Applicazione dell'equazione di vorticità alla mesoscala e alla microscala: mesocicloni e Tornadoes

Alla mesoscala e alla microscala esistono dei fenomeni atmosferici i cui valori di vorticità sono molto maggiori rispetto a quelli delle scale superiori. In particolare è la vorticità nella componente verticale che ha localmente delle intensità che possono raggiungere l'unità in s^{-1} o perfino superarla (Tornadoes)

Il processo che porta a tali situazioni coinvolge due termini dell'equazione per la conservazione della vorticità.

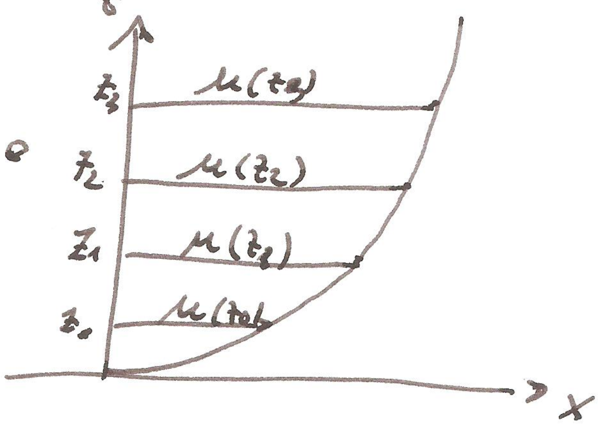
$$\boxed{\frac{d\bar{w}}{dt} = -\bar{w}(\bar{\nabla}\cdot\bar{v}) + (\bar{w}\cdot\bar{\nabla})\bar{v} - R\bar{\nabla}T \times \frac{\bar{\nabla}p}{p}}$$

Solitamente il termine baroclino è trascurabile a scale atmosferiche tipiche del confine tra la meso- e microscala.

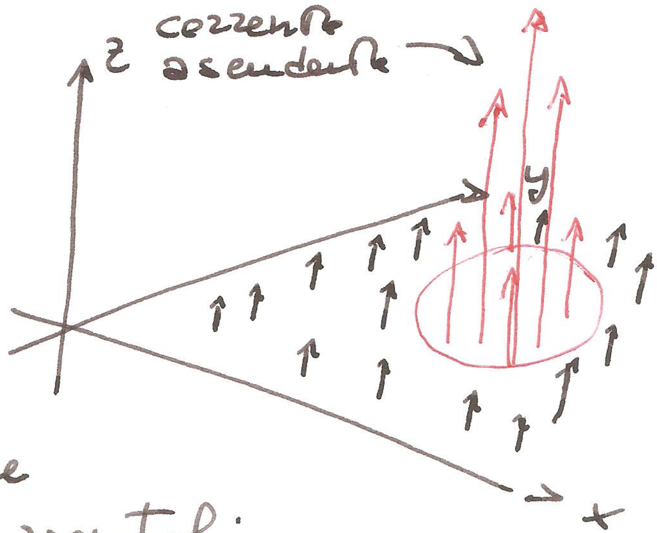
Invece è presente vorticità orizzontale, lungo gli assi x e y a causa della rapida variazione del vento nelle prime decine di metri dalla superficie

$$\boxed{w_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}}$$

$$\left\{ \frac{\partial u}{\partial z} > 0 \right.$$

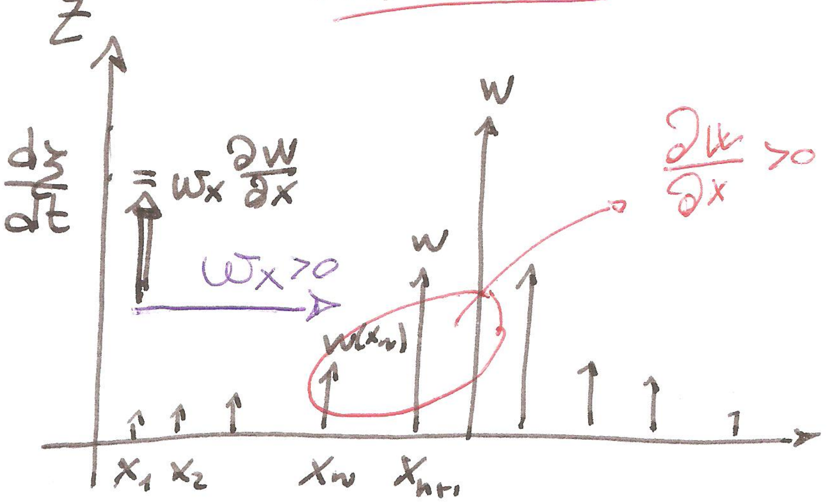


La vorticità lungo la componente verticale è piuttosto scarsa, ma in presenza di moti verticali molto importanti, come quelli tipici delle celle convettive dei temporali si ha che w, la velocità verticale può raggiungere i $20\, m s^{-1}$ o anche $30\, m s^{-1}$, in corrispondenza della corrente ascendente, quindi in una regione limitata dello spazio $(100\, m \times 100\, m)$ o $(500\, m \times 500\, m)$



In corrispondenza della corrente ascendente il gradiente orizzontale di $w(x,y)$ è molto importante nella zona. Questo permette di trasformare vorticità delle componenti orizzontali a quelle verticali $w_z = \zeta$

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\zeta(\bar{\nabla}\cdot\bar{V}) + \underbrace{\boxed{w_x \frac{\partial w}{\partial x} + w_y \frac{\partial w}{\partial y}}}_{\text{converte vorticità lungo l'orizzontale in verticale}} + \zeta \frac{\partial w}{\partial z}$$

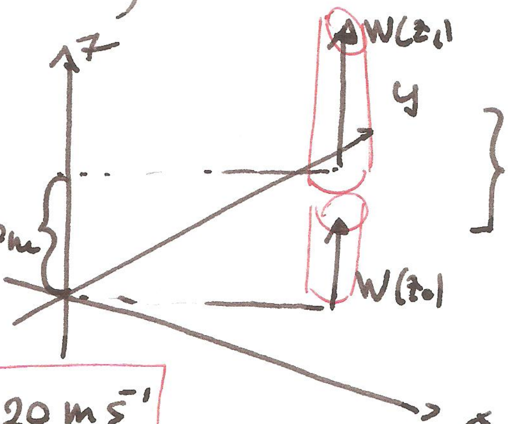


$\Rightarrow w_x \frac{\partial w}{\partial x} > 0$

Quando la vorticità verticale è presente, allora il termine di stretching la può aumentare ulteriormente, infatti nelle correnti ascendenti le velocità aumentano con la quota in una situazione fortemente dinamica, che può durare alcuni minuti o fino a 10 o 20 minuti.

$$\frac{d\xi}{dt} = -\xi(\bar{\nabla}\cdot\bar{V}) + \omega_x\frac{\partial w}{\partial x} + \omega_y\frac{\partial w}{\partial y} + \underbrace{\boxed{\xi\frac{\partial w}{\partial z}}}_{\text{stirando il flusso aumenta ulteriormente la vorticità verticale}}$$

$$\underbrace{\xi\frac{\partial w}{\partial z}}_{>0} > 0 \qquad \frac{d\xi}{dt} > 0$$



$$\frac{\partial w}{\partial z} > 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} W(z_1) &\simeq 20\ m\,s^{-1} \\ W(z_0) &\simeq 5\ m\,s^{-1} \end{aligned}}$$

se $\xi \simeq 10^{-3}\,s^{-1}$ $\quad \frac{\partial w}{\partial z} \simeq 1.5\cdot 10^{-2}\,s^{-1}$

$$\frac{d\xi}{dt} \sim 10^{-5}\,s^{-2}$$

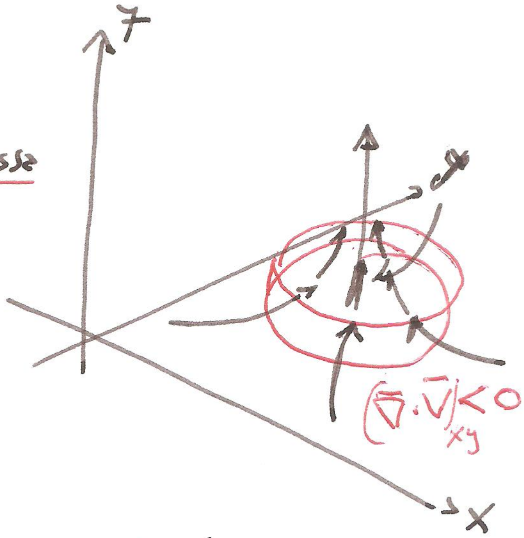
Se lo stiramento dura 10-20 minuti ξ può aumentare di $\sim 10^{-2}\,s^{-1}$ quindi di un ordine di grandezza in 10-20 minuti

Infine se nella corrente ascendente converge il flusso cosa evidente visto che $\frac{\partial w}{\partial z} > 0$ infatti

$$\bar{\nabla}\cdot\bar{V} = 0 \implies \underbrace{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}}_{\text{convergenza verso la regione della corrente ascendente}} = -\frac{\partial w}{\partial z} < 0$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = \boxed{-\zeta(\vec\nabla\cdot\vec v)} + \omega_x \frac{\partial w}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial w}{\partial y} + \zeta \frac{\partial w}{\partial z}$$

convergendo il flusso
la vorticità aumenta
nelle regioni di ascesa delle masse



Osserviamo che il termine $-\zeta(\vec\nabla\cdot\vec v)$ ha lo stesso ordine di grandezza dell'addendo $\zeta \frac{\partial w}{\partial z}$

Infatti nella regione prossima alla superficie

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \simeq -\frac{\partial w}{\partial z} \longrightarrow \sim \frac{d\zeta}{dt} = 10^{-5}\,s^{-2}$$

Vorticità tipiche di un mesociclone.

Rotazione attorno ad un asse, con raggio 1 km e velocità di rotazione pari a 10 m – 30 m s^{-1}.

$$\zeta \simeq \frac{v \cdot 2\pi R}{\pi R^2} = 2\frac{v}{R} \simeq 2\,\frac{20\,m\,s^{-1}}{10^3\,m} = 4\cdot 10^{-2}\,s^{-1}$$

Vorticità tipica di un tornado

Rotazione attorno ad un asse, con raggio 10 m – 30 m

Velocità di rotazione pari a 50 m s^{-1}

$$\zeta \simeq \frac{v \cdot 2\pi R}{\pi R^2} = 2\frac{v}{R} \simeq 2 \cdot \frac{50\,m\,s^{-1}}{20\,m} = 5\,s^{-1}$$