Metodo di Sostituzione: Esempi

$$T_1(n) = 2T_1\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$$

Ipotizzo che $T_2(n) \in O(n \log n)$

Assumo $\exists c>0 \ \forall m<n \quad T_1(m) \leq c\, m \log_2 m$

Devo dimostrare che vale

$$T_2(n) \leq c\, n \log n$$

$$T_1(n) = 2 * T\left(\frac{n}{2}\right) + c'n \leftarrow O(n)$$

$$\leq \cancel{2} * c * \frac{n}{\cancel{2}} * \log_2 \frac{n}{2} + c' n$$

$$\leq c * n * \log_2 n - c * n * \lg_2 2 + c' n$$

$$\leq \underline{c * n * \lg_2 n - c n + c' * n}$$

Se $c > c'$

$$T_1(n) \leq \underline{c * n * \log_2 n}$$

Quindi $T_1(n) \in O(n * \log n)$ $\square$

$$T_2(n) = T_2\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + T_2\left(\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil\right) + \Theta(1)$$

IPOTIZZO CHE $T_2(n) \in O(n)$

ASSUMO $\exists c > 0 \quad \forall m < n \quad T_2(m) \leq \underline{\underline{cn}}$

$$\underline{\underline{T_2(n)}} = T_2\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + T_2\left(\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil\right) + 1$$

$$\leq c\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + c\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1$$

$$\leq 2 \cdot c \cdot \frac{n}{2} + 1 = \underline{\underline{c \cdot n + 1}}$$

$\neq$

$T_2(n) \overset{?}{\in} O(n^2)$

PROVIAMO A SCEGLIERE $c \cdot n - d \in O(n)$

ASSUMIAMO $\exists c > 0 \ \forall m < n \ T_2(m) \leq c m - d$

$$T_2(n) \leq c \cdot \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - d + c \cdot \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil - d + 1$$

$$\leq c \cdot n - 2d + 1$$

$$\leq c \cdot n - d$$

$T_2(n) \in O(n)$ $\square$

COME NON FARE !!!...

$$T_3(n) = 3T(n/2) + O(n) \quad T_3(n) \in ? \quad O(n \cdot \log n)$$

ASSUMO CHE $\exists c > 0 \ \forall m < n$

$$T_3(m) \leq c \cdot m \cdot \log m$$

$$T_3(n) \leq 3 \cdot c \frac{n}{2} \cdot \log_2 \frac{n}{2} + c'n$$

$$\leq c \frac{3}{2} n \log n - \frac{3}{2} c n + c' n$$

$$\leq c \frac{3}{2} n \log n \Rightarrow \cancel{T_3(n) \in O(n \log n)}$$

NO!

LA FUNZIONE MAGGIORANTE È CAMBIATA (ERA $c n \log n$) E NON POSSO DEDURRE NULLA!!!