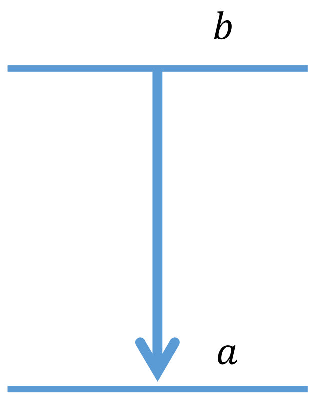
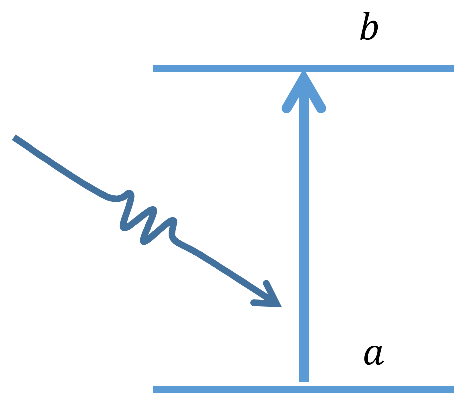
Interazione Radiazione materia (intro)
Sistema a due livelli e coefficienti di Einstein

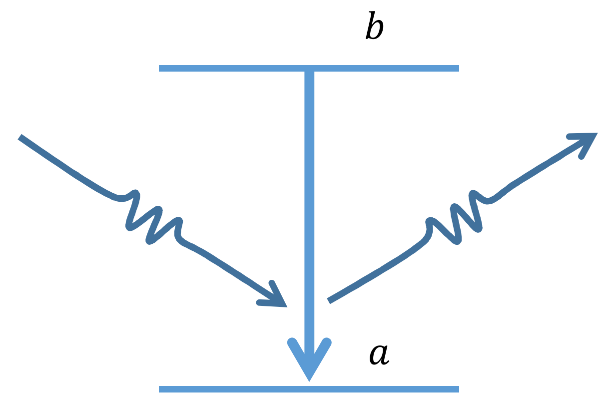
Emissione Spontanea



Assorbimento



Emissione Stimolata



-Energia del fotone (Emesso/Assorbito) uguale alla differenza di energia tra i due livelli

-'Equazioni di bilanciamento' (Rate equation) delle popolazioni

-Condizioni di stazionarietà

-In condizioni di stazionarietà Einstein propone l'esistenza di un processo di **emissione stimolata** dal campo e.m.

-In cond. di equilibrio **ottiene la legge di Plank** (Nota: solo introducendo il processo di emissione stimolata!)

-LASER: **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation

Interazione Radiazione materia

Approssimazione semiclassica: campi classici e atomi quantistici (no feedback dell'atomo sul campo)

L'Hamiltoniana di una particella in un campo e.m. è:

$$H = \frac{1}{2m}(\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi$$

E l'eq. di Schroedinger diventa

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi(\mathbf{r}, t) = \left[\frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 - \frac{Ze^2}{(4\pi\varepsilon_0)r}\right]\Psi(\mathbf{r}, t)$$

Nota: 'Eq. Di Schroedinger è <u>invariante per la scelta di Gauge (la funzione d'onda acquisisce una fase)</u>.

Interazione di atomi ad 1e- con campi e.m.

La probabilità di transizione è data da:

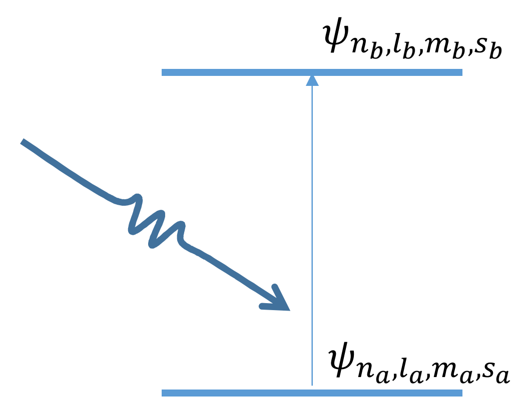
$$c_b^{(1)}(t) = -\frac{e}{m}\int_{\Delta\omega} \mathrm{d}\omega A_0(\omega)\left[\underbrace{e^{i\delta_\omega}\langle\psi_b|e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\cdot\boldsymbol{\nabla}|\psi_a\rangle\int_0^t \mathrm{d}t'e^{i(\omega_{ba}-\omega)t'}}_{\text{Assorbimento}} + \underbrace{e^{-i\delta_\omega}\langle\psi_b|e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\cdot\boldsymbol{\nabla}|\psi_a\rangle\int_0^t \mathrm{d}t'e^{i(\omega_{ba}+\omega)t'}}_{\text{Emissione}}\right]$$

Assorbimento
≠0 se
$w_{ba}=w$;
i.e. $E_b=E_a+\hbar\omega$

Emissione
≠0 se
$w_{ba}=w$;
i.e. $E_b=E_a-\hbar\omega$

In un processo di **assorbimento** la probabilità che un atomo si trovi in uno stato viene calcolata in teoria delle perturbazioni dipendente dal tempo e prende la forma:

$$|c_b^{(1)}(t)|^2 \sim \int_{\Delta\omega} \mathrm{d}\omega\left[\frac{eA_0(\omega)}{m}\right]^2 |M_{ba}(\omega)|^2$$



Dove il ruolo cruciale è quello dell'**Elemento di Matrice**:

$$M_{ba} = \langle\psi_b|e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\cdot\boldsymbol{\nabla}|\psi_a\rangle = \int \psi_b^{\star}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\psi_a(\mathbf{r})\ \mathrm{d}\mathbf{r}$$

Che ci permette di definire la **probabilità di transizione di assorbimento** $W_{ba} = \frac{4\pi^2}{m^2 c}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{I(\omega_{ba})}{\omega_{ba}^2}\,|M_{ba}(\omega_{ba})|^2$

Legata alla sua **sezione d'urto** $\sigma_{ba} = \frac{4\pi^2\alpha\hbar^2}{m^2\omega_{ba}}\,|M_{ba}(\omega_{ba})|^2$

Oltre al processo di **Assorbimento** dal campo e.m.

Il processo in cui un fotone viene emesso da un atomo in un processo di diseccitazione è chiamato
Emissione

Emissione Stimolata è un processo per cui **la presenza di un campo e.m.** (risonante all'energia di transizione) stimola la diseccitazione di un atomo e di conseguenza l'emissione di un fotone

Al contrario il processo di **Emissione Spontanea** è un processo di decadimento spontaneo dello stato eccitato di un atomo che avviene in assenza di fotoni nel campo di stimolo;

$$\mathbf{A}_2 = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\left[\frac{(N(\omega)+1)\hbar}{2V\varepsilon_0\omega}\right]^{1/2} \mathrm{e}^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t+\delta_\omega)}$$

Nota: emissione spontanea è un processo di **emissione «stimolato» dal campo elettromagnetico di vuoto**. In formalismo quantistico esistono fluttuazioni di campo e.m. anche in assenza di eccitazioni (fotoni) in tale campo.
Effetto Purcell: probabilità di emissione spontanea degli atomi cambiano quando gli atomi sono incorporati in una cavità risonante

L'approssimazione di dipolo

Il calcolo dell'elemento di matrice $M_{ba} = \langle \psi_b | e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \hat{\varepsilon} \cdot \nabla | \psi_a \rangle$ può essere semplificato

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = 1 + (i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) + \frac{1}{2!}(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})^2 + \cdots = 1$$

L'approx. corrisponde ad assumere che il campo sia uniforme sulle dimensioni atomiche; i.e. Campi ottici (10^{-6}m) e dimensioni atomiche 10^{-10}m

L'espressione per una probabilità di transizione si può quindi esprimere in funzione di $\mathbf{r}_{ba} = \langle \psi_b | \mathbf{r} | \psi_a \rangle$ (dove abbiamo espresso il nabla attraverso la sua equazione del moto al primo ordine):

$$W_{ba} = \frac{4\pi^2}{c\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right) I(\omega_{ba}) |\hat{\varepsilon}\cdot\mathbf{r}_{ba}|^2$$

Che possiamo esprimere introducendo l'operatore di momento di dipolo elettrico:

$$\mathbf{D}_{ba} = -e\mathbf{r}_{ba}$$

Il calcolo delle probabilità di transizione si riduce a calcolare la precedente o più in generale (q indice delle componenti sferiche).

$$I^q_{n'l'm';nlm} = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/2} \int_0^\infty \mathrm{d}r\, r^3 R_{n'l'}(r) R_{nl}(r) \times \int \mathrm{d}\Omega\, Y^*_{l'm'}(\theta,\phi) Y_{1,q}(\theta,\phi) Y_{lm}(\theta,\phi)$$

La componente radiale della funzione d'onda è non nulla, mentre la componente angolare ci da delle **<u>Regole di selezione di dipolo</u>**:

$$\Delta l = \pm 1$$

$$\Delta m = 0, \pm 1$$

Regola generale: vale per transizione tra stati elettronici

-**Stati vibrazionali** (IR and Raman activities)

O—C—O
Simmetrico
No dipolo

O—C—O
Dipolo (IR)

-**Magnetici** (Magnon absorption)