LEZIONE 9

Schiere di espansione

Rendimento della schiera di pale (statoriche)

Le schiere di pale possono essere:

- Schiere di espansione (il flusso accelera e quindi abbiamo un ugello)
- Schiere di compressione (il flusso decellera e quindi abbiamo dei diffusori)

Schiere di espansione

$$\eta_{is} = 1 - \frac{\Delta p_0}{p_1 - p_2}$$ (ugello)

$$p_1 - p_2 = \frac{F_a}{s}$$ (per una schiera)

$$F_a = -F_t \tan \alpha_\infty + s\Delta p_0$$

$$\eta_{is} = \frac{1}{1 - \dfrac{\Delta p_0 s}{F_t \tan \alpha_\infty}}$$

Schiere di compressione

$$\eta_{is} = \frac{1}{1 + \dfrac{\Delta p_0}{p_2 - p_1}}$$ (diffusore)

$$p_2 - p_1 = -\frac{F_a}{s}$$

(per una schiera)

$$F_a = -F_t \tan\alpha_\infty + s\Delta p_0$$

$$\eta_{is} = 1 - \frac{\Delta p_0 s}{F_t \tan\alpha_\infty}$$

Schiere di compressione

$$F_t = c_F \frac{1}{2} \rho c V_\infty^2$$

$$V_\infty = \frac{V_a}{\cos\alpha_\infty}$$

$$\Delta p_0 = y \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

$$V_2 = \frac{V_a}{\cos\alpha_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta p_0 s}{F_t \tan\alpha_\infty} = \frac{y}{c_F \tan\alpha_\infty} \cdot \frac{\cos^2\alpha_\infty}{\delta \cdot \cos^2\alpha_2}$$

Schiere di compressione

$$F_t = c_F \frac{1}{2}\rho c V_\infty^2$$

$$V_\infty = \frac{V_a}{\cos\alpha_\infty}$$

$$\Delta p_0 = y\frac{1}{2}\rho V_2^2$$

$$V_2 = \frac{V_a}{\cos\alpha_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta p_0 s}{F_t \tan\alpha_\infty} = \frac{y}{c_F \tan\alpha_\infty}\cdot\frac{\cos^2\alpha_\infty}{\delta\cdot\cos^2\alpha_2}$$

$$c_P = \left(\frac{s}{c}\right) y \left(\frac{V_2}{V_\infty}\right)^2 - c_F \tan\alpha_\infty$$

$$c_L = c_F \cos\alpha_\infty - c_P sen\alpha_\infty$$

$$c_D = c_F\, sen\alpha_\infty + c_P \cos\alpha_\infty$$

$$c_L = 2\left(\frac{s}{c}\right)\left(\tan\alpha_1 - \tan\alpha_2\right)\cos\alpha_\infty - c_D \tan\alpha_\infty$$

$$c_D = \left(\frac{s}{c}\right) y \frac{\cos^3\alpha_\infty}{\cos\alpha_2}$$

$$\Rightarrow \quad \eta_{is} = 1 - \frac{2c_D}{c_L sen\left(2\alpha_\infty\right)}$$

max $\dfrac{c_L}{c_D}$

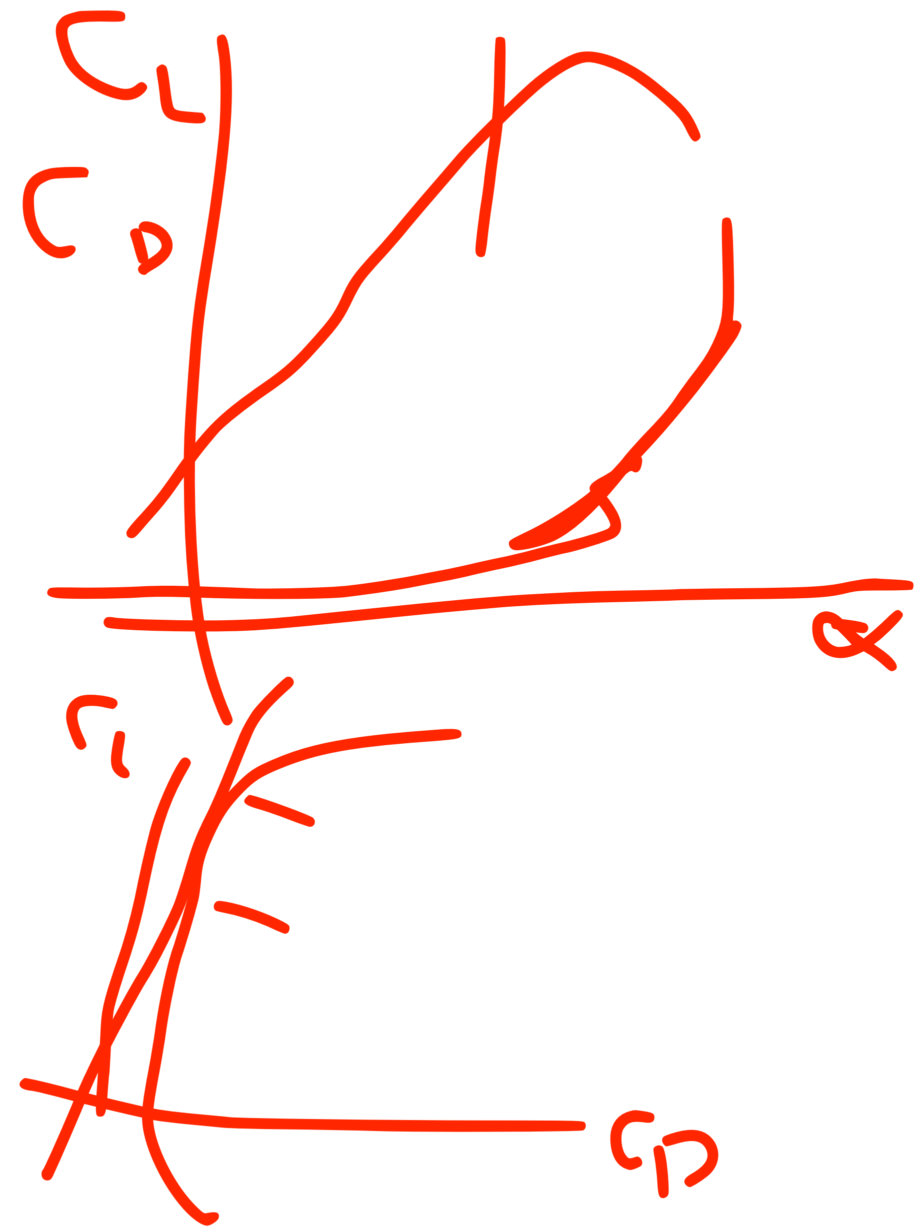
Schiere di compressione

$$\eta_{is} = 1 - \frac{2c_D}{c_L sen\left(2\alpha_\infty\right)}$$

$$\frac{\partial \eta_{is}}{\partial \alpha_\infty} = 0 \qquad \frac{c_D}{c_L} = \cos t$$

$$\eta_{is,\max} = 1 - \frac{2c_D}{c_L}$$

$$\left|\alpha_\infty\right|_{ott} = 45°$$



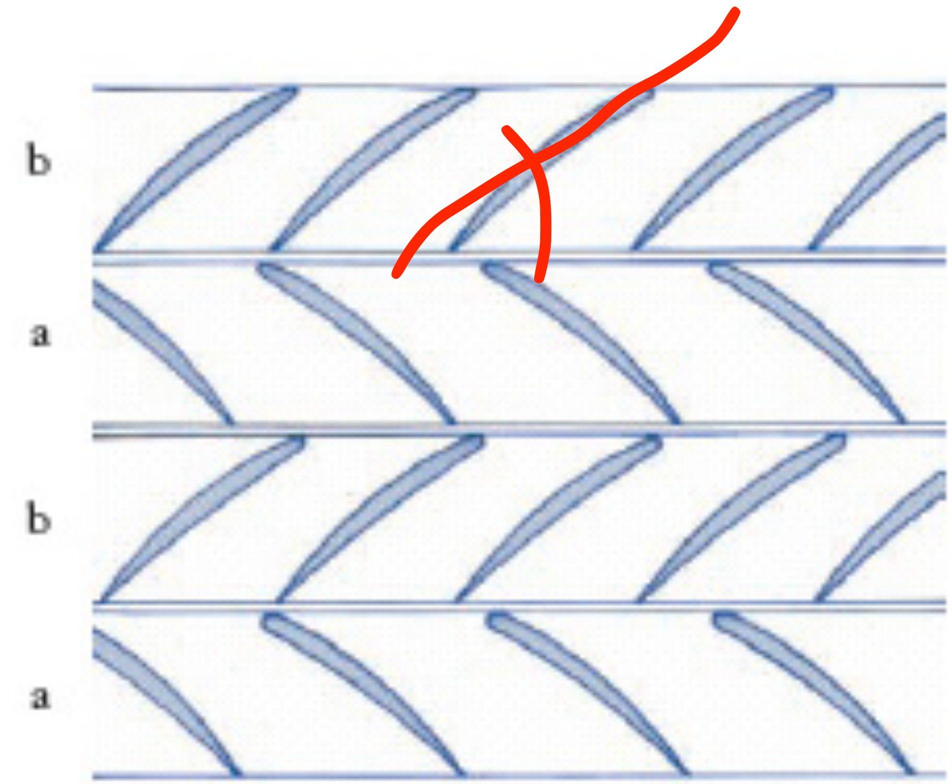
Schiere di compressione

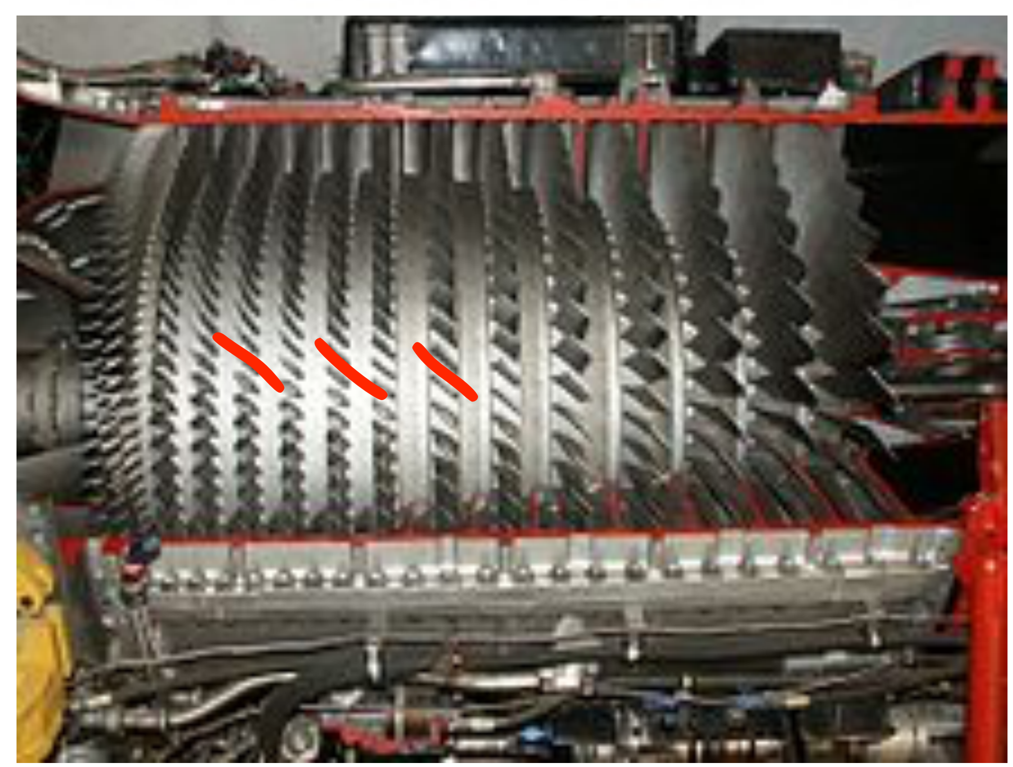
$$\eta_{is} = 1 - \frac{2c_D}{c_L sen(2\alpha_\infty)}$$

$$\frac{\partial \eta_{is}}{\partial \alpha_\infty} = 0 \qquad \frac{c_D}{c_L} = \cos t$$

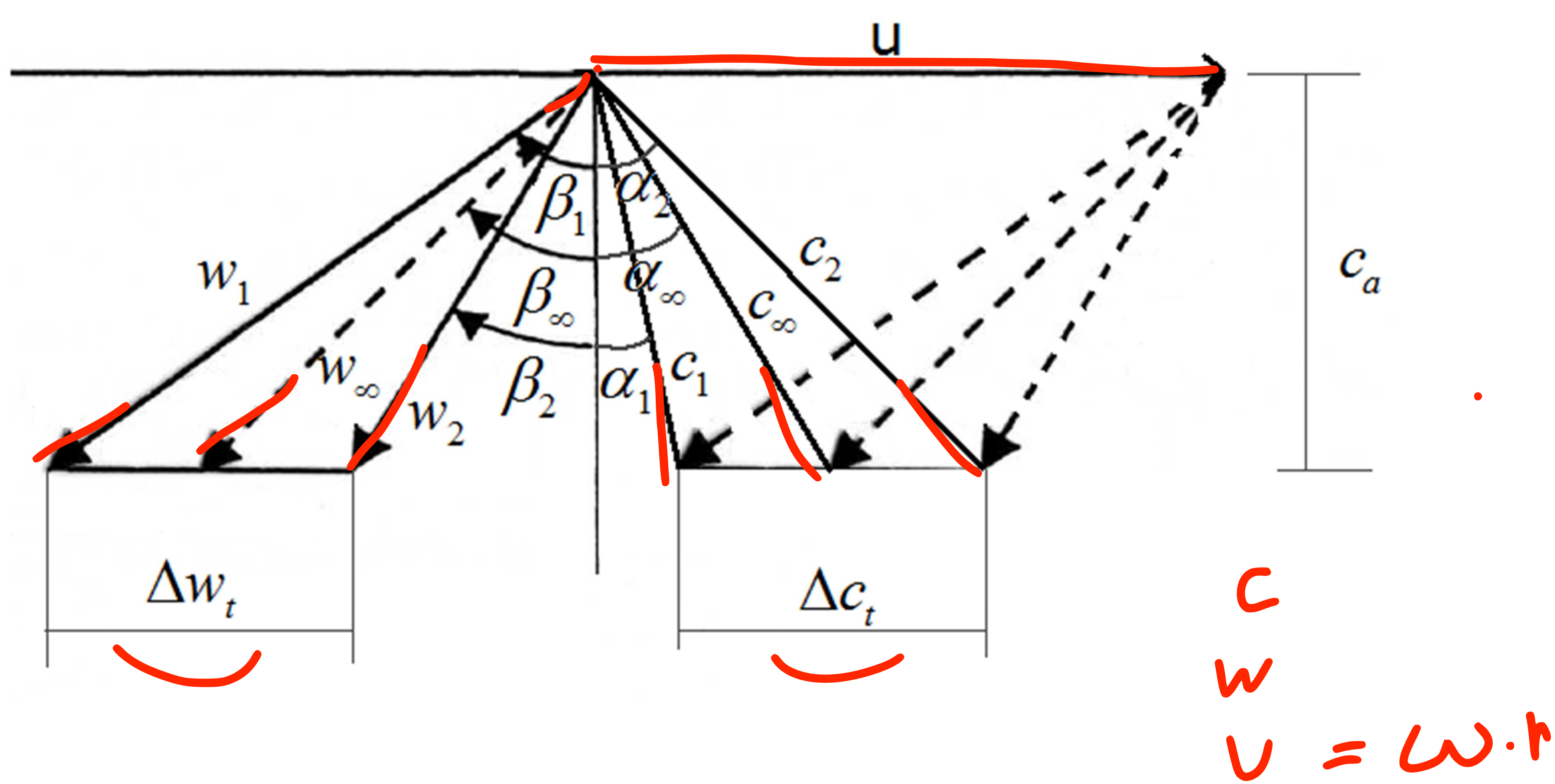
$$\eta_{is,\max} = 1 - \frac{2c_D}{c_L}$$

$$\left|\alpha_\infty\right|_{ott} = 45°$$





Schiere in movimento (compressione)



$$\Delta c_t = c_{2t} - c_{1t} = w_{1t} - w_{2t} = \left|\Delta w_t\right|$$

$$F_t = s\rho c_a \left(w_{1t} - w_{2t} \right)$$

Schiere in movimento (compressione)

$$P = F_t \cdot u$$

$$\dot{m} = \rho s c_a$$

$$F_t = c_F \frac{1}{2} \rho c w_\infty^2 = \frac{c_F \frac{1}{2} \rho c c_a^2}{\cos^2 \beta_\infty}$$

Schiere in movimento (compressione)

$$P = F_t \cdot u$$

$$\dot{m} = \rho s c_a$$

→

$$L_u = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{F_t \cdot u}{\rho s c_a} = u\left(w_{t1} - w_{t2}\right)$$

$$F_t = c_F \frac{1}{2} \rho c w_\infty^2 = \frac{c_F \frac{1}{2} \rho c c_a^2}{\cos^2 \beta_\infty}$$

Schiere in movimento (compressione)

$$P = F_t \cdot u$$

$$\dot{m} = \rho s c_a$$

$$L_u = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{F_t \cdot u}{\rho s c_a} = u\left(w_{t1} - w_{t2}\right)$$

$$F_t = c_F \frac{1}{2} \rho c w_\infty^2 = \frac{c_F \frac{1}{2} \rho c c_a^2}{\cos^2 \beta_\infty}$$

$$L_u = \frac{F_t \cdot u}{\rho s c_a} = \frac{c_F \delta}{2 \cos^2 \beta_\infty} \cdot c_a \cdot u$$

Schiere in movimento (compressione)

$$\lambda = \frac{L_u}{\omega^2 D^2} = \frac{L_u}{4u^2}$$

$$\varphi = \frac{Q}{\omega D^3} \propto \frac{c_a}{u}$$

$$\lambda = \frac{c_F \delta}{8\cos^2 \beta_\infty} \cdot \frac{c_a}{u} = \frac{c_F \delta}{8\cos^2 \beta_\infty} \cdot \varphi$$

Schiere in movimento

(compressione)

$$\eta_{is} = \frac{L_u - \frac{\Delta p_0}{\rho}}{L_u} = 1 - \frac{\frac{\Delta p_0}{\rho}}{L_u}$$

$$\Delta p_0 = y \frac{1}{2} \rho w_2^2$$

$$L_u = \frac{c_F \delta}{2 \cos^2 \beta_\infty} \cdot c_a \cdot u$$

$$w_2 = \frac{c_a}{\cos \beta_2}$$

$$\varphi = \frac{c_a}{u}$$

(espansione)

$$\eta_{is} = \frac{L_u}{L_u + \frac{\Delta p_0}{\rho}} = \frac{1}{1 + \frac{\frac{\Delta p_0}{\rho}}{L_u}}$$

Schiere in movimento

$$\eta_{is} = 1 - \frac{y}{c_F} \cdot \frac{\cos^2 \beta_\infty}{\delta \cos^2 \beta_2} \cdot \varphi$$

(compressione)

$$\eta_{is} = \frac{1}{1 + \frac{y}{c_F} \cdot \frac{\cos^2 \beta_\infty}{\delta \cos^2 \beta_2} \cdot \varphi}$$

(espansione)

rendimento di uno stadio

$$\Delta p_0 = \Delta p_{0,stat} + \Delta p_{0,rot}$$

LEZIONE 10

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

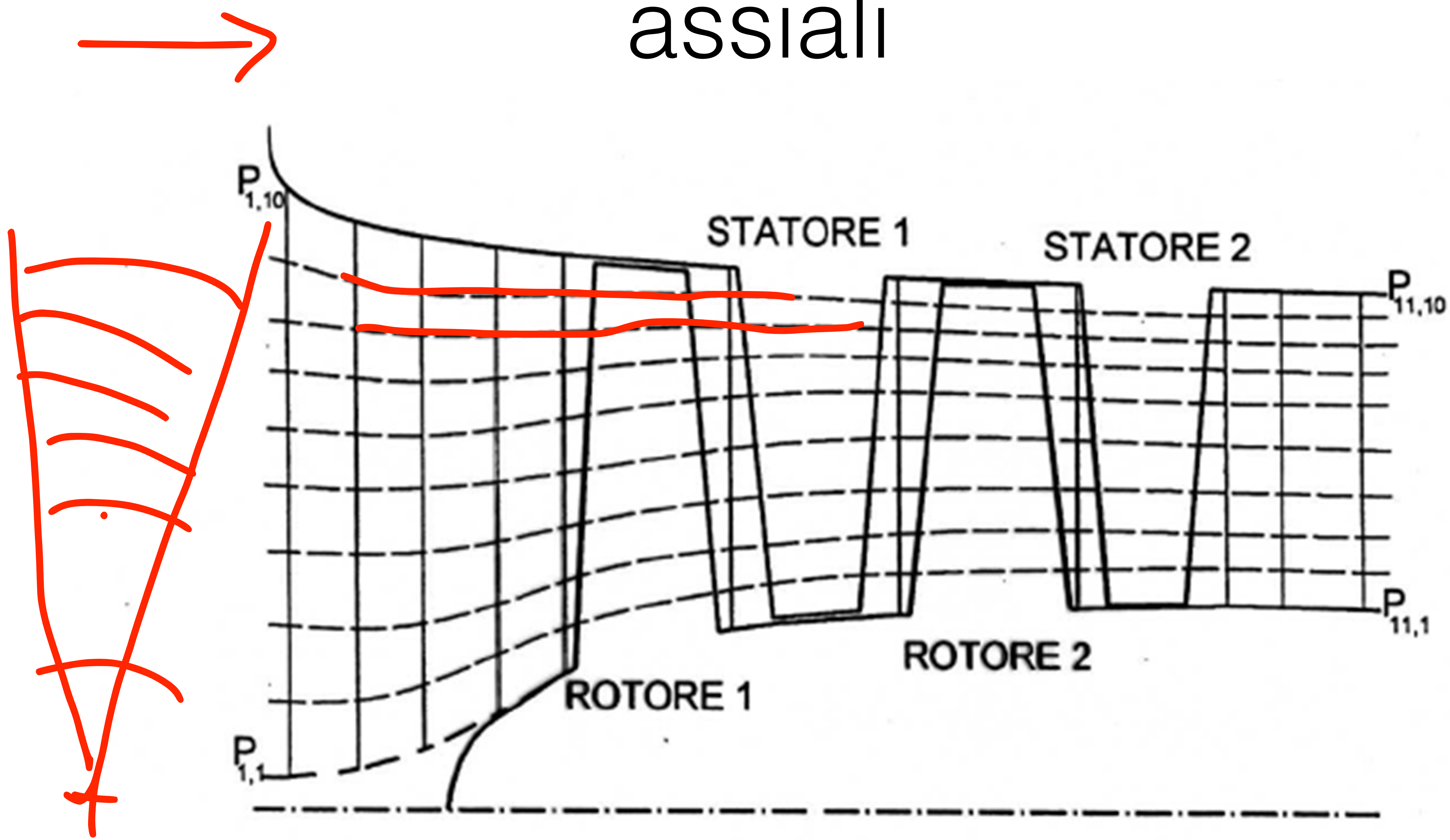
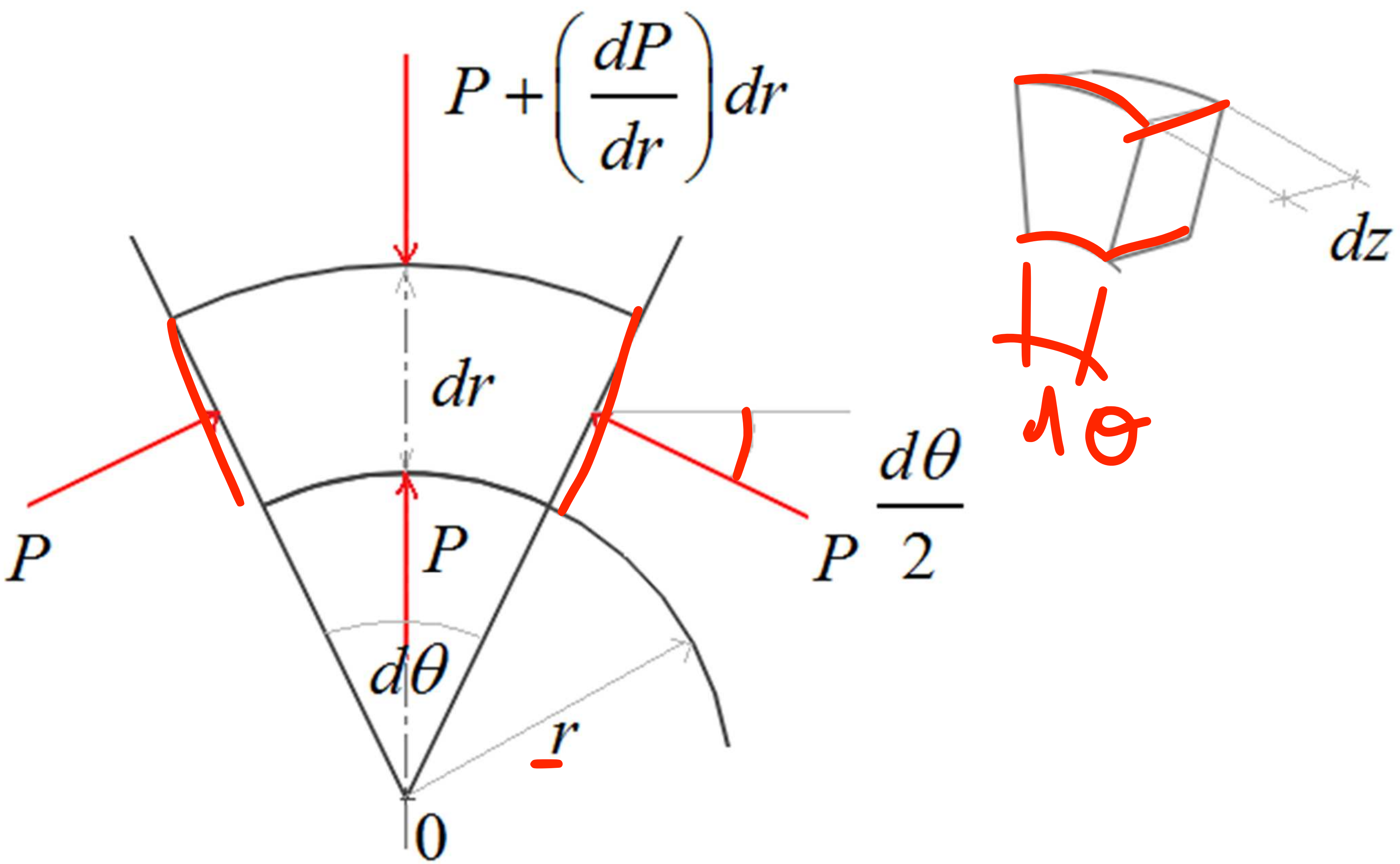
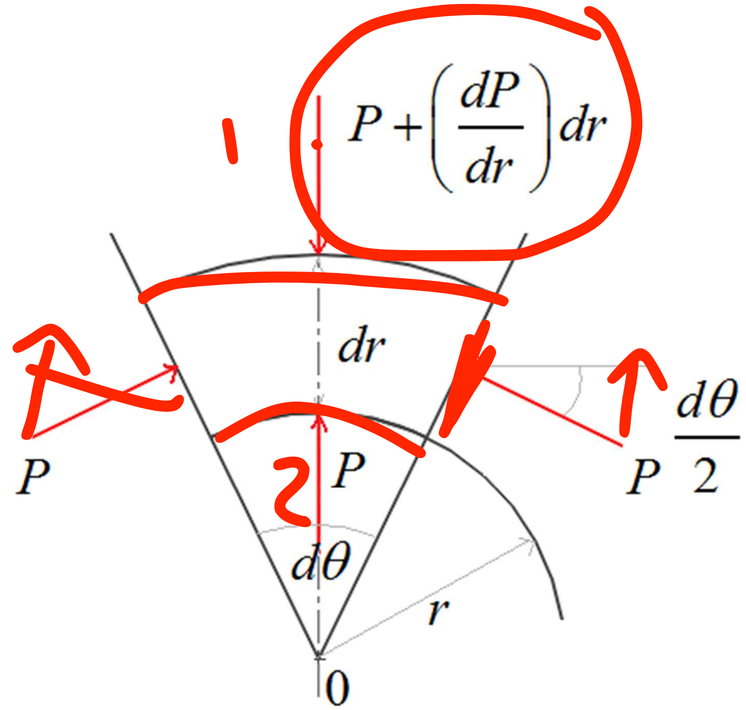


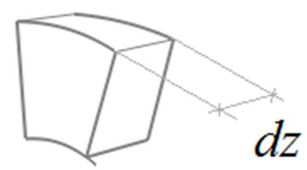
Figura 5.31: *Reticolo di calcolo quasi-3D per un compressore assiale bistadio*

Equilibrio radiale nelle macchine assiali



Equilibrio radiale nelle macchine assiali





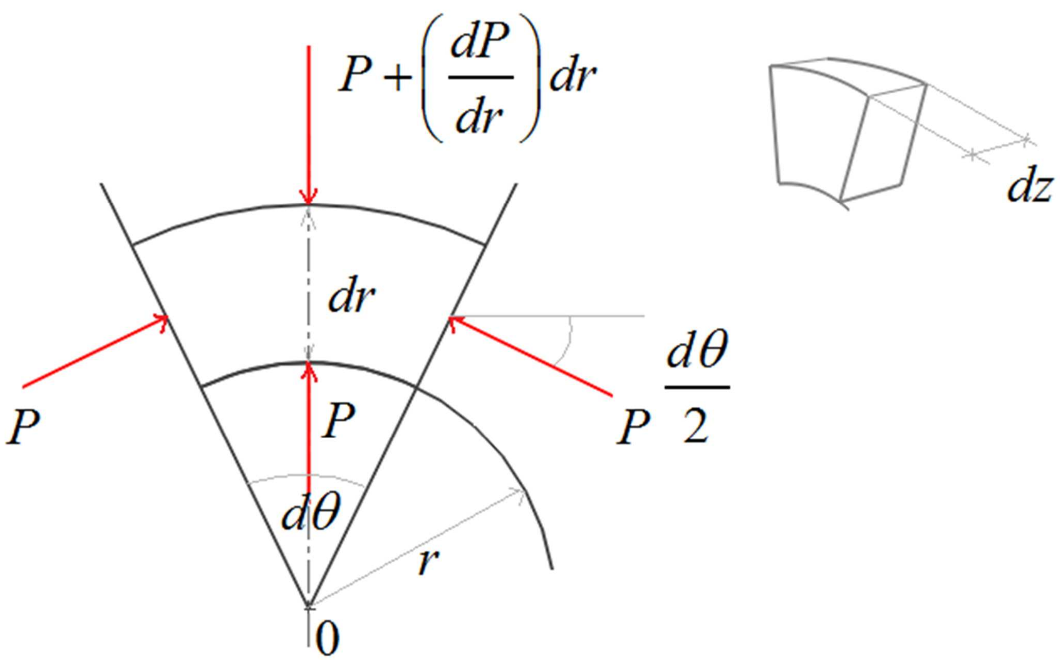
$$\left(p+\frac{dp}{dr}dr\right)(r+dr)\,d\theta dz - prd\theta dz - 2\,pdr\,dz\,sen\frac{d\theta}{2} =$$

trascurando i termini di ordine superiore e considerando:

$$sen\frac{d\theta}{2} \simeq \frac{\theta}{2}$$

$$= r\frac{dp}{dr}drd\theta dz$$

Equilibrio radiale nelle macchine assiali



Forza centrifuga sull'elemento:

$$\rho r d\theta dr dz \cdot \frac{V_t^2}{r}$$

Da cui:

$$\rho r d\theta dr dz \cdot \frac{V_t^2}{r} = r \frac{dp}{dr} dr d\theta dz \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = \frac{V_t^2}{r} \qquad (1)$$

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

Entalpia di Ristagno:

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} = h + \frac{1}{2}\left(V_t^2 + V_a^2\right)$$

Flusso cilindrico:

$$V_r = 0$$

Da cui differenziando lungo il raggio:

$$\frac{dh_0}{dr} = \frac{dh}{dr} + V_t \frac{dV_t}{dr} + V_a \frac{dV_a}{dr} \qquad \boxed{2}$$

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

per il 1 principio:

$$T\,ds = dh - \frac{1}{\rho}dp$$

$$\frac{dh_0}{dr} = \frac{dh}{dr} + V_t\frac{dV_t}{dr} + V_a\frac{dV_a}{dr} \quad \boxed{2}$$

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

per il 1 principio:

$$Tds = dh - \frac{1}{\rho}dp$$

$$\frac{dh_0}{dr} = \frac{dh}{dr} + V_t\frac{dV_t}{dr} + V_a\frac{dV_a}{dr} \quad \boxed{2}$$

$$\frac{dh_0}{dr} = \underbrace{T\frac{ds}{dr} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}}_{\frac{dh}{dr}} + V_t\frac{dV_t}{dr} + V_a\frac{dV_a}{dr}$$

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

per il 1 principio:

$$Tds = dh - \frac{1}{\rho}dp$$

$$\frac{dh_0}{dr} = \frac{dh}{dr} + V_t\frac{dV_t}{dr} + V_a\frac{dV_a}{dr} \qquad \boxed{2}$$

$$\frac{dh_0}{dr} = \underbrace{T\frac{ds}{dr} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}}_{\frac{dh}{dr}} + V_t\frac{dV_t}{dr} + V_a\frac{dV_a}{dr}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = \frac{V_t^2}{r} \qquad \boxed{1}$$

$$\frac{dh_0}{dr} = T\frac{ds}{dr} + \frac{V_t^2}{r} + V_t\frac{dV_t}{dr} + V_a\frac{dV_a}{dr}$$

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

$$\boxed{\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}\left(V_t \cdot r\right)}$$

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

$$\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}\left(V_t \cdot r\right)$$

Con questa equazione possiamo affrontare due problemi tipici:

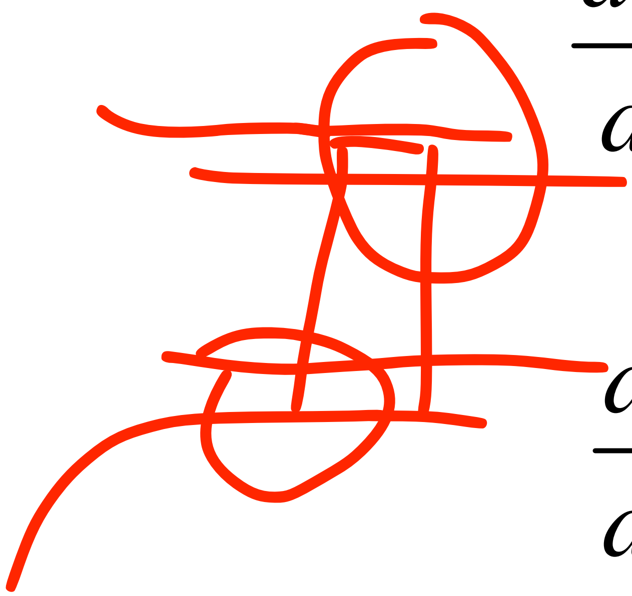
1) *Problema "diretto" (o problema di verifica)* : nota la geometria di una macchina e la distribuzione radiale dell'angolo α determinare la distribuzione radiale di tutte le grandezze del flusso e termodinamiche;

2) *Problema "inverso" (o problema di progetto)* : assegnata una certa distribuzione di una grandezza fluidodinamica o termodinamica trovare qual'è la geometria della schiera che la realizza.

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

$$\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}(V_t \cdot r)$$

$$\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = 0$$



$$\frac{dh_0}{dr}=0$$ Impone h_0 costante lungo il raggio

$$\frac{ds}{dr}=0$$ Impone dissipazione costante lungo il raggio

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

$$\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}\left(V_t \cdot r\right)$$

$$\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = 0$$

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

$$\boxed{\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}\left(V_t \cdot r\right)}$$

$$\boxed{\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = 0}$$

$$V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}\left(V_t \cdot r\right) = 0 = \frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr}$$

Equilibrio radiale nelle macchine assiali

$$\boxed{\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}\left(V_t \cdot r\right)}$$

$$\boxed{\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = 0}$$

$$V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}\left(V_t \cdot r\right) = 0 = \frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr}$$

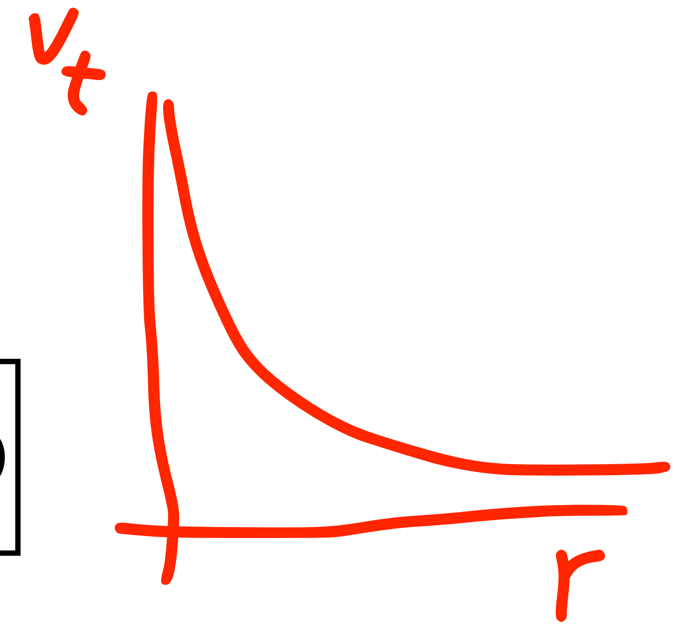
$$V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}\left(V_t \cdot r\right) = 0$$

Vortice Libero

$$\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}\left(V_t\cdot r\right)$$

$= 0$

$$\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = 0$$



$$\left(V_t\cdot r\right) = \text{cost} \quad \rightarrow \quad V_t\cdot r = V_{ti}\cdot r_i$$

$$\rightarrow \quad V_a = \text{cost}$$

Vortice Libero

$$\boxed{\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}(V_t \cdot r)}$$

$$\boxed{\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = 0}$$

$$h_0 = \cos t$$

$$V^2 = V_t^2 + V_a^2$$

$$h + \frac{V^2}{2} = h_i + \frac{V_i^2}{2}$$

$$h = h_i + \frac{V_i^2 - V^2}{2}$$

$$\frac{h}{h_i} = 1 + \frac{1}{2h_i}\left(V_{ti}^2 - V_t^2 + V_a^2 - V_a^2\right) =$$

$$= 1 + \frac{V_{ti}^2}{2h_i}\left(1 - \frac{V_t^2}{V_{ti}^2}\right)$$

Vortice Libero

$$\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = V_a\frac{dV_a}{dr} + \frac{V_t}{r}\frac{d}{dr}(V_t \cdot r)$$

$$\frac{dh_0}{dr} - T\frac{ds}{dr} = 0$$

$$V_t \cdot r = V_{ti} \cdot r_i \quad \Rightarrow \quad \frac{V_t}{V_{ti}} = \frac{r_i}{r}$$

$V = f(M$

γ

$$\frac{h}{h_i} = 1 + \frac{V_{ti}^2}{2h_i}\left(1 - \left(\frac{r_i}{r}\right)^2\right)$$

$$\frac{h}{h_i} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_{ti}^2\left[1 - \left(\frac{r_i}{r}\right)^2\right]$$

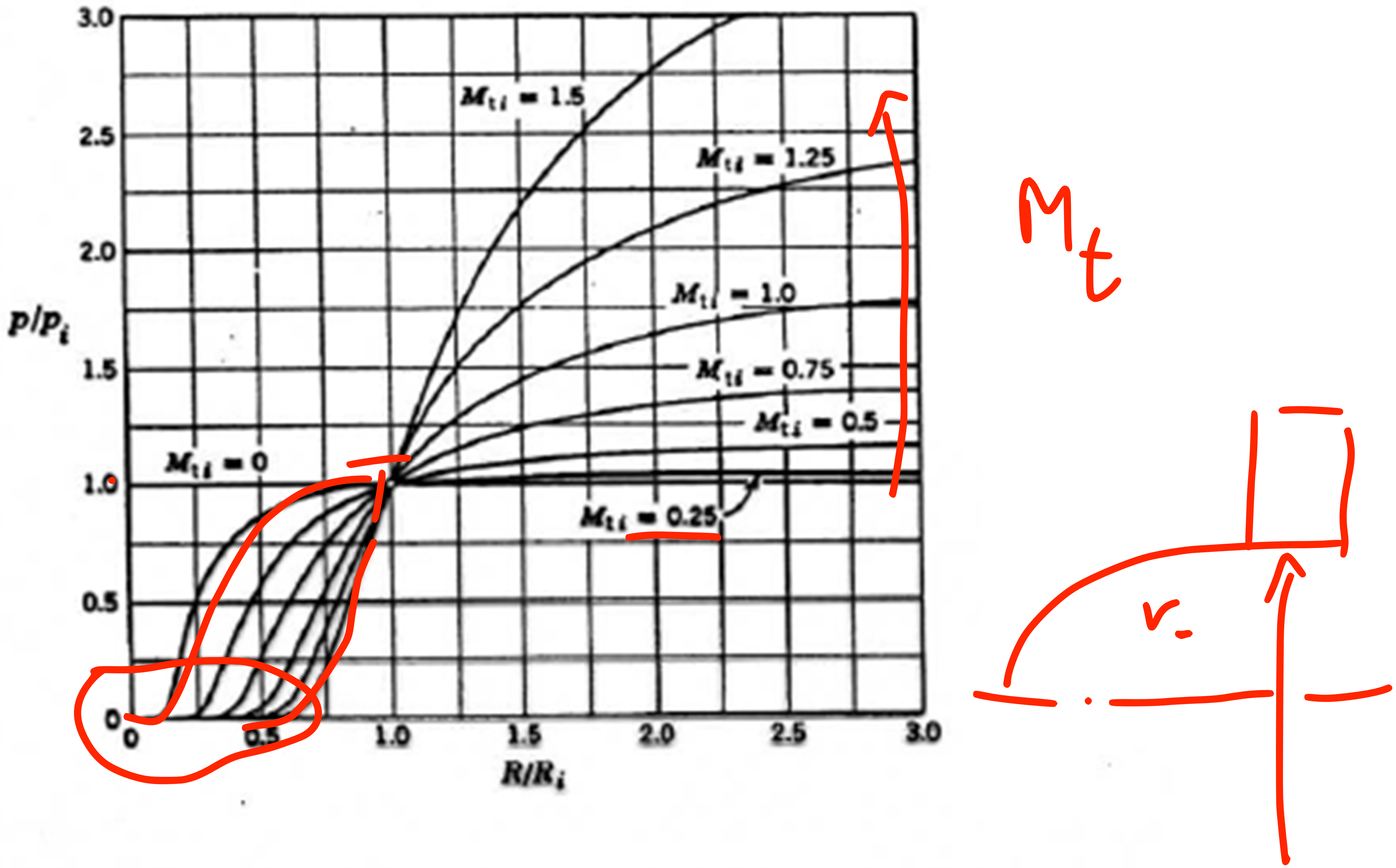
Vortice libero

$$h = \frac{a^2}{\gamma-1} \qquad M_{ti} = \frac{V_{ti}}{a_i}$$

$$\frac{h}{h_i} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{ti}^2 \left[1 - \left(\frac{r_i}{r}\right)^2\right]$$

$$\frac{p}{p_i} = \left(\frac{h}{h_i}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$ in condizioni di isoentropicità

Vortice Libero



a 5.23: *Pressione in funzione del raggio per un flusso a vortice libero*

Vortice Libero

- r aumenta, p aumenta
- Mti aumenta, p aumenta
- assegnato Mti esiste un valore di r per il quale si annulla la pressione, condizione fisicamente non possibile