Università degli Studi di Trieste, A.A. 2019/2020
Laurea triennale in Ingegneria
Fisica generale II – Appello 24.01.2020 – Compito B

Cognome ____________________ Nome ____________________ Corso studi ____________________

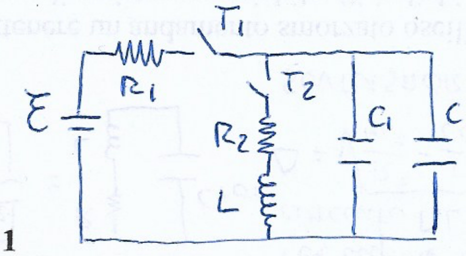


Figura 1

Problema 1

Un condensatore sferico ha armature di raggio interno $R_1 = 8\ cm$ e $R_2 = 14\ cm$. Lo spazio all'interno del condensatore è riempito da un liquido dielettrico di costante relativa $\varepsilon_r = 3.0$. Tra le armature viene posta una differenza di potenziale $\mathcal{E} = 15\ V$, col polo positivo sull'armatura interna.

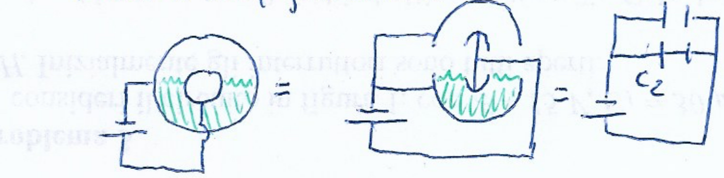
1. Determinare la capacità del condensatore.

Condensatore cilindrico con dielettrico

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = 62\ pF$$

2. Mantenendo connesso il generatore, il liquido dielettrico al suo interno viene svuotato per metà del suo volume. Calcolare la nuova carica totale fra le armature

Nuova configurazione



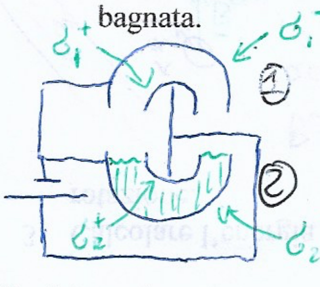
$$C_1 = \frac{1}{2}\left(4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right) = 10\ pF$$

$$C_2 = \frac{1}{2}\left(4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right) = 31\ pF$$

$$C_{TOT} = C_1 + C_2 = 41\ pF$$

$$Q_{TOT} = C_{TOT} \cdot \mathcal{E} = 6.2 \times 10^{-10}\ C$$

3. Calcolare le densità di carica presenti su entrambe le armature nella parte asciutta e in quella bagnata.



$$Q_1 = C_1\mathcal{E} = 1.5 \times 10^{-10}\ C \qquad Q_2 = C_2\mathcal{E} = 4.7 \times 10^{-10}\ C$$

$$\sigma_1^+ = \frac{Q_1}{2\pi R_1^2} = 3.7 \times 10^{-9}\ C/m^2 \qquad \sigma_2^+ = \frac{Q_2}{2\pi R_1^2} = 1.2 \times 10^{-8}\ C/m^2$$

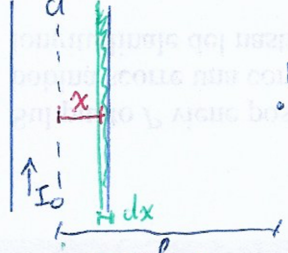
$$\sigma_1^- = \frac{-Q_1}{2\pi R_2^2} = -1.2 \times 10^{-9}\ C/m^2 \qquad \sigma_2^- = \frac{-Q_2}{2\pi R_2^2} = -3.8 \times 10^{-9}\ C/m^2$$

Problema 2

Un nastro conduttore rettilineo molto lungo e di spessore trascurabile ha larghezza $d = 2.5$ cm e viene percorso longitudinalmente da una corrente elettrica $I_0 = 36.0\ A$. Si consideri un punto P posto sul piano del nastro a una distanza $l = 6.0\ cm$ dall'asse del nastro.

1. Determinare l'intensità del campo magnetico generato dal nastro in P.

Calcolo campo dB dovuto a porzione nastro con spessore dx a distanza x dall'asse



$$dB = \frac{\mu_0\, dI}{2\pi(l-x)} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi l}\frac{dx}{(l-x)} \Rightarrow B = \int_{-d/2}^{d/2} dB = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi d}\ln\frac{l+d/2}{l-d/2} = 5.1 \times 10^{-5}\ T$$

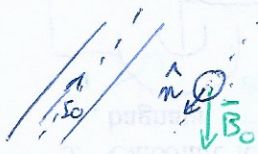
$dI : dx = I_0 : l$

$dI = \frac{I_0}{l}dx$

2. Sul punto *P* viene posta una bobina circolare composta da 20 spire di raggio $r = 7.0\ mm$. Nella bobina scorre una corrente $I_1 = 0.50\ A$. L'asse principale della bobina è parallelo all'asse longitudinale del nastro. Si calcoli il momento di dipolo magnetico associato alla bobina.

$$\mu = N I_1 \pi r^2 = 1.6\times10^{-3}\ Am^2$$

3. Calcolare l'energia guadagnata dalla bobina nel caso in cui a essa venga permessa una libera rotazione.



Bobina ruota fino ad allineare $\hat{n}$ con il campo $\vec{B}_0$ generato dal nastro

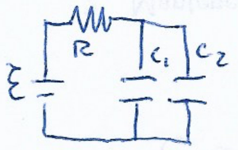
$$U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$$

$$\Delta U = U_f - U_i = -\mu B\cos 0 + \mu B \cos\frac{\pi}{2} = -\mu B = 7.9\times10^{-8}\ J$$

Problema 3

Si consideri il circuito in figura 1, con $\mathcal{E} = 15\ V$, $C_1 = 30\ \mu F$, $C_2 = 20\ \mu F$, $R_1 = 0.5\ \Omega$, $R_2 = 25\ \Omega$, $L = 0.5\ mH$. Inizialmente gli interruttori sono tutti aperti.

1. Al tempo $t_0 = 0$ si chiude l'interruttore T_1. Calcolare la quantità di carica presente su ogni condensatore al tempo $t_1 = 50\ \mu s$.



$C_{TOT} = C_1 + C_2 = 50\mu F$

$\tau = R_1 C_{TOT} = 25\mu s$

a regime $Q_M = C_{TOT}\mathcal{E} = 7.5\times10^{-4}C$

sul C_1 $\quad Q_M^1 = C_1\mathcal{E} = 4.5\times10^{-4}C$

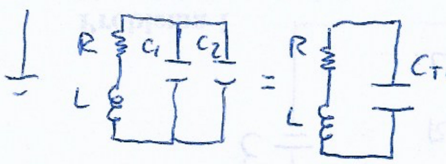
sul C_2 $\quad Q_M^2 = C_2\mathcal{E} = 3.0\times10^{-4}C$

$$Q_1(t_1) = Q_M^1(1-e^{-t_1/\tau}) = 3.9\times10^{-4}C$$

$$Q_2(t_1) = Q_M^2(1-e^{-t_1/\tau}) = 2.6\times10^{-4}C$$

2. Al tempo t_1 si riapre l'interruttore T_1 e si chiude l'interruttore T_2. Calcolare la corrente circolante nel circuito al tempo $t_2 = 1\ ms$

su C_{TOT} ho carica iniziale $Q_M(t_1) = Q_M^1 + Q_M^2 = 6.5\times10^{-4}C$



Per capire il regime del circuito RLC calcolo Δ

$$\Delta = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = 24187 > 0$$

SOVRASMORZATO!

$\alpha_1 = -\frac{R}{2L} + \Delta = -813\ s^{-1}$ $\quad \tau_1 = -\frac{1}{\alpha_1} = 1.2\ ms$

$\alpha_2 = -\frac{R}{2L} - \Delta = -49187\ s^{-1}$ $\quad \tau_2 = -\frac{1}{\alpha_2} = 20\mu s$

τ_2 è trascurabile dopo un tempo $\Delta t = (t_2 - t_1)$

$$I(t_2) = \frac{Q_M(t_1)}{\tau_1} e^{-\frac{(t_2-t_1)}{\tau_1}} = 0.19\ A$$

3. Per ottenere un andamento smorzato oscillante della corrente dopo l'istante t_1 si ha a disposizione un resistore di resistenza variabile. Si indichi il valore della resistenza e dove essa dovrebbe essere posizionata nel circuito per avere tale condizione.

Per ottenere uno smorzato oscillante $\Delta < 0 \rightarrow \frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC_{TOT}} < 0$

$$R^* < \sqrt{\frac{4L}{C_{TOT}}} = 6.3\ \Omega = R^*$$

Devo abbassare $R \rightarrow$ metto una resistenza in parallelo

$$\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_R} > \frac{1}{R^*} \rightarrow R_R < \left(\frac{1}{R^*} - \frac{1}{R_2}\right)^{-1} \quad R_R < 8.5\ \Omega$$