

Figure 25: Schema dello sviluppo longitudinale di uno sciame elettromagnetico.

si ha la formazione di un processo a cascata (detta *cascata* o *sciame elettromagnetico*) in cui, mediamente dopo ogni lunghezza di radiazione, i fotoni creano coppie elettrone-positone mentre a loro volta gli elettroni (e i positoni) emettono fotoni dando quindi luogo ad un processo moltiplicativo. Dopo t lunghezze di radiazione lo sciame è composto da un numero $N(t) = 2^t$ particelle di energia $E(t) = E_0/2^t$ (ove si è supposto di suddividere a metà l'energia ad ogni processo di moltiplicazione). Quando l'energia media degli elettroni e positroni diventa inferiore all'energia critica il processo di moltiplicazione si ferma e gli elettroni perdono la loro energia per ionizzazione arrestando così la cascata.

Il processo, che dipende pertanto essenzialmente dalla lunghezza di radiazione del mezzo, si sviluppa in prima approssimazione secondo la seguente equazione

$$t_{max} = \frac{1}{\ln 2} \ln(E_0/E_c)$$

essendo $t_{max} = x_{max}/L_R$ la posizione del massimo dello sciame espressa in unità di lunghezze di radiazione ed E_0 l'energia del fotone (elettrone) incidente.

La relazione vale pertanto per qualsiasi mezzo se espressa in unità di lunghezze di radiazione e ci mostra che il massimo dello sciame aumenta solo logicamente con l'energia della particella incidente. In figura 25 si può vedere uno schema dell'evoluzione dello sciame mentre in fig. 26, si può seguire lo sviluppo longitudinale dell'energia depositata. Il forte contenimento dello sviluppo dello sciame rende possibile far rilasciare quasi completamente l'energia della particella incidente in un rivelatore di poche lunghezze di radiazione. Tale rivelatore diventa pertanto un calorimetro (calorimetro elettromagnetico) atto alla misura dell'energia di fotoni ed elettroni di alta energia. Si noti che si è parlato anche di elettroni, perché una volta iniziato il processo non vi è alcuna differenza se il processo è stato iniziato da un fotone o un elettrone.

2.7 Cenni sulla rivelazione di neutroni e neutrini

Nel caso di particelle che non interagiscono elettromagneticamente con gli atomi del mezzo la rivelazione è mediata da una prima interazione in cui vi è trasferimento di energia a particelle cariche (similmente a quanto abbiamo visto nel caso dei fotoni)

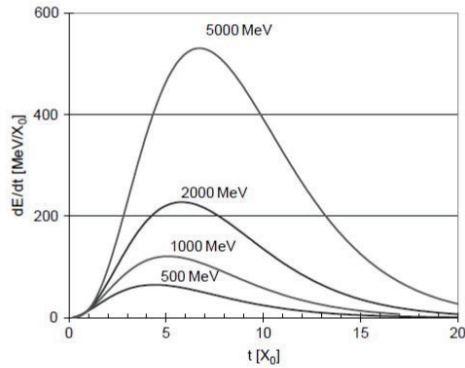


Figure 26: Schema dello sviluppo longitudinale dell'energia rilasciata da uno sciame elettromagnetico.

che successivamente interagiranno con il rivelatore. Consideriamo qui due casi: i neutroni ed i neutrini. E' ovvio che la loro rivelazione sar  mediata da forze diverse, nel caso dei neutroni quella forte, nel caso dei neutrini quella debole. Le reazioni a cui vanno soggetti i neutroni sono di circa $10 - 100 \text{ mb}$ e variano fortemente con l'energia; ad esempio alle basse energie un neutrone puo' essere catturato con emissione di nucleoni o nuclei leggeri (ad es. $n + {}^{10}\text{B} \rightarrow \alpha + {}^7\text{Li}$) mentre al crescere dell'energia puo' dare luogo ad esempio a diffusione elastica o a cascate adroniche con la produzione di un gran numero di particelle.

La rivelazione dei neutrini, data la loro piccolissima sezione d'urto ($\sim 10^{-40} \text{ cm}^2$) con la materia, necessita di flussi di particelle molto elevati (ad esempio da reattori nucleari) e/o bersagli molto grandi. La rivelazione puo' avvenire ad esempio andando a rivelare l'elettrone emesso dalla reazione $\nu + n \rightarrow p + e^-$ oppure nella diffusione elastica $\nu + e^- \rightarrow \nu + e^-$.

3 Metodi e tecniche di rivelazione delle particelle: alcune misure fondamentali

Negli esperimenti moderni, contrariamente ai primi esperimenti ove talvolta bastava individuare l'avvenuto passaggio di una particella, si cerca di determinare il maggior numero possibile di informazione relative alla reazione in esame. Idealmente si vorrebbero misurare i quadrimpulsi e le cariche di tutte le particelle finali, separando nello spazio e nel tempo tutte le particelle relative ad un determinato evento.

Cio' non e' mai possibile mediante l'uso di un unico rivelatore, e bisogna pertanto utilizzare diversi rivelatori e tecniche sperimentali contemporaneamente. La scelta dipendera' dal tipo di reazione che si vuole studiare e dalle condizioni di misura.

Molti dei metodi e dispositivi discussi di seguito sono comunemente usati nella fisica nucleare e delle particelle, ma in generale nella fisica delle alte energie, sia su esperimenti a bersaglio fisso che su collisionatori, comunemente si usano rivelatori molto grandi e complessi che integrano molti diversi sub-rivelatori in un singolo dispositivo. Tali sistemi si basano molto su elettronica veloce e computer per monitorare e controllare i sotto-rivelatori e per coordinare, classificare e registrare la vasta quantit  di informazioni che fluiscono da diverse parti dell'apparato. Per-

tanto, sebbene nella presente trattazione si focalizzi essenzialmente sulla fase iniziale di risposta della parte sensibile di un rivelatore e successiva formazione del segnale, e' importante sottolineare che un apparato sperimentale ed il suo funzionamento sono il risultato di un sistema molto complesso in cui anche l'elettronica di lettura, gestione e temporizzazione nonche' la raccolta, filtraggio e salvataggio dei dati sono parte integrante del sistema di rivelazione.

INTRO SOLO a parole : La sperimentazione nel campo della fisica nucleare e subnucleare presenta una serie di difficoltà e sfide di grande rilievo, con la necessità di misurare energie relativistiche e velocità simili a quella della luce, energie con risoluzioni spintissime, vite medie che variano da 10^{10} anni a 10^{-24} sec, tempi con precisioni molto inferiori ai ns, tracciare centinaia o migliaia di particelle uscenti da un'interazione puntiforme e la necessità di distinguere particelle generate a poche decine di micron di distanza. Sostenere rate di acquisizione di $??$ GB/s e interazioni che distano temporalmente pochi ns...

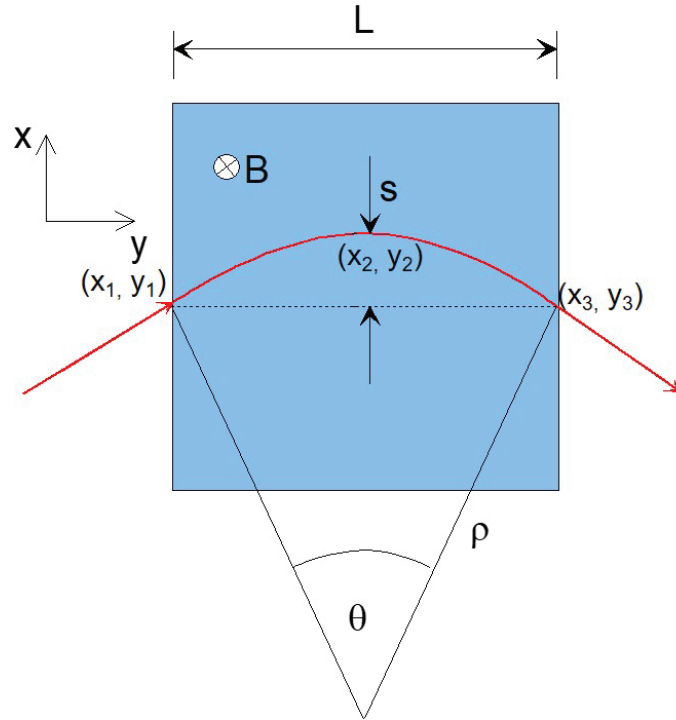


Figure 27: Determinazione dell'impulso mediante uno spettrometro (esempio di carica positiva che attraversa una regione di campo magnetico. I punti neri rappresentano i 3 punti di misura del passaggio della particella).

3.1 Misure di impulso di particelle cariche

Vi sono ovviamente molti modi di determinare l'impulso di una particella carica, ad esempio dalla determinazione della massa e velocita' della stessa, ma il metodo piu' comune e' quello di determinarla dalla misura della curvatura della sua traccia all'interno di un campo magnetico applicato dall'esterno. È prassi comune racchiudere le camere traccianti in un campo magnetico per eseguire l'analisi dell'impulso. Un apparato che è dedicato alla misurazione dell' impulso è chiamato spettrometro magnetico. Consiste tipicamente di un magnete e una serie di rivelatori per tracciare il passaggio delle particelle. Il dettaglio della sua architettura dipende dalla natura dell'esperimento in corso. Il moto della particella è regolato dalla forza di Lorentz

$$\mathbf{F}_L = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

Se \mathbf{B} è ortogonale a \mathbf{v} , la traiettoria è una circonferenza di raggio

$$\rho = p/qB$$

(essendo $mv^2/r = qvB$), da cui ricaviamo

$$p = qB\rho \quad (19)$$

Se misuriamo p in [GeV/c], B in [Tesla] e ρ in [m] l'equazione precedente diventa

$$p = 0.3B\rho \quad (20)$$

Un tracciatore immerso in campo magnetico permette dunque di misurare l'impulso di una particella. Se consideriamo un rivelatore quale quello schematizzato in figura

27 in cui si sottintende che almeno tre punti siano misurati (quello di entrata e di uscita piu' un terzo punto intermedio), per piccole deflessioni possiamo determinare la sagitta s dovuta alla deflessione della particella all'interno del rivelatore dopo un percorso (definito dalla corda L) in un campo magnetico B : come

$$s = \rho \left(1 - \cos \frac{\theta}{2} \right) = 2 \rho \sin^2 \left(\frac{\theta}{4} \right) \quad (21)$$

essendo θ l'angolo di cui è ruotato il raggio della circonferenza. Per piccoli valori di θ abbiamo

$$s = \rho \frac{\theta^2}{8} = \frac{1}{8} \left(\frac{p}{0.3B} \right) \left(\frac{0.3L}{p} \right)^2 = \frac{0.3BL^2}{8p} \quad (22)$$

ove si e' posto

$$\theta \sim L/\rho = 0.3 \frac{LB}{p}$$

Avremo pertanto

$$p = 0.3 \frac{BL^2}{8s} \quad (23)$$

e quindi

$$\sigma_p = 0.3 \frac{BL^2}{8s^2} \sigma_s \quad (24)$$

ed infine

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_s}{s} = \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_s \quad (25)$$

da cui si vede che il potere risolutivo sull'impulso è direttamente proporzionale alla risoluzione spaziale ed e' tanto migliore quanto maggiore è BL^2 , che è quindi il parametro che caratterizza lo spettrometro. Si noti anche che la risoluzione peggiora linearmente con l'aumentare dell'impulso da misurare e che ha maggior rilievo la lunghezza del rivelatore rispetto al valore del campo magnetico per l'ottimizzazione della risoluzione sull'impulso. Se x_1, x_2 e x_3 sono le coordinate dei 3 punti misurati della traccia (vedasi figura 27) e presi in considerazione per la determinazione della sagitta, risulta

$$s = x_2 - \frac{x_1 + x_3}{2}$$

e l'errore sulla determinazine della sagitta sara' pertanto

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_x$$

essendo σ_x relativo alla misura della coordinata x . Ne segue pertanto che

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_s}{s} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_x \quad (26)$$

Come esempio, si consideri una particella di impulso $p = 1$ GeV/c, un campo magnetico $B=1$ T, $L=1$ m e una risoluzione spaziale $\sigma_x = 200\mu m$. La risoluzione ottenibile sulla misura dell'impulso della particella e'

$$\frac{\sigma_p}{p} \simeq 6 \cdot 10^{-3}$$

Nota: in questa discussione si e' trascurato il contributo dello scattering multiplo coulombiano al peggioramento della risoluzione spaziale e quindi dell'impulso, che e' ovviamente sempre presente.

3.2 Misure di energia (cenni)

Se sono note due grandezze tra massa, velocità e impulso e' nota anche l'energia: $E = mc^2\gamma = pc/\beta$ (essendo $m = p/\gamma\beta c$). Una misura diretta di γ si può fare con rivelatori sensibili alla radiazione di transizione, ma è un metodo di misura difficile perché l'intensità della radiazione di transizione è bassa. Per la misura di velocità e impulso si vedano i paragrafi seguenti. Per fotoni o elettroni si sfrutta lo sviluppo di sciami elettrofotonici. Un rivelatore capace di contenere tutto lo sviluppo di uno sciame e di misurare la ionizzazione dei secondari è chiamato calorimetro. Come già discusso, la grandezza caratteristica dello sviluppo di uno sciame è la lunghezza di radiazione e lo spessore di materiale necessario per assorbire l'energia di uno sciame aumenta lentamente, con il logaritmo dell'energia: quindi l'energia della particella primaria è assorbita in un numero limitato di lunghezze di radiazione. Materiali con densità e Z elevati hanno una piccola lunghezza di radiazione e possono assorbire gli sciami in dimensioni contenute. Un calorimetro può essere omogeneo o a campionamento. Il primo è realizzato con cristalli scintillanti oppure con vetri di elevata densità che emettono radiazione Cherenkov. Il secondo è realizzato alternando strati di assorbitore con strati di rivelatore costituiti di scintillatori, o rivelatori a gas, o camere a ionizzazione a liquido, o rivelatori a semiconduttore. Poiché il numero di secondari è proporzionale all'energia della particella primaria, $N = \sum n_{sec} = kE$ e lo sviluppo dello sciame è un fenomeno statistico, la risoluzione in energia dovuta alle fluttuazioni del numero di secondari

($\delta N = \sqrt{N}$) migliora con l'energia

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{\delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{kE}}$$

Anche gli adroni di alta energia possono dare luogo a fenomeni di sciame (sciame adronico) rilasciando una parte rilevante di energia all'interno del calorimetro adronico con cui è possibile fare una misura dell'energia del l'adrone incidente.

3.3 Misure di intervalli di tempo.

Misure di intervalli di tempo sono fondamentali in molti ambiti, ad esempio per determinare la vita media di una particella oppure il tempo che impiega una particella per coprire una distanza L tra due rivelatori, detto tempo di volo (time-of-flight o *tof* in inglese). Misure di tempi di volo possono essere utilizzate ad esempio per misurare la velocità di una particella, per discriminare in massa particelle di pari impulso ma massa diversa, per determinare la vita media di una particella (vedi paragrafi seguenti). Il modo più comune di fare una simile misura è di misurare il tempo di passaggio di una particella di una determinata velocità attraverso un primo rivelatore, che fa iniziare il conteggio del tempo, e quindi attraverso un secondo rivelatore che fa fermare il conteggio dei tempi. I due contatori devono essere posti ad una distanza L sufficiente per avere una buona risoluzione temporale. infatti, se $tof = t_2 - t_1$, essendo t_1 e t_2 i tempi di passaggio attraverso i contatori 1 e 2, la risoluzione temporale della misura sarà

$$\frac{\sigma_{tof}}{tof} = \sigma_{tof} \frac{v}{L} = \sigma_t \frac{\sqrt{2}v}{L}$$

essendo $\sigma_{tof} = \sqrt{2}\sigma_t$ e $v = \frac{L}{tof}$. Pertanto per ottenere una risoluzione nella misura di tempo di volo $\frac{\sigma_{tof}}{tof}$ migliore di R con dei rivelatori dotati di una risoluzione temporale σ_t , dovrà essere

$$\frac{\sigma_{tof}}{tof} = \sigma_t \frac{\sqrt{2}v}{L} \leq R$$

e quindi

$$L \geq \sigma_t \frac{\sqrt{2}v}{R}$$

3.3.1 Misure di velocità

Il metodo più semplice per determinare la velocità di una particella è tramite una misura del tempo di volo tof , riferita ad un ben definito cammino L tra due rivelatori, ma non è ovviamente l'unico. Un altro metodo è ad esempio la misura contemporanea dell'impulso e della massa, oppure la misura della velocità tramite la determinazione dell'angolo di emissione Cherenkov per quelle particelle che sono sopra soglia di emissione. Tornando alla misura della velocità v tramite tempo di volo, risulta

$$v = \frac{L}{tof}$$

essendo $tof = t_2 - t_1$, la differenza tra i tempi misurati al passaggio attraverso il rivelatore 2 e attraverso il rivelatore 1. Risulta pertanto

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \frac{L}{tof^2} \sigma_{tof} \\ \sigma_v &= \frac{L}{tof^2} \sigma_{tof} = \frac{L\sqrt{2}}{tof^2} \sigma_t \\ \frac{\sigma_v}{v} &= \frac{\sigma_{tof}}{tof} = \frac{v}{L} \sigma_{tof} \end{aligned}$$

ed essendo

$$\sigma_{tof} = \sqrt{2}\sigma_t$$

con σ_t la deviazione standard relativa alla misura dei tempi t_1 e t_2 , abbiamo infine

$$\frac{\sigma_v}{v} = \frac{\sigma_{tof}}{tof} = \sqrt{2} \frac{v}{L} \sigma_t \quad (27)$$

che ci dice quale dev'essere la base di volo L per ottenere la desiderata risoluzione sulla velocità. Es.: sia $\sigma_t = 0.1ns$, $v \sim 0.5c$ la velocità massima che si vuole misurare e $\frac{\sigma_v}{v} = R = 1\%$ l'obiettivo sulla risoluzione della misura di velocità (impulso, se nota la massa della particella non relativistica). Per raggiungere tale obiettivo sarà necessario porre i rivelatori per la misura del tempo di volo ad una distanza

$$L \geq \sqrt{2} \frac{0.5c}{R} \sigma_t \simeq 150 \sqrt{2} \text{ cm}$$

Osservazione: La determinazione dell'impulso di particelle cariche attraverso il loro tempo di volo tra due contatori di scintillazione richiede, per impulsi elevati, ottima risoluzione temporale e un percorso di volo abbastanza lungo. Si provi a valutare il valore di L necessario per ottenere una risoluzione in impulso del 2% con rivelatori con $\sigma_t = 0.05ns$

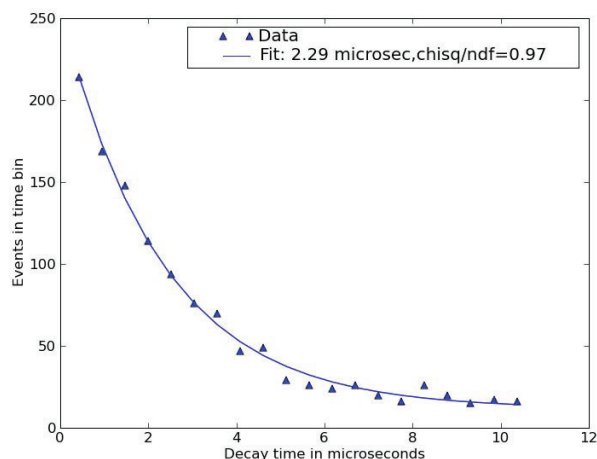


Figure 28: Esempio di misura di vita media (di muoni nel caso specifico) mediante fit della distribuzione dei tempi di decadimento di un campione.

3.3.2 Misura di vita media

Molte particelle (e nuclei) sono instabili e decadono con vita media τ definita dalla legge di decadimento $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$. Le misure di vita media variano in un estesissimo intervallo di valori (la vita media del ^{238}U , $\sim 10^{10}$ anni, e quella di una risonanza adronica come la Δ , dell'ordine di 10^{-25}s , differiscono per 40 ordini di grandezza all'incirca!) e la loro misura viene pertanto fatta con diversi metodi e tecniche.

- Se la vita media è molto maggiore della durata della misura Δt ($\Delta t/\tau \ll 1$) la vita media si determina contando il numero di decadimenti N_d nell'intervallo di tempo Δt , una volta nota la popolazione del campione mediante la formula

$$\tau = \frac{N(t)}{N_d} \Delta t$$

essendosi sviluppata al prim'ordine in un intorno di t la $N(t)$

$$N_d = N(t) - N(t + \Delta t) \approx N(t) \frac{\Delta t}{\tau}$$

Questo metodo è applicabile alla maggior parte dei nuclei radioattivi. La risoluzione è determinata dall'errore statistico ($\sqrt{N_d}$) e dalla conoscenza del campione iniziale $N(t)$

- Se τ è confrontabile con la durata della misura ed è possibile conoscere l'istante in cui la particella è stata prodotta, la vita media si determina misurando la distribuzione dei tempi di decadimento

$$-\frac{dN}{dt} = \frac{N_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Questa misura è possibile se la risoluzione temporale è molto minore di τ . La risoluzione tipicamente ottenibile in una misura di tempo è all'incirca di

10^{-9} s. Si ricordi tuttavia che la vita media τ di una particella relativistica risulta essere dilatata ($\gamma\tau$) se misurata da un orologio nel sistema del laboratorio e quindi l'effetto della risoluzione è mitigato.

Misure di $\frac{dN}{dt}$ si eseguono ad esempio fermando (in tal caso $\gamma = 1$) una particella e misurando il suo tempo di decadimento tramite la rivelazione dei suoi prodotti di decadimento e successivamente analizzando la distribuzione dei tempi di decadimento misurati su un campione di particelle (si veda in figura 28 un esempio di determinazione della vita media dei muoni mediante misura della distribuzione dei tempi di decadimento di muoni portati a riposo).

- La vita media di una particella in moto nel laboratorio si può determinare misurando la distanza tra il punto di produzione e il punto di decadimento se si conosce la velocità. Se la particella ha velocità βc la vita media nel laboratorio è $\gamma\tau$ e la funzione di distribuzione della distanza percorsa nel laboratorio è

$$-\frac{dN}{dx} = \frac{dN}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{N_0}{\gamma\tau} e^{-x/\beta c\gamma\tau} \frac{1}{\beta c} = \frac{N_0}{\lambda} e^{-x/\lambda}$$

ove $\lambda = \beta c\gamma\tau = (p/m)c\tau$ è il valor medio del cammino percorso dalla particella prima di decadere e $x = \beta ct$ è la distanza percorsa nel tempo t . Si noti quindi che con un rivelatore che ha una risoluzione spaziale di $\sim 30\mu m$ si possono misurare vite medie $\tau \approx 10^{-13}/\gamma$ s.

Osservazioni.

1. Si noti che il parametro caratterizzante è diventato così $c\tau$ che caratterizza la distribuzione spaziale di particelle con velocità prossime a quella della luce e vita media τ e ci permette di valutare immediatamente quale risoluzione spaziale sia necessario avere per misurare la vita media di una simile particella.
 2. La distanza di decadimento percorsa si misura come distanza tra il vertice di formazione (ad esempio il vertice primario di interazione di due fasci collidenti) e il vertice di decadimento della particella, da cui fuoriescono i prodotti di decadimento
- Per particelle instabili con vita media molto più piccola, questa si può determinare con misure della larghezza di decadimento $\Gamma = \hbar/\tau$ che è legata all'intensità della interazione responsabile del decadimento. Il valore di Γ si può determinare da misure della massa invariante dei prodotti di decadimento della particella oppure da misure di sezione d'urto in cui è prodotta la particella.

3.4 Misure di carica

Le misure di carica elettrica possono avvenire in vari modi. Il segno della carica può ad esempio essere dedotto dal verso della traiettoria percorsa (ad es. tramite una misura di tempo) e dal segno della curvatura in un campo magnetico. Il modulo della carica può ad esempio essere determinato dal moto in campi elettrici e magnetici o dalla misura di dE/dx e velocità.

3.5 Identificazione [della massa] delle particelle

I metodi di identificazione delle particelle si basano di solito sulla determinazione della massa della particella mediante una misurazione simultanea di due grandezze cinematiche dipendenti dalla massa della particella, ad esempio del suo impulso ed energia, impulso e velocità o impulso e qualsiasi variabile dipendente dalla velocità, angolo Cherenkov etc...

3.5.1 Identificazione della massa mediante misura del tasso di perdita di energia

A valori bassi di $\gamma = E/mc^2$, la misurazione del tasso di perdita di energia dE/dx può essere usata allo scopo di determinare la massa della particella: la dE/dx dipende solo dalla velocità e quindi, a parità di impulso, risulterà diversa per particelle di masse diverse (vedi discussione al paragrafo 2.2). Si noti che si è assunto che l'impulso sia noto, cioè si sottintende che di una particella abbiamo misurato l'impulso, ad esempio con uno spettrometro (si veda la trattazione nel paragrafo 3.1). In figura 8 è possibile osservare la perdita di energia media di elettroni, muoni, pioni, kaoni e protoni nell'intervallo di quantità di moto tra 0.5 GeV/c a 4 GeV / c all'interno di un gas. Risulta immediatamente chiaro che la identificazione delle diverse particelle è possibile nell'intervallo di energie ove la differenza di potere ionizzante è sufficientemente grande da permettere una separazione (non sarà pertanto possibile identificare particelle ad energie relativistiche ove questo non avviene). Notiamo inoltre che è praticamente impossibile discriminare muoni da pioni sulla base di una misurazione della perdita di energia, perché sono troppo vicini in massa.

Il problema chiave dell'identificazione delle particelle tramite misura di dE/dx è la fluttuazione (già discussa nel paragrafo 3.1) delle perdite di energia per ionizzazione. La forma e l'entità della fluttuazione dipende fortemente dalla quantità di energia rilasciata nel (e quindi anche dallo spessore del) rivelatore, potendo variare da una distribuzione simmetrica di tipo gaussiano ad una distribuzione asimmetrica di tipo Landau (vedasi in fig. 11 un caso esemplificativo).

Una distribuzione tipica di perdita di energia di tipo Landau per pioni e kaoni di impulso di 50 GeV/c in uno strato di miscela di argon-metano di 1 cm è mostrato in fig. 29.

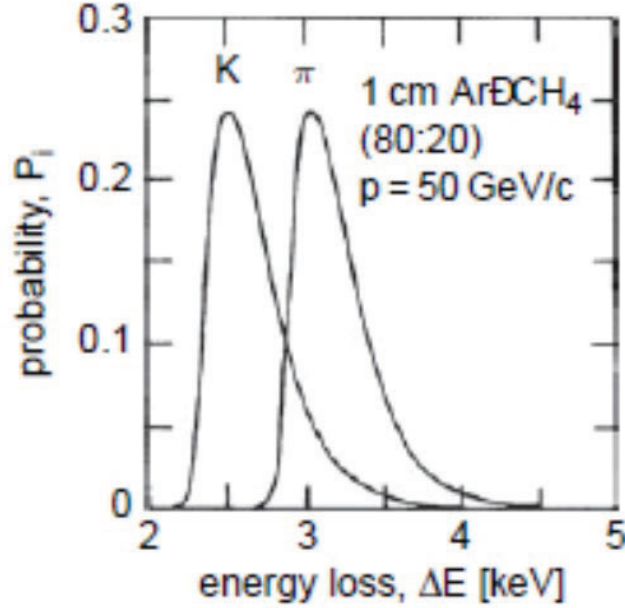


Figure 29: Distribuzione di perdita di energia di pioni e kaoni impulso di 50 GeV/c in uno strato di miscela di argon-metano di 1 cm.

3.5.2 Identificazione della massa mediante misura di tempo di volo

Un possibile metodo per identificare la massa di una particella e' la misura contemporanea di impulso e tempo di volo tra due rivelatori posti ad una distanza L . Una particella relativistica di impulso p , velocita' β e massa m attraversera' la distanza L in un tempo

$$tof = \frac{L}{\beta c} = \frac{L}{c} \sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{p^2}}$$

Pertanto due particelle di massa m_1 ed m_2 , a parita' di impulso p , attraverseranno la distanza L in tempi tof_1 e tof_2 diversi. Sara' pertanto

$$\Delta t = tof_1 - tof_2 = \frac{L}{c} \left(\sqrt{1 + \frac{m_1^2 c^2}{p^2}} - \sqrt{1 + \frac{m_2^2 c^2}{p^2}} \right) \simeq L \frac{(m_1^2 - m_2^2)c}{2p^2} \quad (28)$$

VERIFICARE FORMULE essendosi considerati valori di impulso tali che $\frac{mc^2}{p} \ll 1$. Si noti che la capacita' di discriminare in massa diminuisce con il quadrato dell'impulso, rendendo molto difficile la discriminazione a impulsi elevati. Ad esempio se $L = 10 m$ la differenza in tempo tra pioni e kaoni e' molto piccola, risultando pari a 3.8 ns a $p = 1 GeV/c$. Pertanto la condizione di misurare una differenza in tempo Δt significativa, ovvero maggiore di un valore minimo Δt_{min} sufficientemente piu' grande della fluttuazione temporale ($\sigma_{\Delta t}$) si tradurra' in una condizione sul valore minimo della lunghezza L :

$$L \geq \Delta t_{min} \frac{2p^2}{(m_1^2 - m_2^2)c} \quad (29)$$

Ad esempio, se $\sigma_t = 0.5 \text{ ns}$ e' la capacita' risolutiva nella misura dei tempi di ciascuno dei due rivelatori, essendo $\sigma_{tof} = \sqrt{2}\sigma_t$ e richiedendo che $\Delta t_{min} = 2\sigma_{\Delta t} = 2\sqrt{2}\sigma_{tof} = 4\sigma_t$ la relazione 30 applicata a pioni e kaoni, implica una base di volo L (espressa in metri)

$$L[m] \geq \Delta t_{min} \frac{2p^2}{(m_1^2 - m_2^2)c} \simeq 5 p^2 [Gev/c^2] \quad (30)$$

Tale risultato mostra come al di la' di qualche GeV/c di impulso sia difficilmente praticabile una discriminazione in massa (la base di volo diventa di parecchie decine di metri) a meno di un rilevante miglioramento della risoluzione temporale.

3.5.3 Misura massa di particelle instabili

La massa di una particella instabile si determina misurando l'impulso dei suoi prodotti di decadimento. Se, ad esempio, una particella di massa M decade in due particelle di massa m_1 e m_2 note, e si misurano gli impulsi \vec{P}_1 e \vec{P}_2 , la massa è pari alla massa invariante delle due particelle

$$P^2 = M^2 = (P_1 + P_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1E_2 - 2p_1p_2\cos\theta$$

essendo $\theta = \theta_1 - \theta_2$

Risulta ovvio che la nostra capacità di misura della massa della particella risulterà dipendere dalla capacita' di risoluzione degli impulsi e degli angoli di emissione delle particelle.