Compito 21 settembre 2018

1 Esercizio

Kaoni e pioni carichi di impulso massimo pari a 700 MeV/c vengono rivelati mediante uno spettrometro che ne misura l'impulso. Accoppiato allo spettrometro vi e' un misuratore di tempo di volo che viene utilizzato per discriminare in massa le particelle cariche. Il misuratore di tempo di volo tof e' composto dai $START$ e $STOP$, due rivelatori identici ($tof = STOP - START$) posti ad una distanza L=1 m e con un potere risolutivo temporale pari a σ_t.

Si calcoli quale valore di σ_t devono possedere i due rivelatori affinchè sia possibile discriminare in massa i Kaoni dai pioni quando questi possiedono il massimo dell'impulso. Si consideri significativa una differenza in tempo di volo se essa e' maggiore di 3 σ_{tof}.

Qualora si avessero a disposizione due rivelatori con $\sigma_t = 800ps$ quanto dovrebbero essere distanti i due rivelatori START e STOP affinchè sia possibile discriminare in massa i Kaoni dai pioni a 700 MeV/c?

Si usino i seguenti valori valori approssimati per la masse e per la velocita' della luce:
$m_K = 494MeV/c^2$, $m_\pi = 140MeV/c^2$, $c = 3\ 10^8 m/s$

SOLUZIONE.

Calcoliamo l'energia dei pioni e K:

$$E_\pi = \sqrt{140^2 + 700^2} MeV = 714MeV$$

$$E_K = \sqrt{493^2 + 700^2} MeV = 857MeV$$

Siccome $\beta = cp/E$ possiamo calcolare i valori di β per i pioni e K:

$$\beta_\pi = 0.98$$

$$\beta_K = 0.82$$

Ne viene che

$$tof_\pi = L/\beta_\pi c = 3.4ns$$

$$tof_K = L/\beta_K c = 4.1ns$$

e quindi la differenza di tempo di volo e'

$$\Delta_{tof} = 0.7ns$$

Siccome $\sigma_{tof} = \sqrt{2}\sigma_t$ e dev'essere

$$\Delta_{tof} \geq 3\sigma_{tof} = 3\sqrt{2}\sigma_t$$

$$\sigma_t \leq \Delta_{tof}/3\sqrt{2} = 0.7/\sqrt{2}3 = 165ps$$

Qualora fosse $\sigma_t = 800ps$ sarebbe

definendo $L^{'} = kL$

$$k \times \Delta_{tof} = k \times 0.7ns \geq 3\sqrt{2}0.8$$

cioe'

$$k \geq 3\sqrt{2} \cdot 0.8/0.7 = 4.5$$

cioe' $L^{'} = 4.5m$

Compito 30 gennaio 2020

1 Esercizio

Un fascio di elettroni con un energia pari a 23 MeV passa attraverso una lastra di metallo di 0.2 cm di spessore. Nel passare attraverso il metallo gli elettroni perdono in media il 10.75% della loro energia per radiazione di frenamento.
1) Di quale dei metalli indicati in tabella e' composta la lastra?
2) Tenendo conto che vi e' anche una perdita di energia dovuta alla collisione con gli elettroni atomici, e' possibile valutare, perlomeno approssimativamente, l'energia media totale persa dagli elettroni nell'attraversare la lastra?
3) Qualora la lastra fosse investita da muoni, quale energia dovrebbero possedere i muoni per avere la stessa perdita di energia media per radiazione di frenamento degli elettroni?

	Densita' (g/cm^3)	Z	LR (g/cm^2)
Al	2.7	13	24.01
Fe	7.87	26	13.84
Cu	8.92	29	12.86
Pb	11.4	82	6.37

Figure 1: Densita' (g/cm^3), numero atomico e lunghezza di radiazione (g/cm^2) per alcuni metalli

2 Soluzione

1) Siccome

$$E(x) = E_0 e^{\frac{-x}{L_R}}$$

ne viene che

$$E(x)/E_0 = e^{\frac{-x}{L_R}} = 1 - 0.1075 = 0.8925$$

da cui, essendo x=0.2 cm

$$0.2/L_R = -ln(0.8925) = 0.1137$$

Dobbiamo pertanto verificare per quale metallo 0.2 cm corrispondono all' 11.37% della lunghezza di radiazione. Calcoliamo L_R in cm:

$$L_R(cm) = L_R(g/cm^2)/\rho(g/cm^3)$$

$$L_R(cm) = 8.88(Al), 1.7586(Fe), 1.44(Cu), 0.59(Pb)$$

e infine

$$0.2cm/L_R(cm) = 0.022(Al), 0.1137(Fe), 0.139(Cu), 0.358(Pb)$$

Pertanto il materiale in questione e' il ferro.
2) Proviamo a valutare se l'energia in gioco e' superiore o inferiore a quella critica. Sappiamo che $E_c \sim 600/Z$ MeV, per cui $E_c \sim 600/26 = 23.1MeV$. Siccome l'energia degli elettroni corrisponde proprio con quella critica, ne viene che la perdita totale di energia sara' il doppio di quella media per radiazione:

$$\Delta E = \Delta E_{coll} + \Delta E_{Bremm}$$

$$\Delta E_{Bremm} = 23 * 0.1075MeV = 2.4725MeV$$

e infine

$$\Delta E = 4.945MeV$$

e' l'energia media persa da un elettrone nel passare attraverso la lastra.

3) Siccome $\left(\frac{dE}{dX}\right)_{rad} \propto E/M^2$ con E ed M rispettivamente l'energia e la massa della particella in questione, ne viene che sara'

$$\frac{dE}{dX}_\mu = \frac{dE}{dX}_e$$

quando

$$E_\mu = E_e \times (M_\mu/m_e)^2$$

ovvero per

$$E_\mu = E_e \times 42705 = 982GeV$$