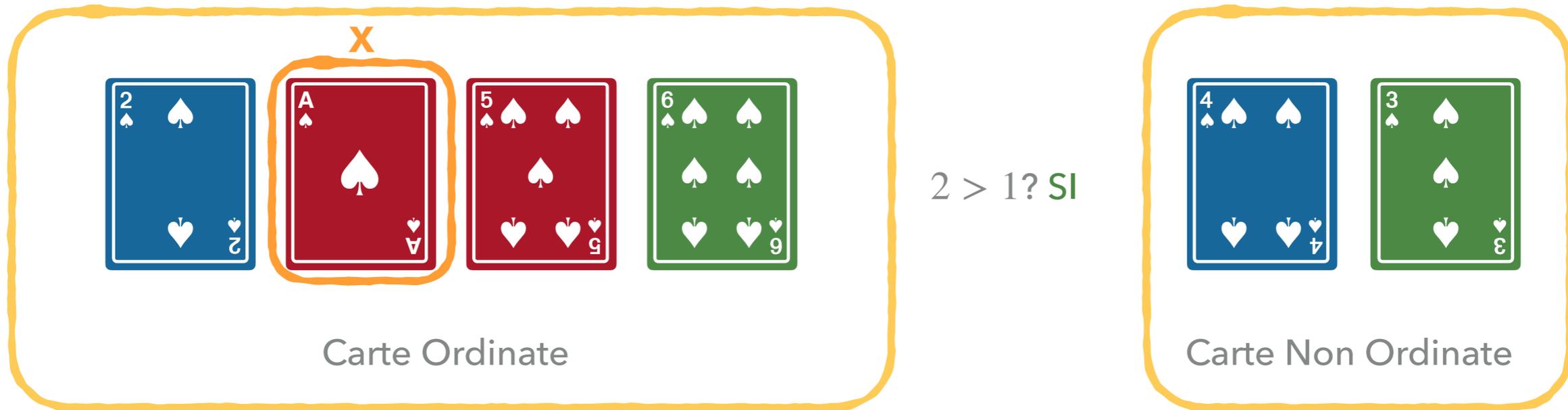
**ORA CHE DOBBIAMO FARE?
CONTINUIAMO CON L'ISTRUZIONE 2.3
O TORNIAMO ALLA 2.1?**

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



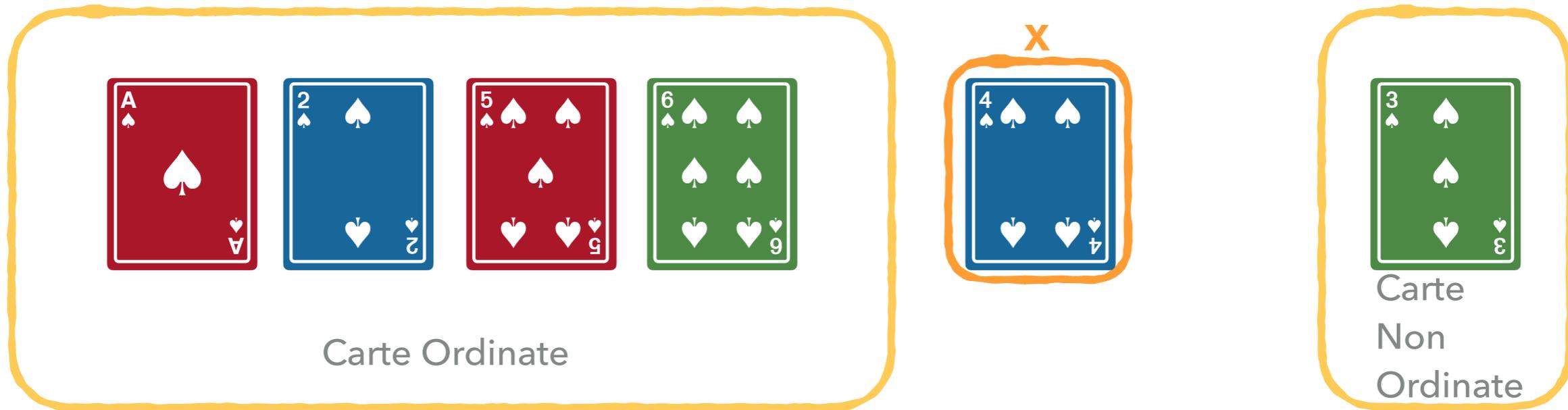
1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



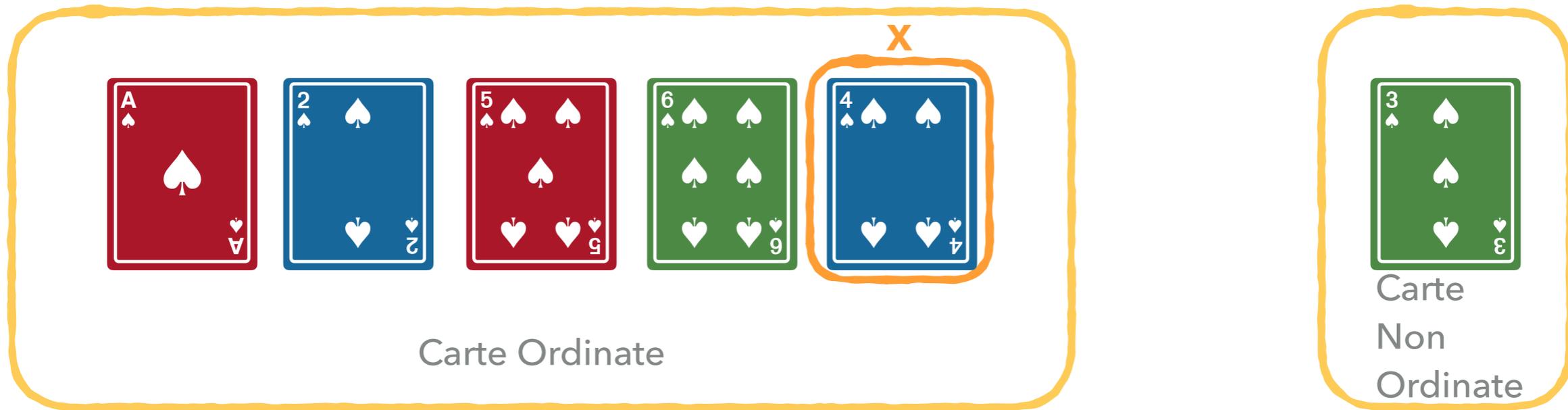
1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

→ 2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

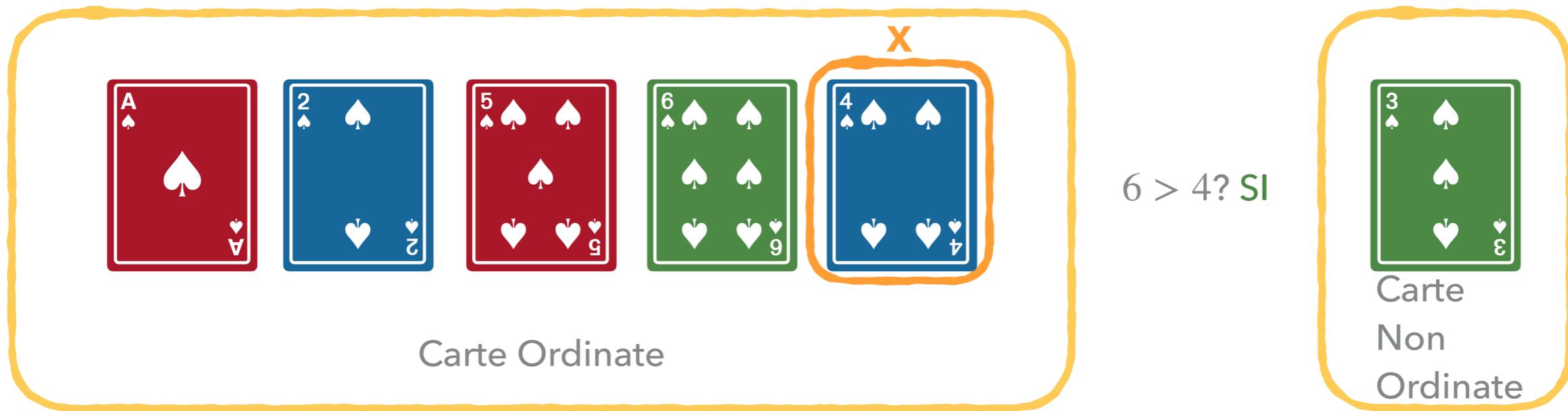
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

→ 2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X,
scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

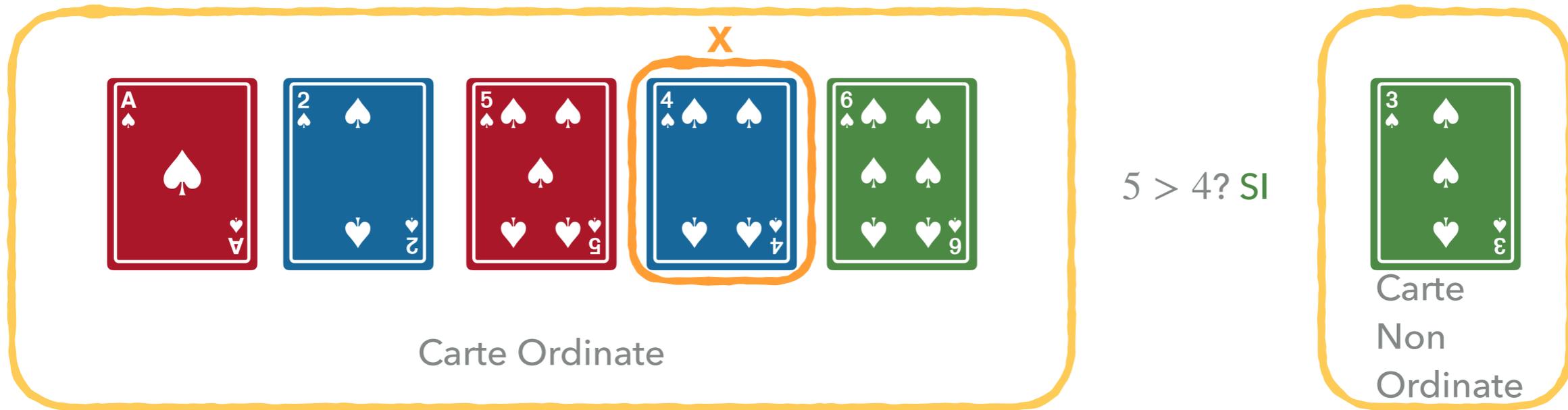
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

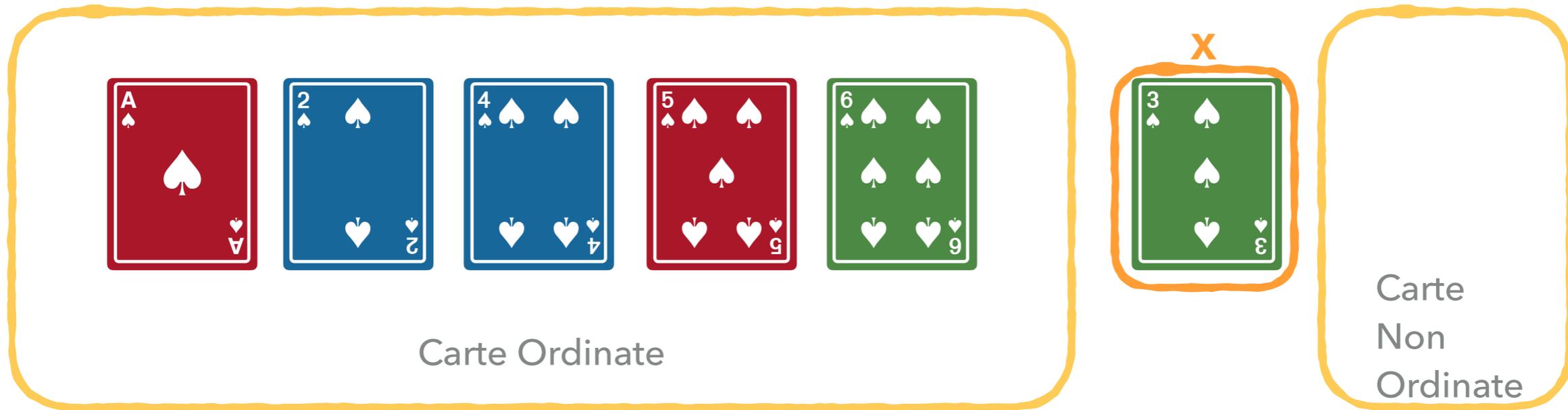
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



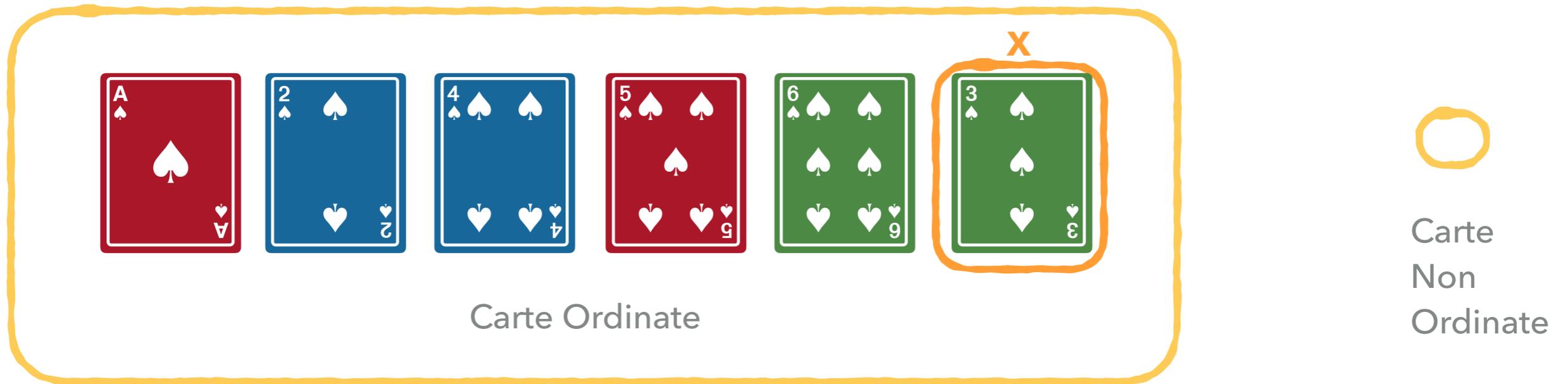
1. Inizialmente non si hanno carte ordinate
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

→ 2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

→ 2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

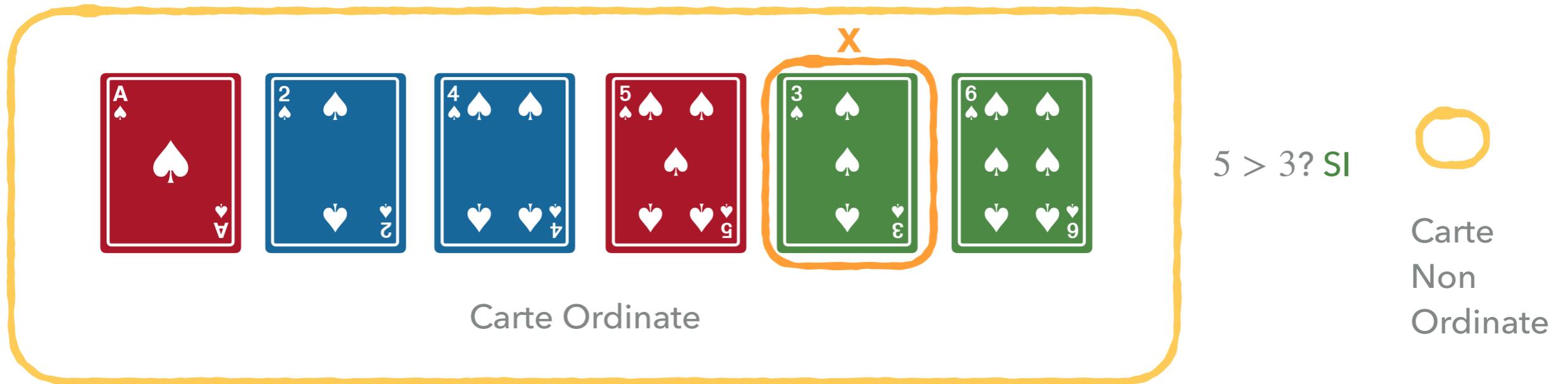
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

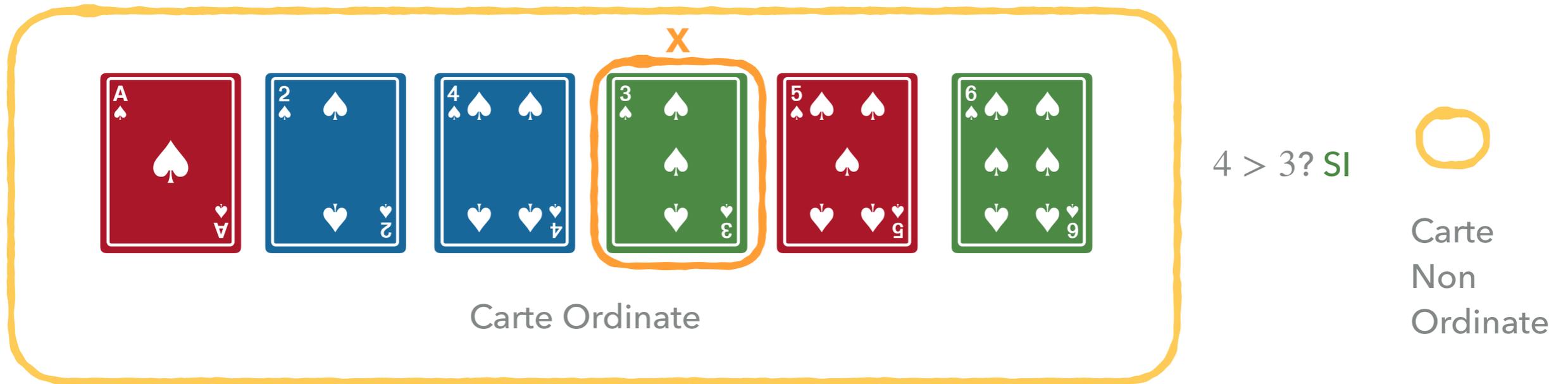
2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

2. Finché ci rimangono carte non ordinate

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

→ 2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X, scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



1. Inizialmente non si hanno carte ordinate

→ 2. Finché ci rimangono carte non ordinate

**ORA LA CONDIZIONE NON È PIÙ VERA
E ABBIAMO TERMINATO**

2.1. Prendi una carta dalla lista di carte non ordinata e chiamala X

2.2. Metti X in fondo alla lista di carte ordinate

2.3. Finché la carta che precede X ha valore maggiore del valore di X,
scambia X con la carta che lo precede

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA



Siamo riusciti ad ottenere un mazzo di carte ordinato

Rimangono alcune domande:

- ▶ Correttezza: questo algoritmo funziona con ogni input?
- ▶ Efficienza: quanti passi ci mettiamo ad ordinare un mazzo di n carte al crescere di n ?

OPZIONE 2: INSERIMENTO DI UNA CARTA ALLA VOLTA

- ▶ Quante comparazioni dobbiamo fare nel caso peggiore?
- ▶ Inserire una carta nella lista delle carte ordinate richiede non più di n comparazioni
- ▶ Dobbiamo inserire n carte nella lista delle carte ordinate per ordinarle tutte
- ▶ Quindi il numero di comparazioni è limitato superiormente da n^2

UNA NUOVA IDEA

- ▶ Supponiamo di avere una procedura che ci permette di unire due mazzi di lunghezza $n/2$ in n comparazioni.
- ▶ Proviamo a spezzare il mazzo originale in due e ordinarlo (ogni ordinamento richiede $(n/2)^2 = n^2/4$ comparazioni)
- ▶ Uniamo i due "mezzi mazzi" ordinati.
- ▶ Costo totale $2n^2/4 + n = n^2/2 + n$
- ▶ Per n abbastanza grande facciamo meno comparazioni!

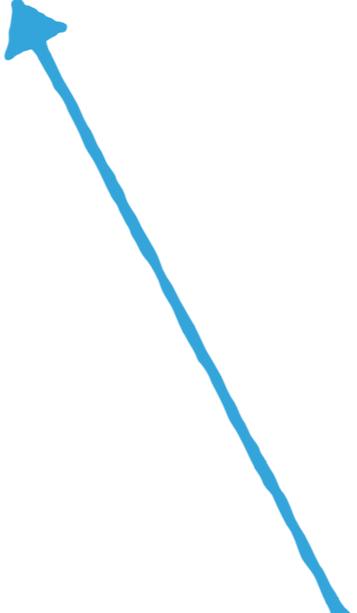
OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO

1. Se il mazzo ha 1 carta è ordinato
2. Altrimenti spezza il mazzo in due parti $\lceil n/2 \rceil$ e $\lfloor n/2 \rfloor$
3. Applica questa procedura ad entrambe le parti
4. Unisci le due parti A e B seguendo la procedura MERGE, per unire due mazzi ordinati in un unico mazzo anch'esso ordinato

**DOPO QUESTO PASSO
LE DUE PARTI SONO ORDINATE**



ORA DETTAGLIAMO LA PROCEDURA DI MERGE

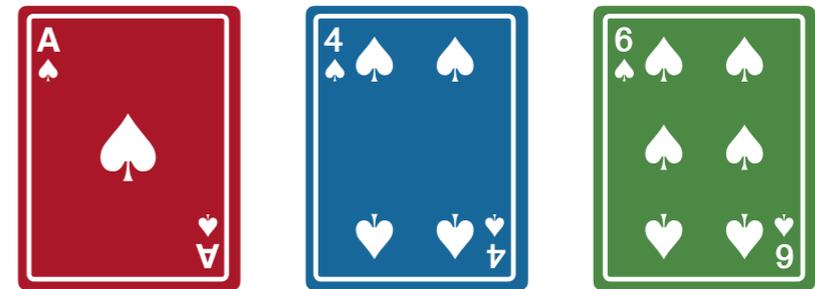


OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO – MERGE

Mazzo A



Mazzo B



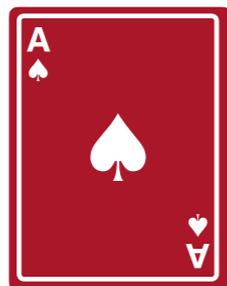
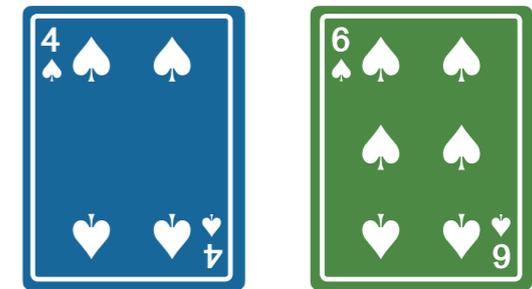
Mazzo unificato

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO – MERGE

Mazzo A



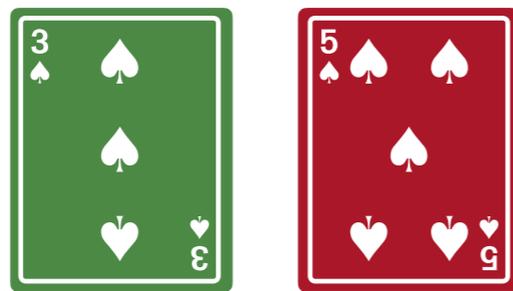
Mazzo B



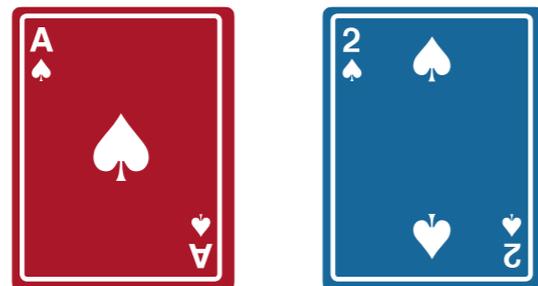
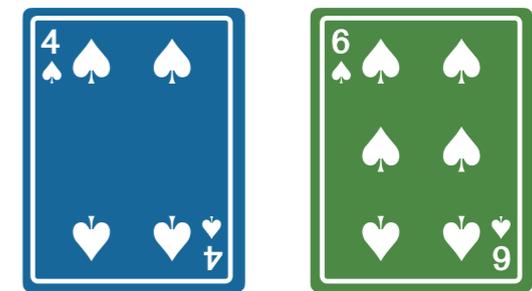
Mazzo unificato

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO – MERGE

Mazzo A



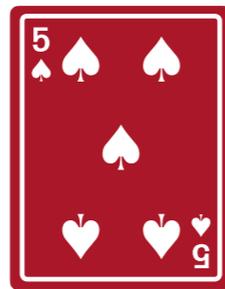
Mazzo B



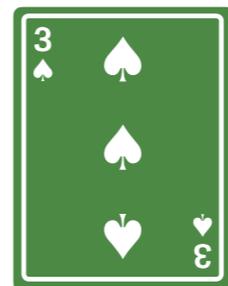
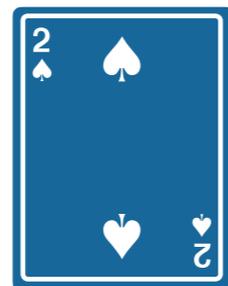
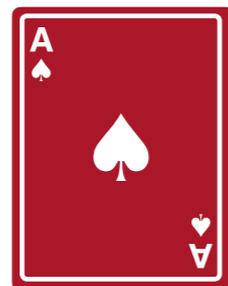
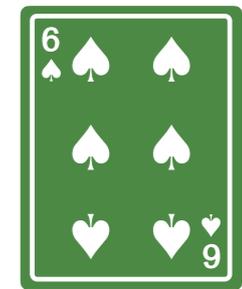
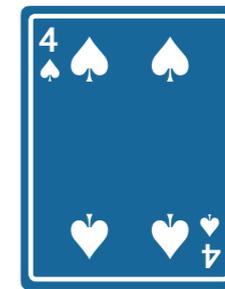
Mazzo unificato

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO – MERGE

Mazzo A



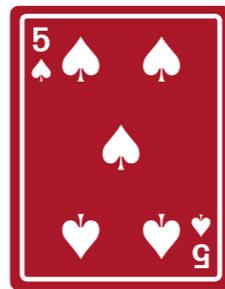
Mazzo B



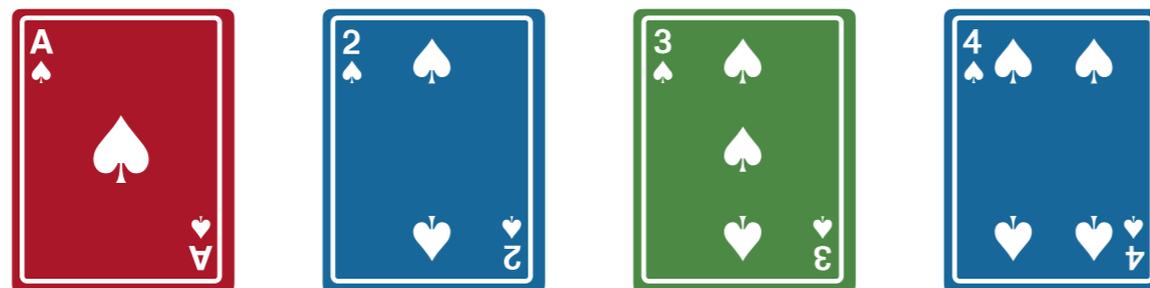
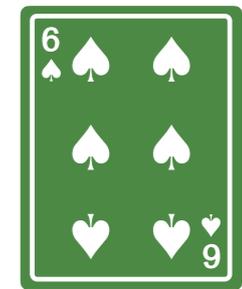
Mazzo unificato

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO – MERGE

Mazzo *A*



Mazzo *B*

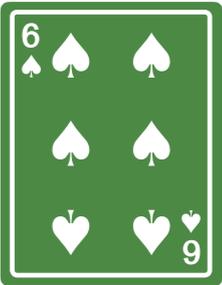


Mazzo unificato

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO – MERGE

Mazzo A

Mazzo B

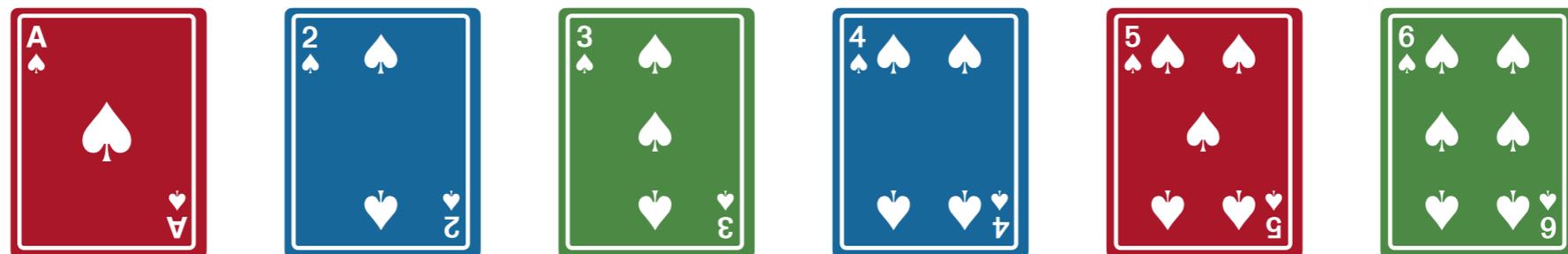


Mazzo unificato

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO – MERGE

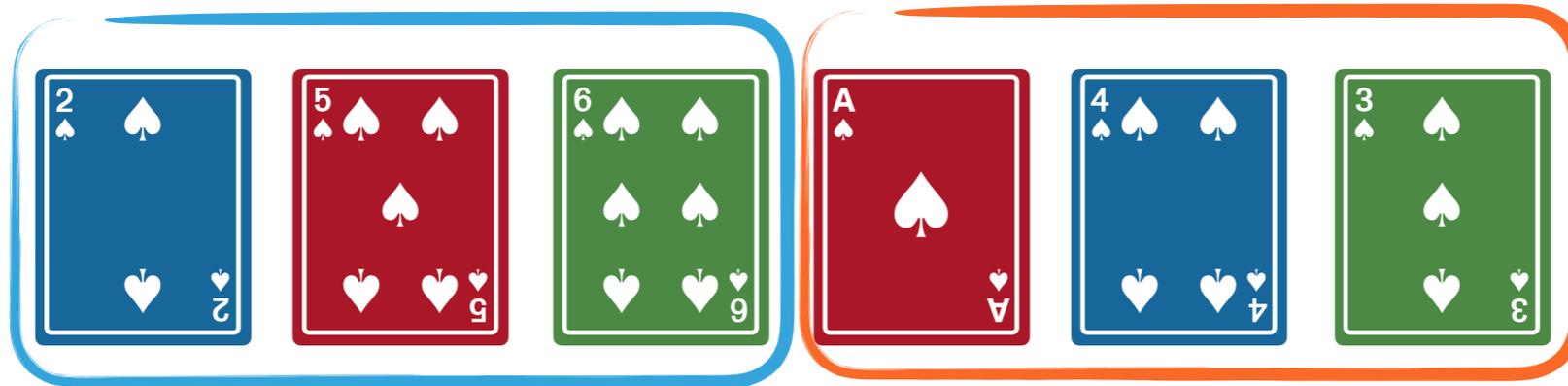
Mazzo *A*

Mazzo *B*



Mazzo unificato

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO

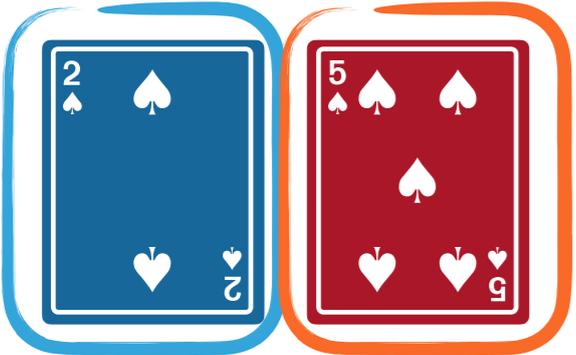
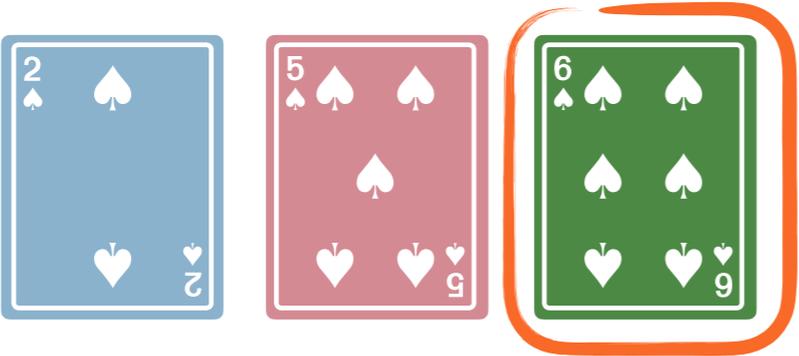
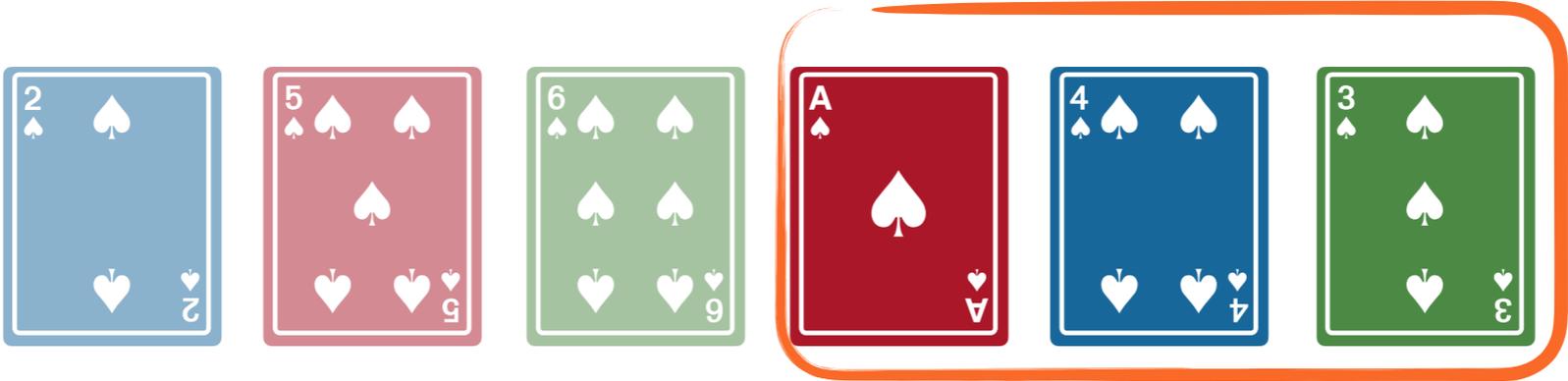


SPEZZARE IL MAZZO

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO

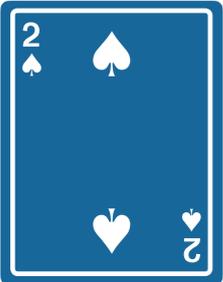
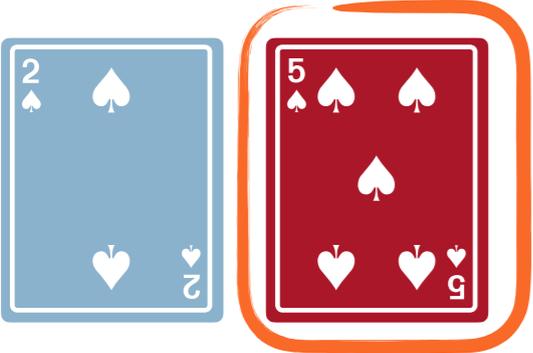
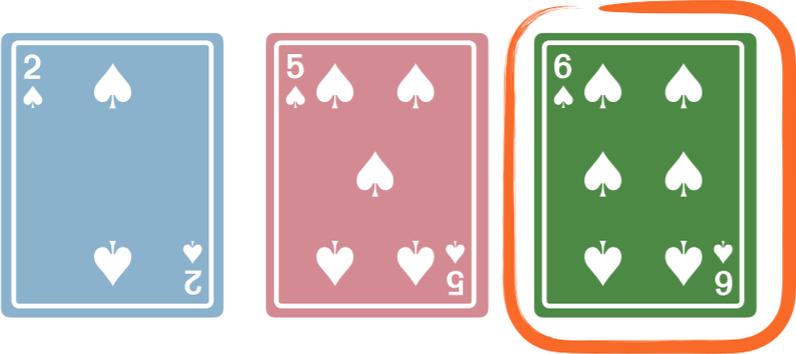
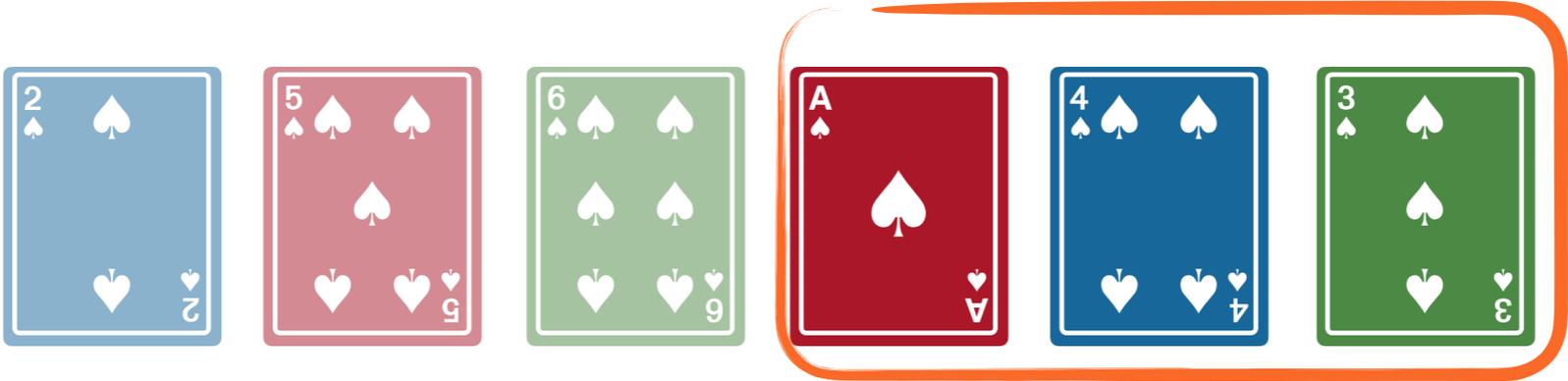


OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



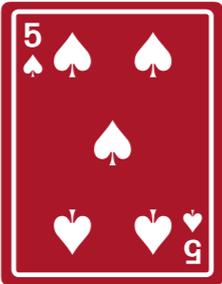
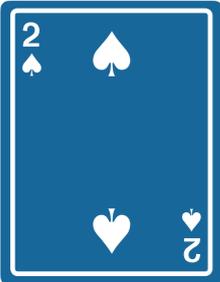
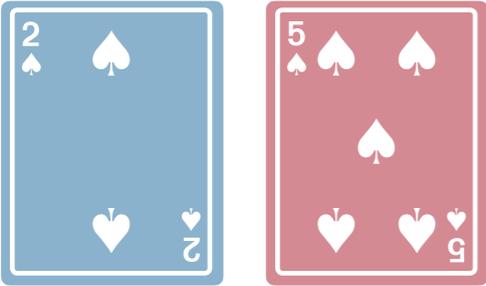
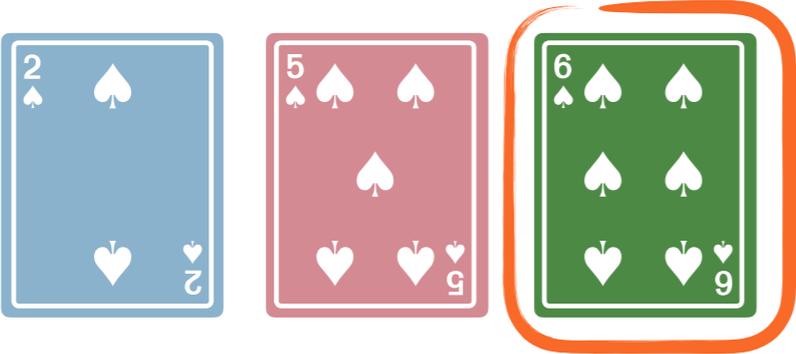
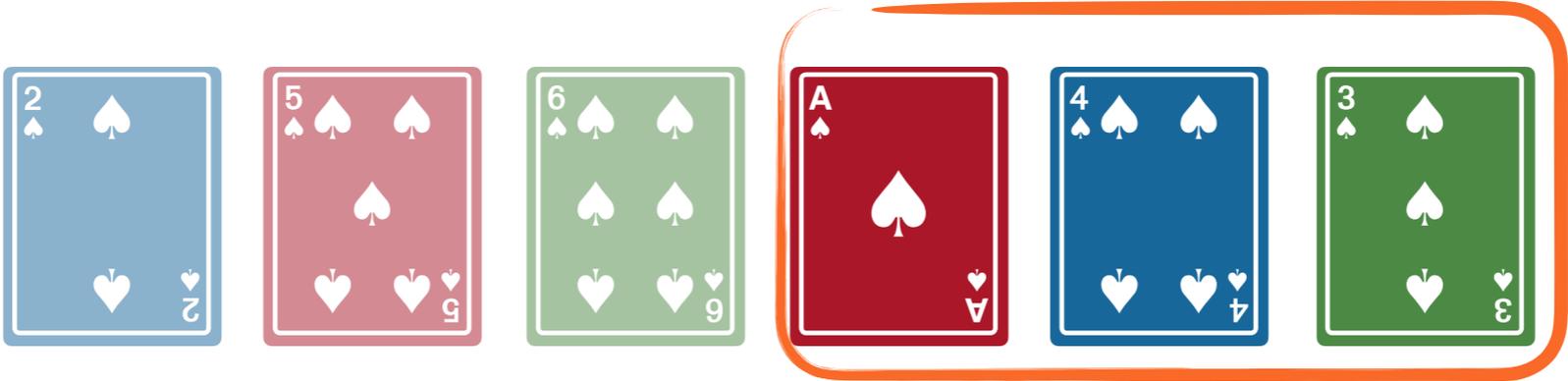
SPEZZARE IL MAZZO

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



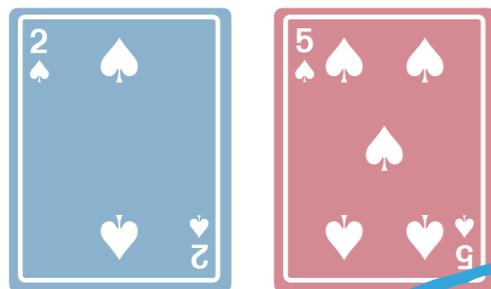
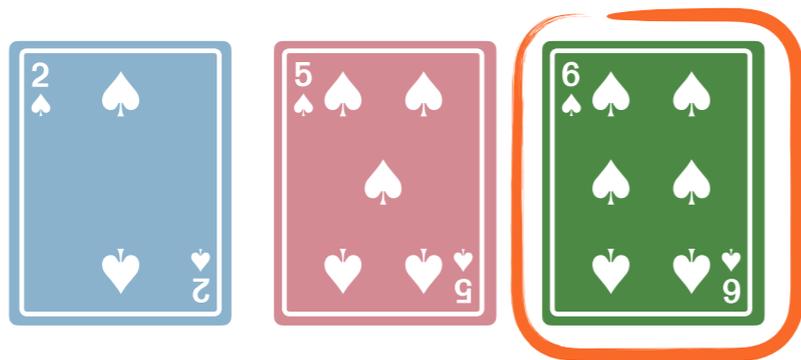
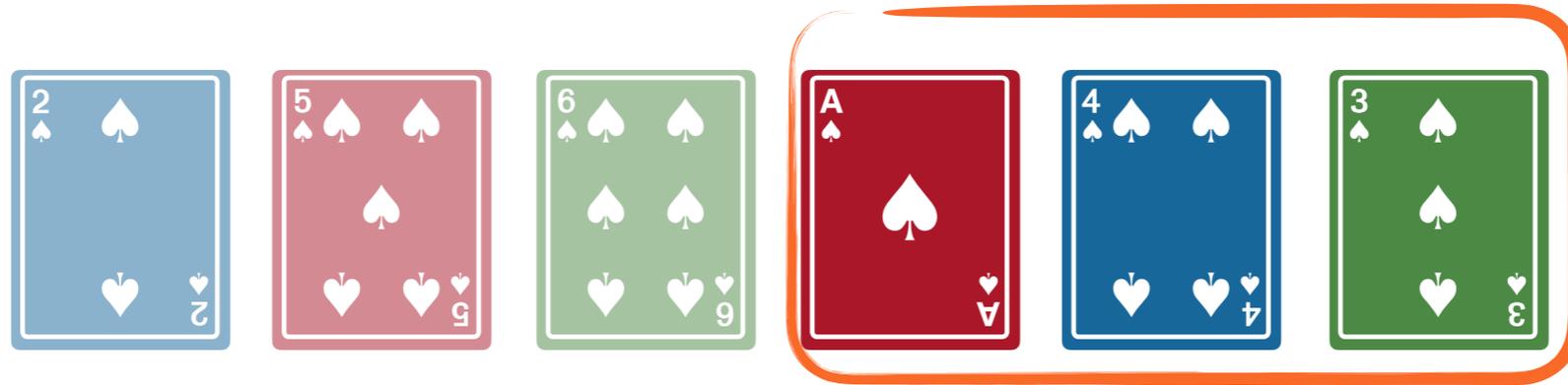
**QUESTO MAZZO È COMPOSTO
DA UNA CARTA SOLA
E QUINDI È ORDINATO**

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO

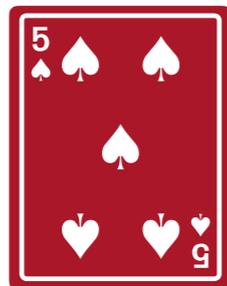
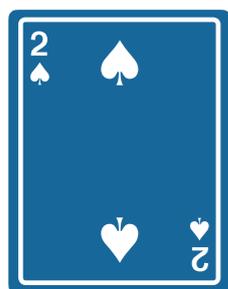


**QUESTO MAZZO È COMPOSTO
DA UNA CARTA SOLA
E QUINDI È ORDINATO**

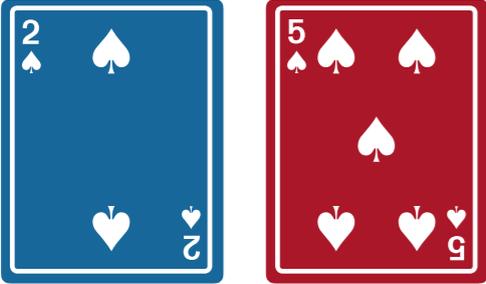
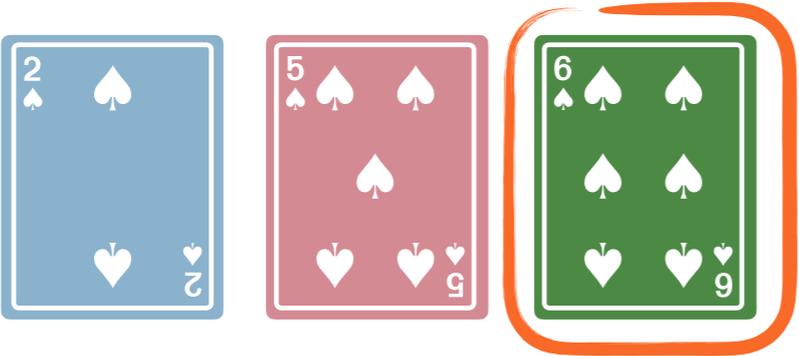
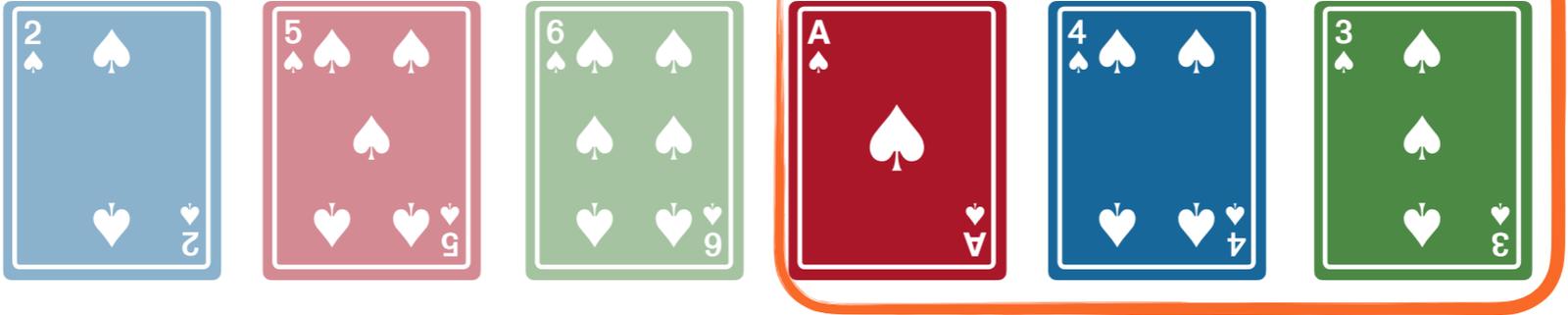
OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



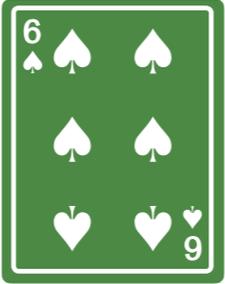
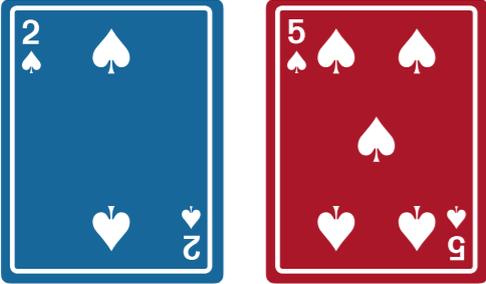
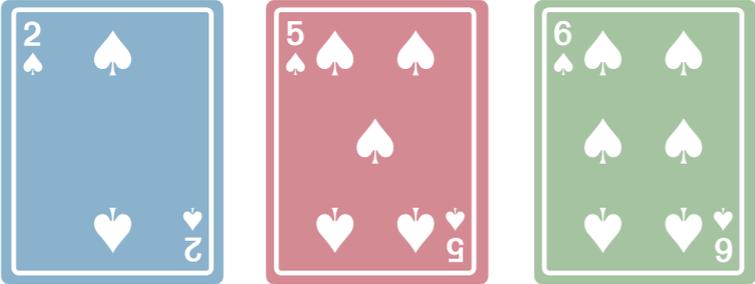
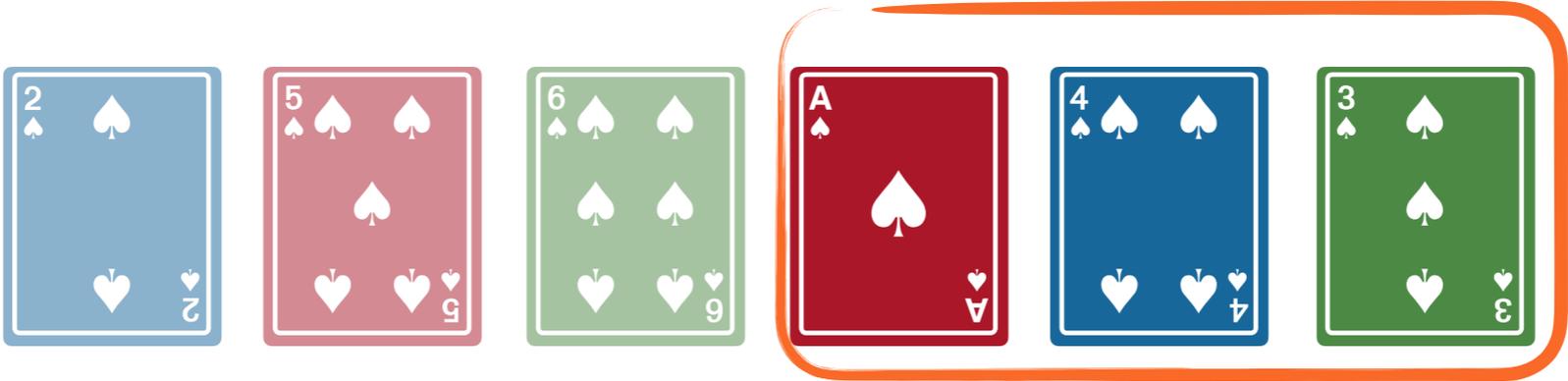
UNIFICHIAMO QUESTI DUE MAZZI
CON LA PROCEDURA DI MERGE



OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO

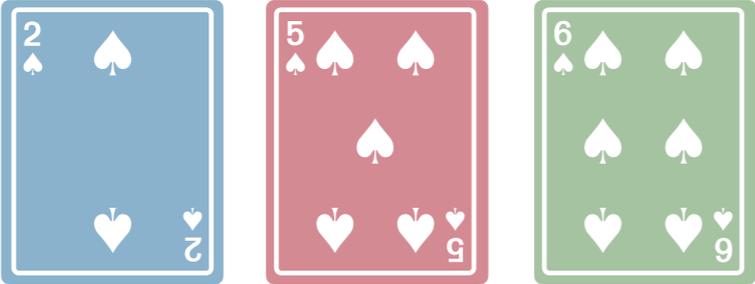
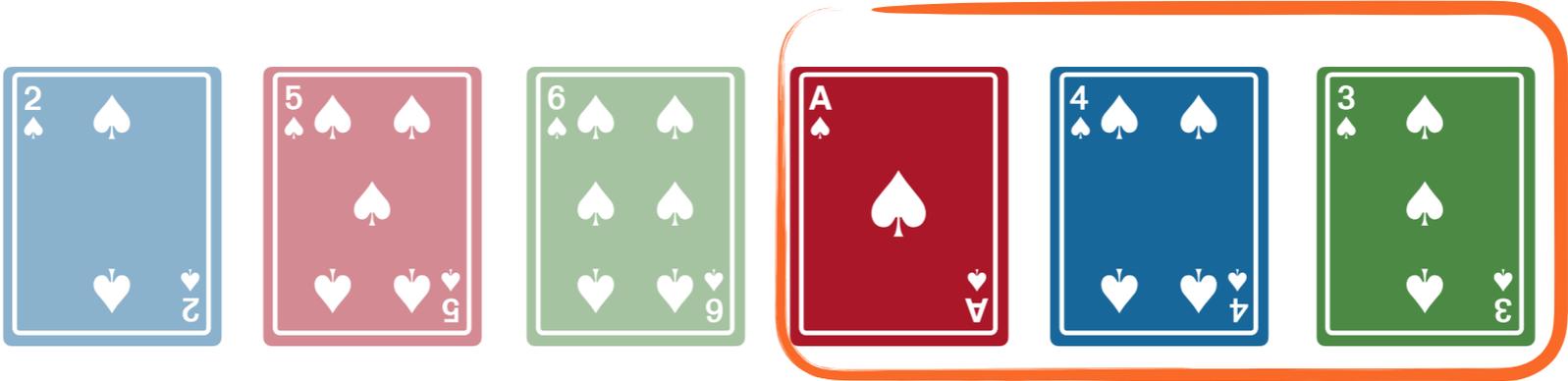


OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO

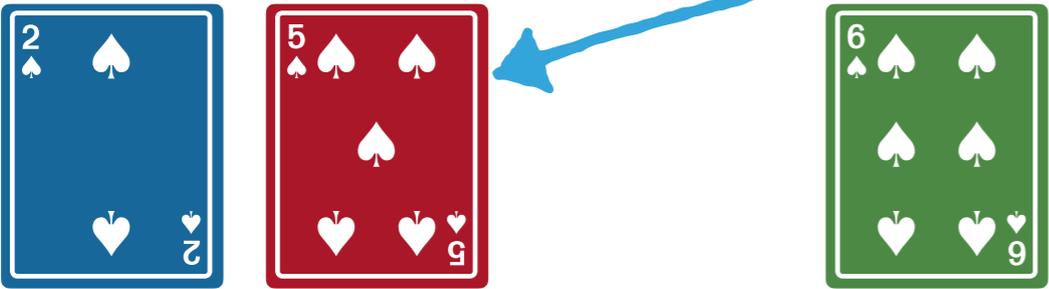


QUESTO MAZZO È COMPOSTO DA UNA CARTA SOLA E QUINDI È ORDINATO

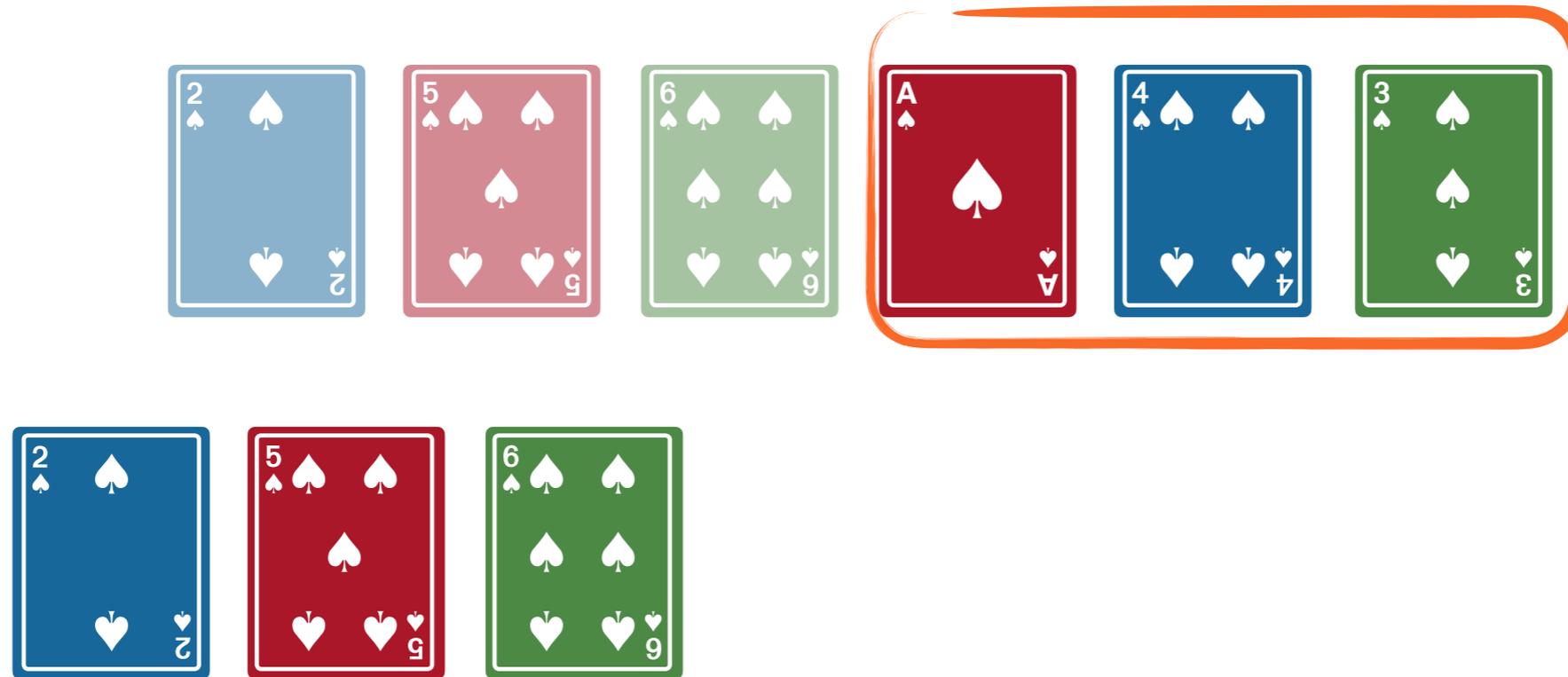
OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



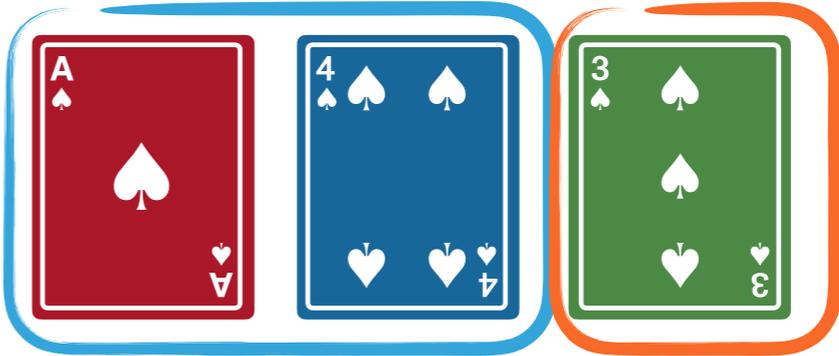
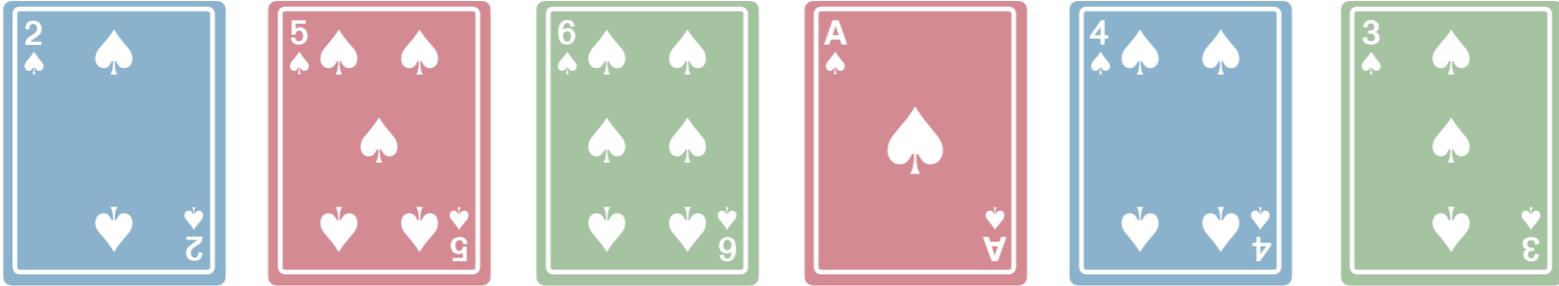
UNIFICHIAMO QUESTI DUE MAZZI
CON LA PROCEDURA DI MERGE



OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO

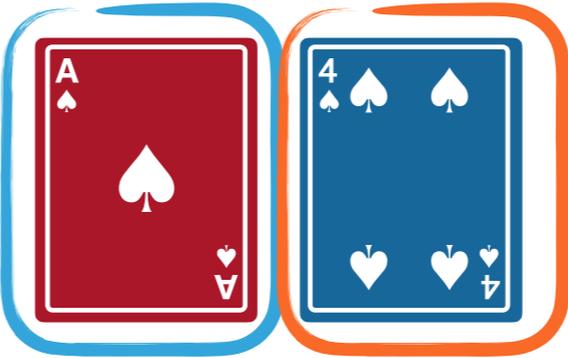
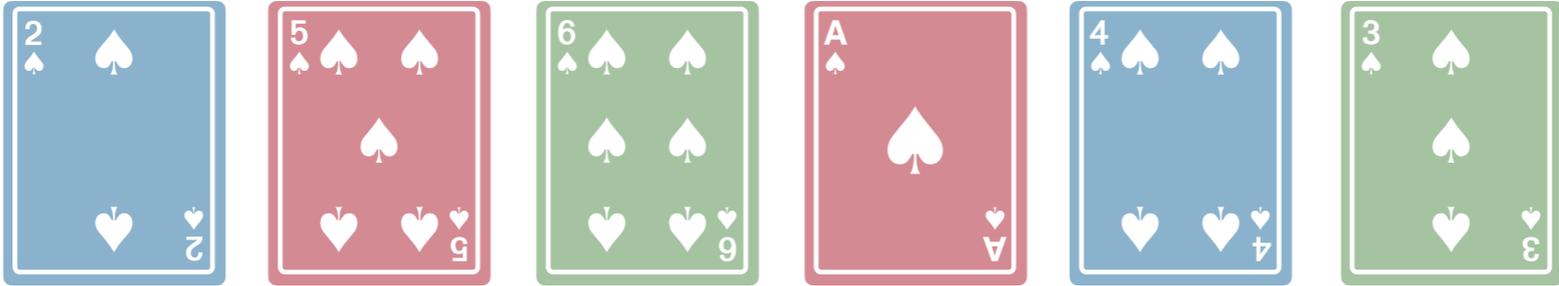


OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



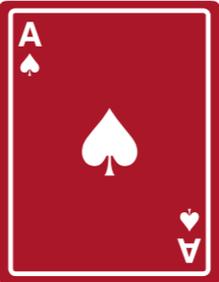
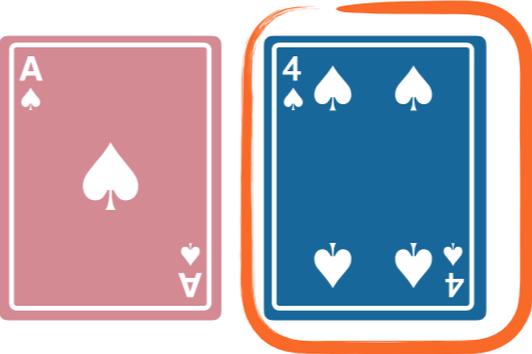
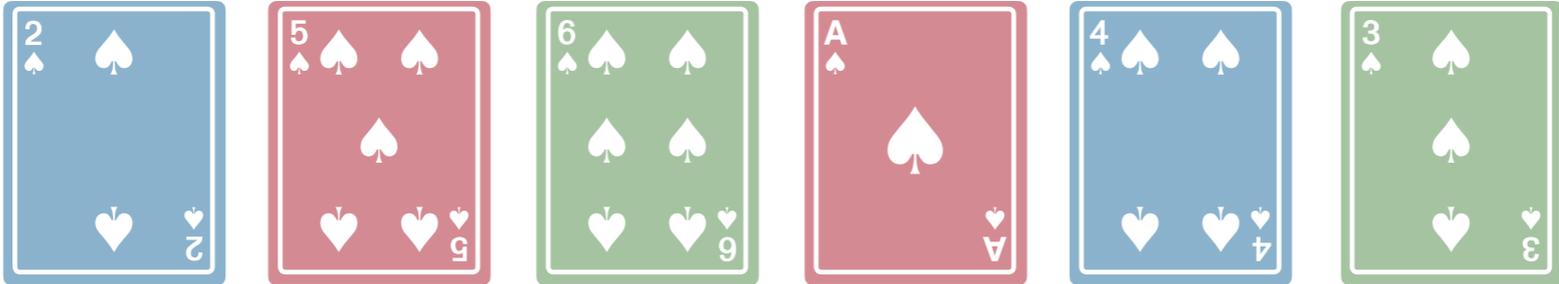
SPEZZARE IL MAZZO

OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO

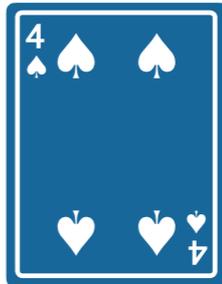
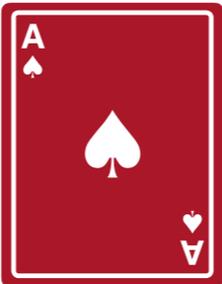
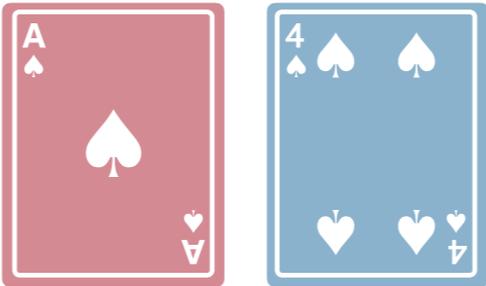
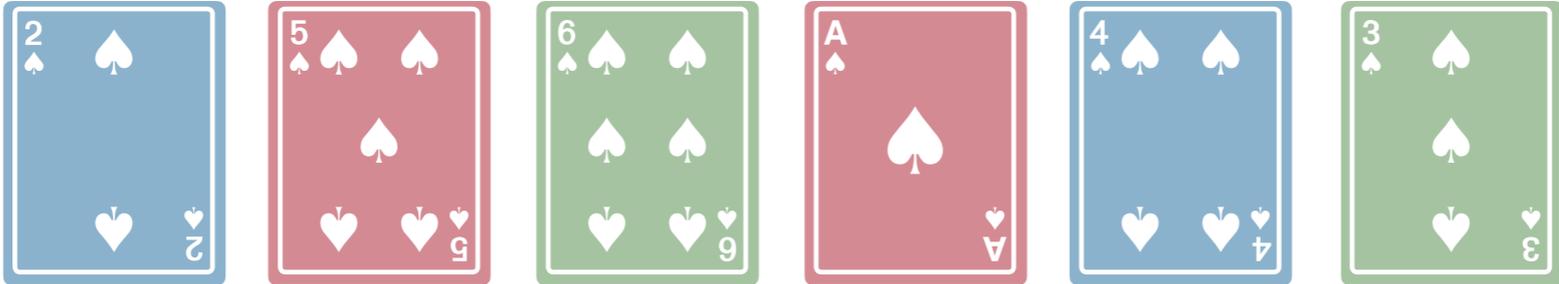


SPEZZARE IL MAZZO

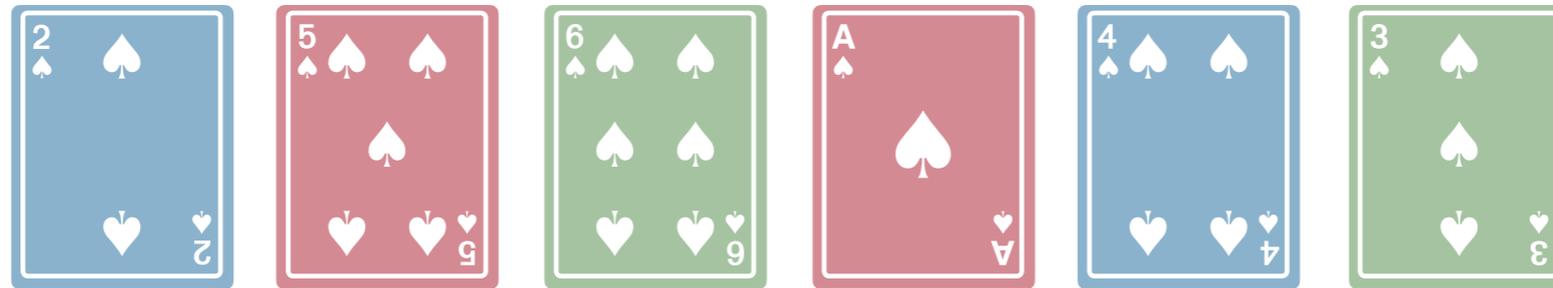
OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



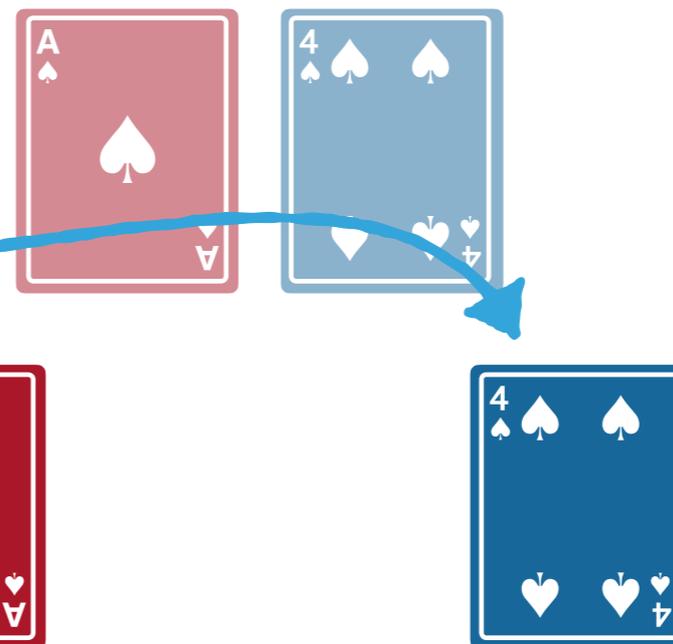
OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



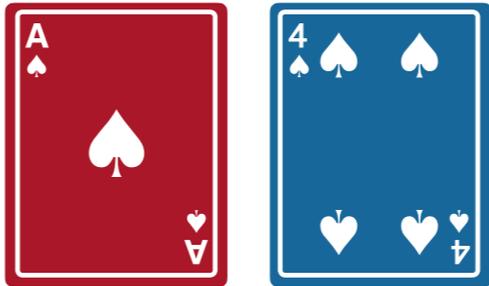
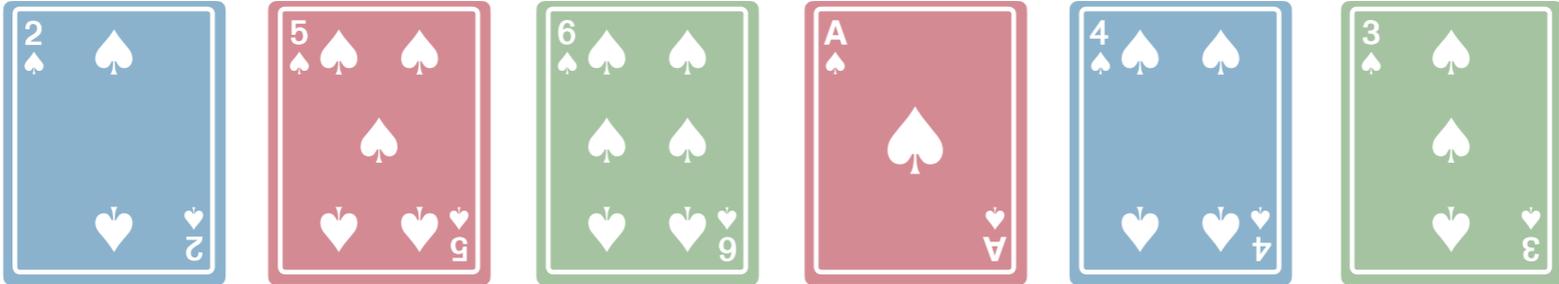
OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



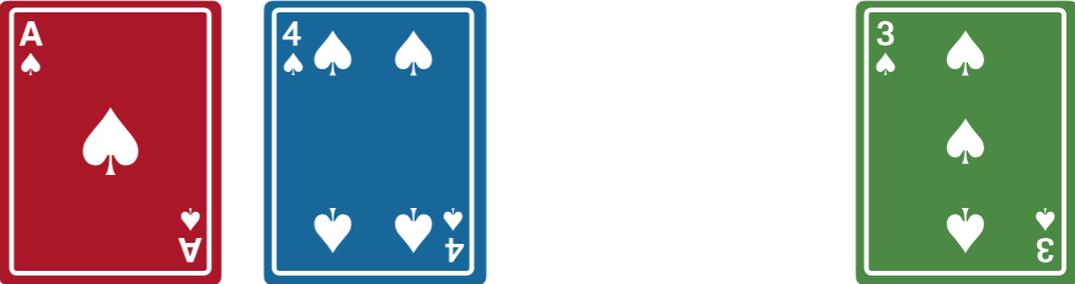
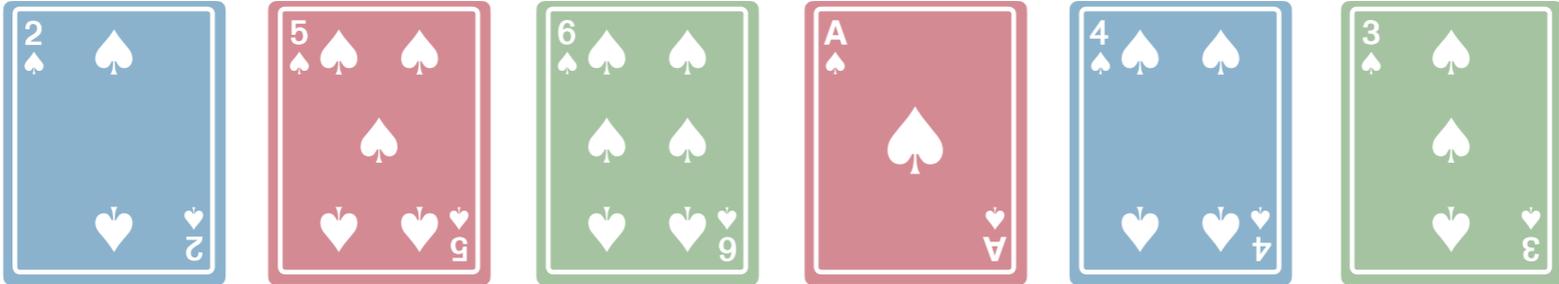
UNIFICHIAMO QUESTI DUE MAZZI
CON LA PROCEDURA DI MERGE



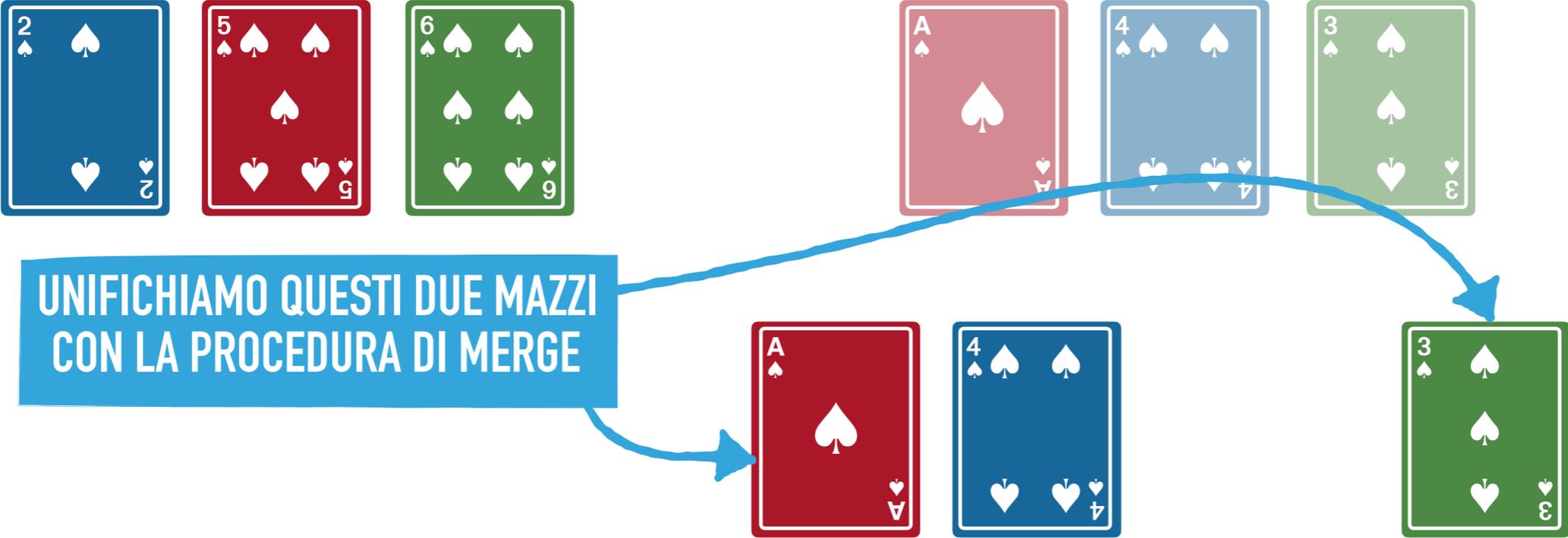
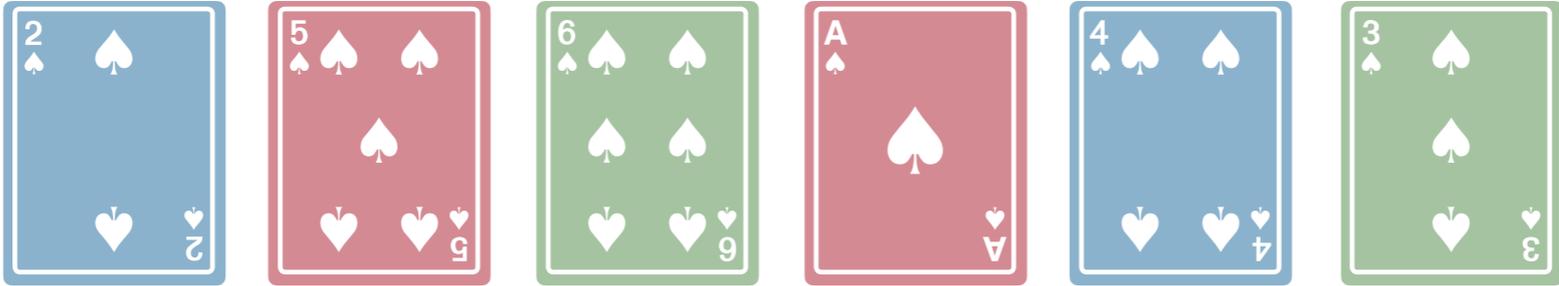
OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



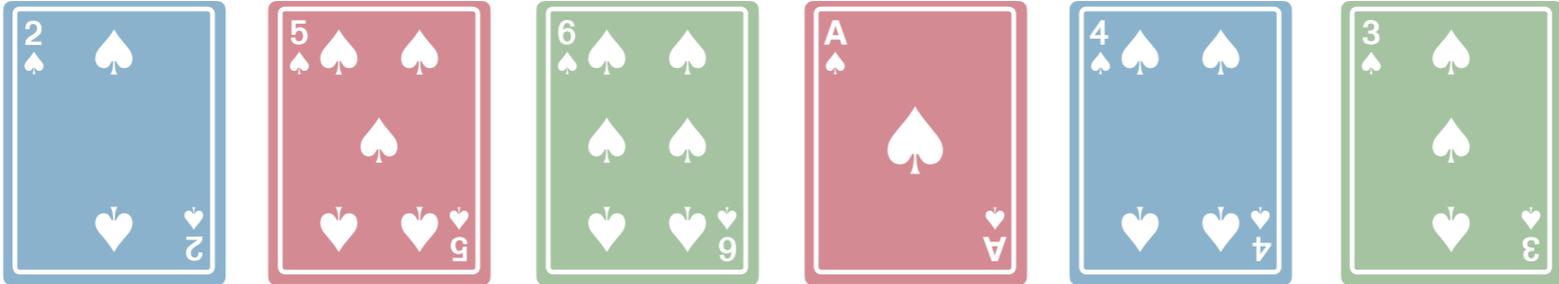
OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO

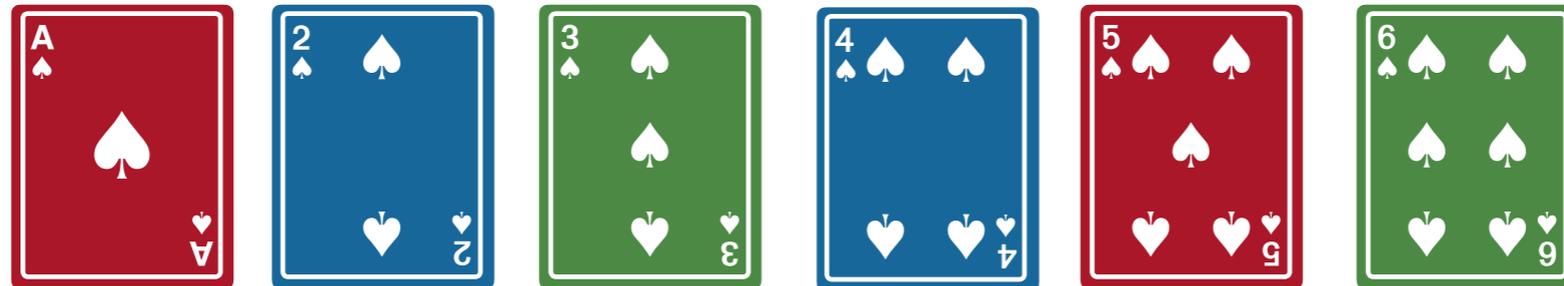


OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



**UNIFICHIAMO QUESTI DUE MAZZI
CON LA PROCEDURA DI MERGE**

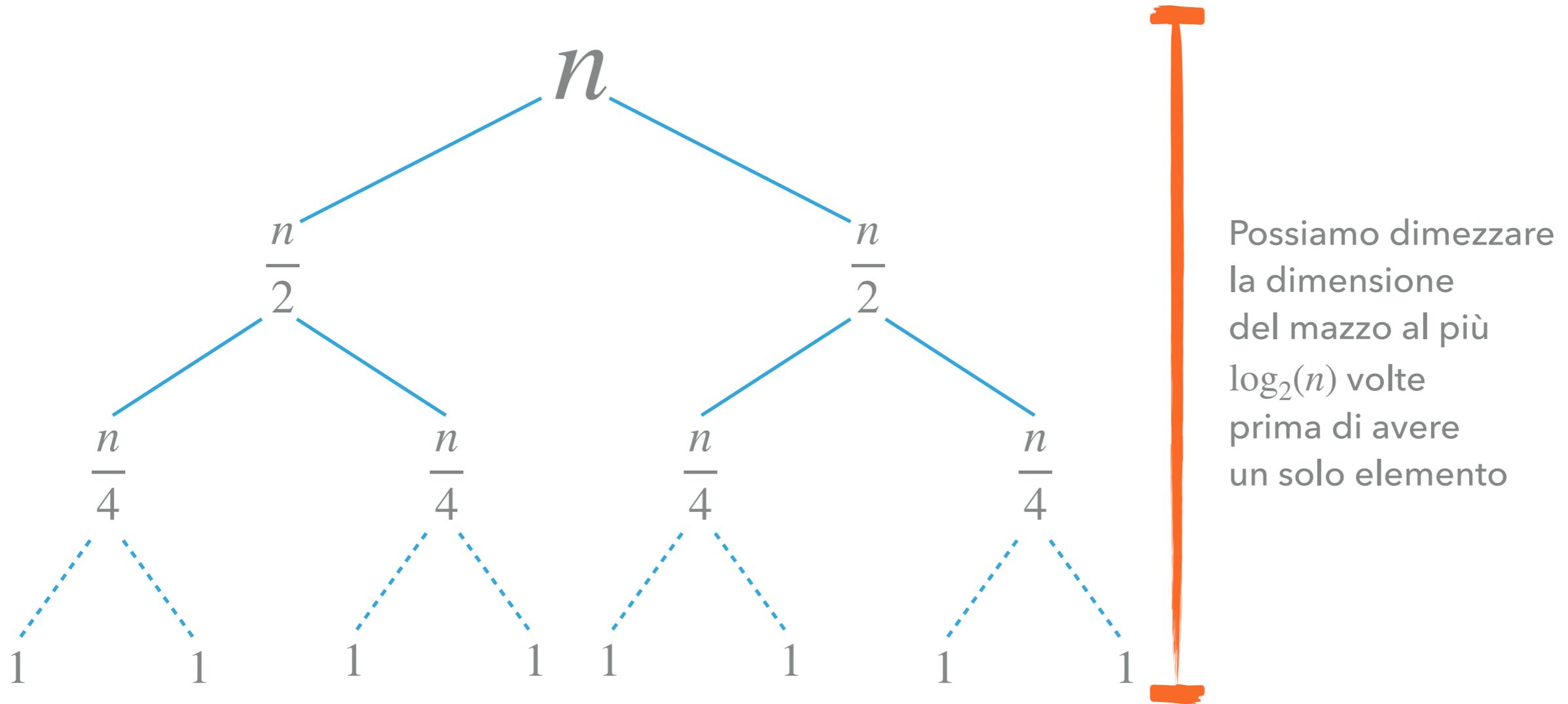
OPZIONE 3: SPEZZARE IL MAZZO



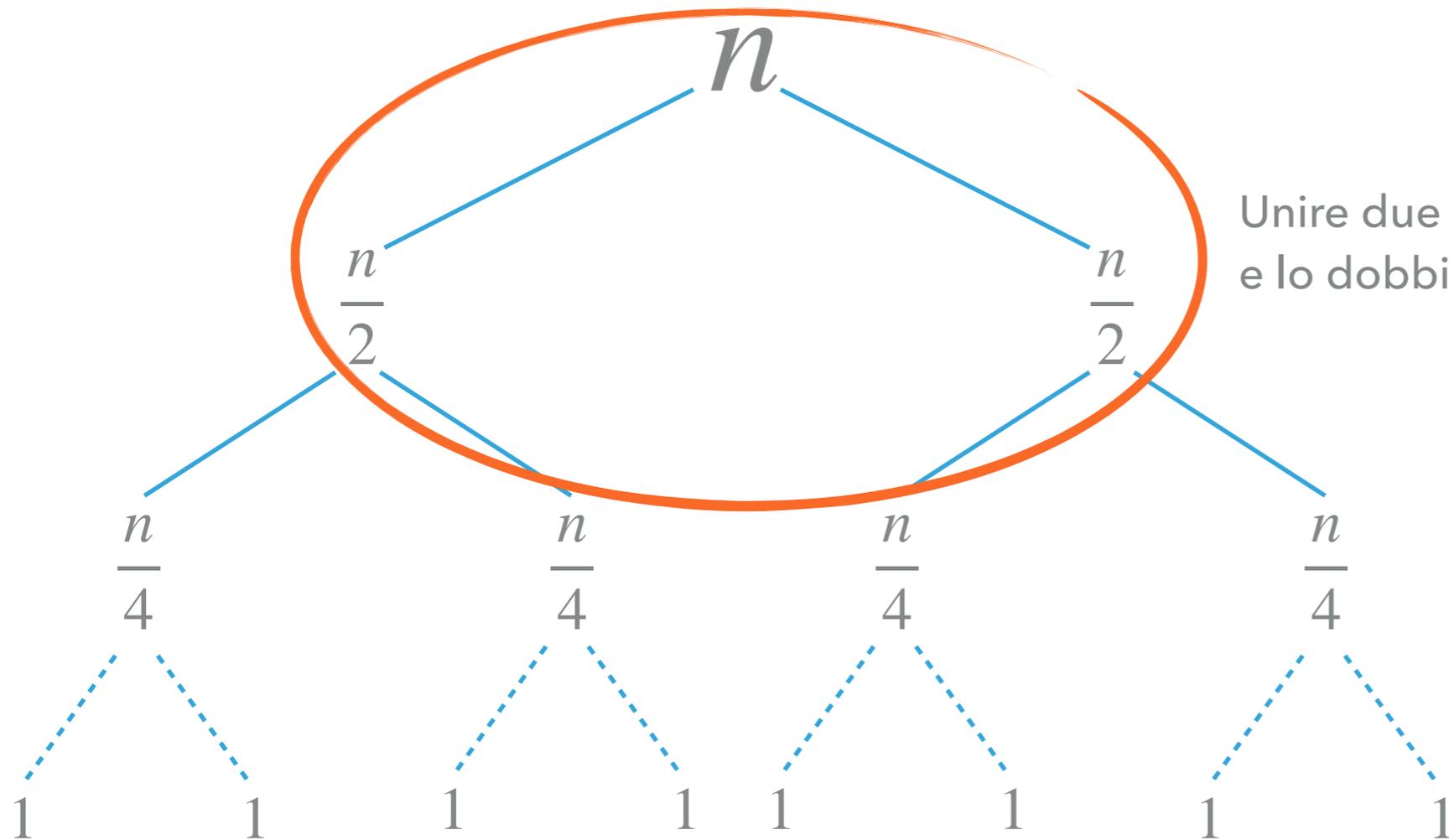
Abbiamo ottenuto il mazzo ordinato!

Ma quale è il costo in numero di comparazioni?

CALCOLO DEL COSTO

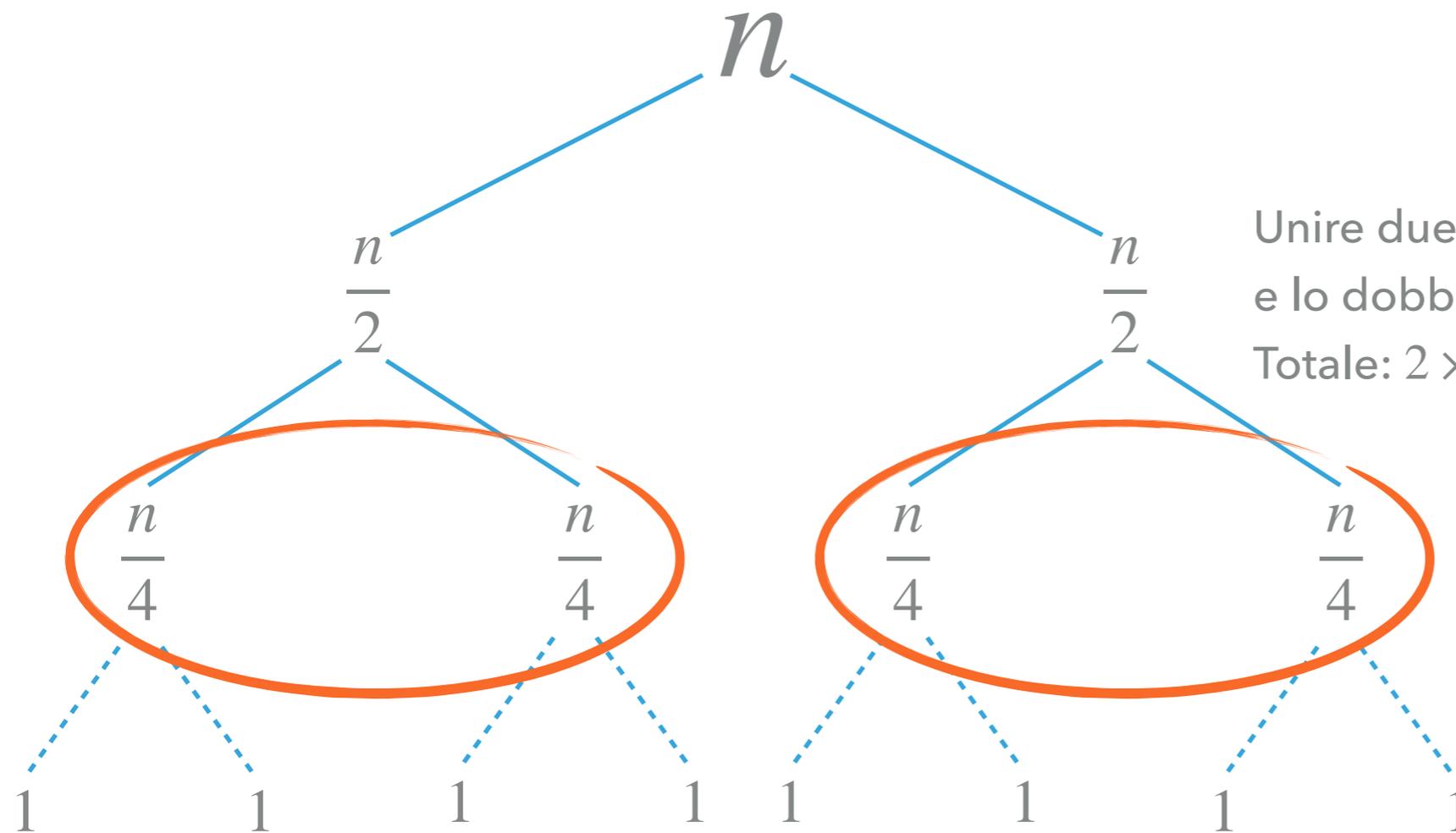


CALCOLO DEL COSTO



Unire due mazzi di lunghezza $n/2$ costa n e lo dobbiamo fare una volta sola

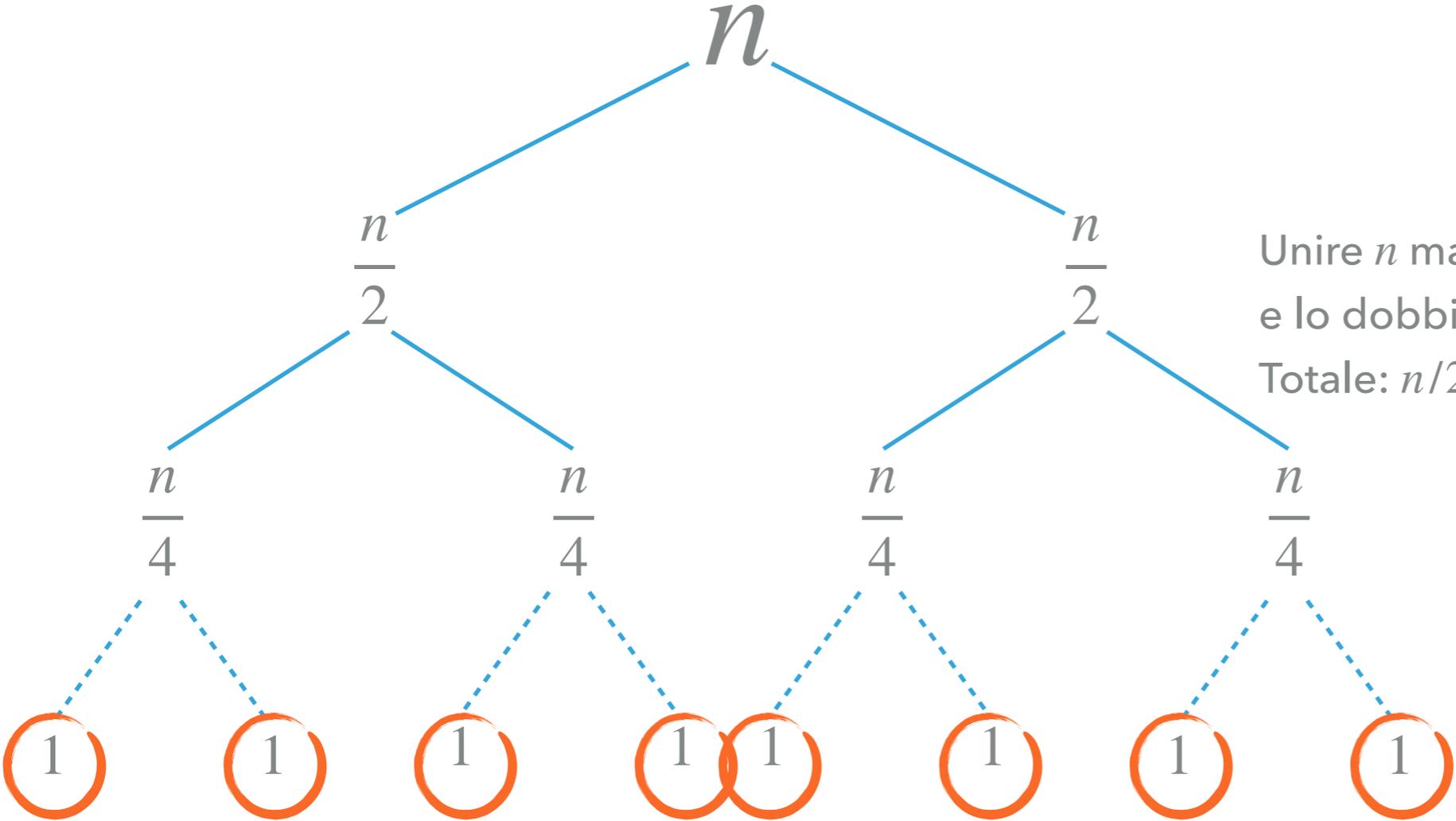
CALCOLO DEL COSTO



Unire due mazzi di lunghezza $n/4$ costa $n/2$
e lo dobbiamo fare 2 volte.

Totale: $2 \times n/2 = n$

CALCOLO DEL COSTO



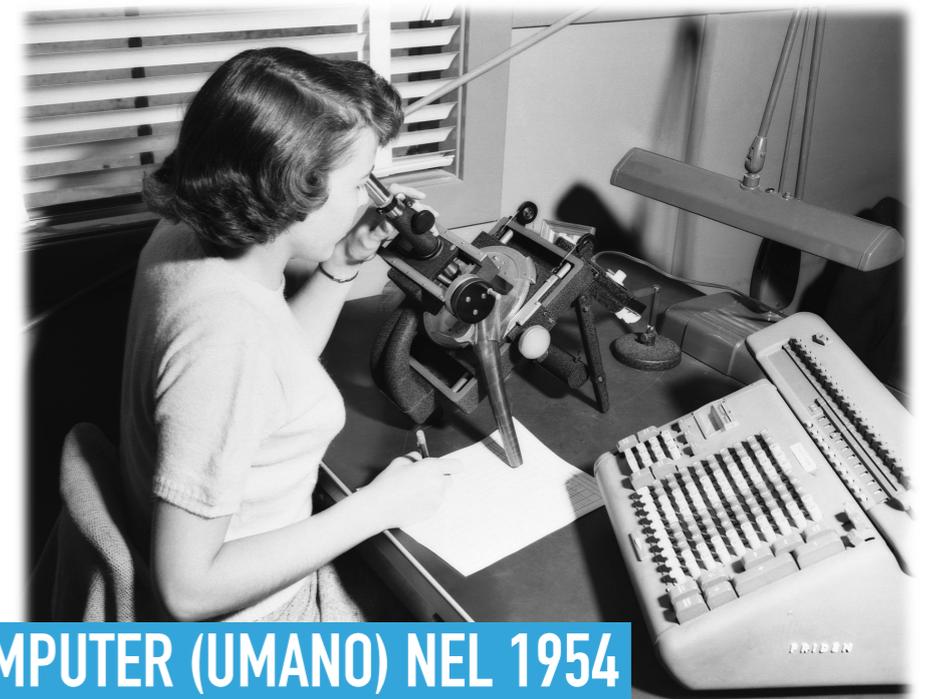
Unire n mazzi di lunghezza 1 costa 2 e lo dobbiamo fare $n/2$ volte.
Totale: $n/2 \times 2 = n$

CALCOLO DEL COSTO

- ▶ Ogni "livello" ci costa al più n comparazioni.
- ▶ Abbiamo $\log_2(n)$ livelli.
- ▶ Il costo totale in termini di comparazioni è $n \log_2 n$.
- ▶ Abbiamo migliorato ancora il tempo necessario ad ordinare un mazzo di carte.

E IL COMPUTER?

- ▶ *"Computer science is no more about computers than astronomy is about telescopes."*
– Edsger W. Dijkstra (1930-2002)
- ▶ Il computer serve ad *eseguire* gli algoritmi, potenzialmente potremmo eseguirli anche a mano.
- ▶ Fino all'avvento dei computer elettronici il termine "computer" indicava una persona che faceva calcoli.



COMPUTER (UMANO) NEL 1954

E IL COMPUTER?

- ▶ Nonostante questo i computer elettronici sono importanti per diversi aspetti:
 - ▶ La potenza di calcolo, possono eseguire miliardi (o più) di istruzioni al secondo...
 - ▶ ... ma dobbiamo fornire l'algoritmo e l'input in un modo che siano in grado di interpretare (un *linguaggio di programmazione*)