1 Esercizio

A causa di un intenso flusso di fotoni di bassa energia e' necessario provvedere a schermare una estesa area di lavoro. Si pensa pertanto di utilizzare degli spessori di ferro ($\rho = 7.8gcm^{-3}$). I fotoni hanno energie variabili fino a circa 1 MeV, cioe' ad un valore inferiore a quello (di circa 8 MeV) dove il ferro presenta la massima trasparenza in seguito a una progressiva diminuzione del coefficiente di assorbimento.

Si intende ridurre, su tutto lo spettro energetico, il flusso di fotoni di un un fattore 10^{-3} almeno e si conosce il valore del coefficiente di assorbimento a 1 MeV:

$$\mu(1MeV) = 7 * 10^{-2} cm^2 g^{-1}$$

Quale spessore di ferro e' necessario introdurre? Il coefficiente di assorbimento relativo alla sezione d'urto fotoelettrica a E=100 KeV e' pari a

$$\mu(0.1MeV) = 2 * 10^{-1} cm^2 g^{-1}$$

. Se il flusso di fotoni fosse tutto di questa energia quale spessore sarebbe sufficiente? Tale spessore sarebbe sufficiente per schermare le energie inferiori ai 100 KeV?

SOLUZIONE

Siccome il coefficiente di attenuazione decresce fino al valore di minimo posto a 10 MeV, il valore a 1 MeV e' il valore minimo nell'intervallo 0-1 MeV. Pertanto lo spessore di ferro sufficiente a schermare ad 1 MeV sara' a maggior ragione sufficiente a schermare a energie inferiori. Siano Φ e Φ_0 i flussi di fotoni incidenti e trasmessi attraverso lo spessore di ferro; dovrà essere

$$\Phi/\Phi_0 = 10^{-3} = e^{-\mu(1MeV)\cdot X} = e^{-\mu(1MeV)\cdot\rho\cdot x}$$

pertanto

$$ln(10^{-3}) = ln(e^{-0.07\cdot 7.8x})$$

ovvero

$$x = 3/[0.546 \cdot ln(10)] = 12.6cm$$

A 100 keV non conosciamo il coeff. di assorbimento ma solo la sua componente fotoelettrica, che sara' inferiore a quella totale. Possiamo percio' calcolarci solamente un valore di spessore che sara' sicuramente sovrastimat. Come prima

$$10^{-3} = e^{-\mu(0.1MeV)\cdot\rho\cdot x}$$

$$ln(10^{-3}) = ln(e^{-0.2 \cdot 7.8 \cdot x})$$

$$x = 3/[0.2 \cdot 7.8 \cdot ln(10)] = 1.92cm$$

Data la dipendenza energeticadella sezione d'urto fotoelettrica, velocemente discendente con l'energia, tale spessore sara' sicuramente sufficiente a schermare alle energie inferiori a 100 KeV.

2 Esercizio

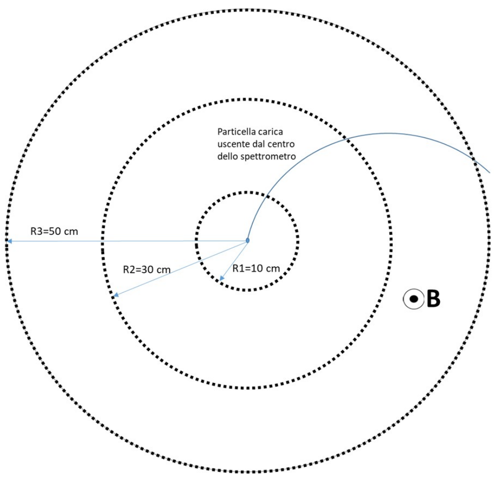

Figure 1: Sezione trasversale dello spettrometro con indicate le posizioni delle 3 camere a fili concentriche e ed un esempio di una particella carica uscente dal centro dello spettrometro

Dal centro di uno spettrometro vengono emesse, in seguito all'interazione tra due fasci collidenti, particelle cariche di impulso variabile fino a 0.5 GeV/c. Lo spettrometro ha una simmetria cilindrica (l'asse coincide con quello dei fasci collidenti), un raggio di 0.5m ed e' equipaggiato con 3 strati di rivelatori traccianti, anch'essi a simmetria cilindrica, posti a raggi R1=10 cm, R2=30 cm e R3=50 cm e costituiti da camere a fili con i fili paralleli all'asse del cilindro.

Si e' interessati a rivelare particelle anche nella regione di basso impulso, a partire da $p_m = 0.05 GeV/c$. Qual e' il valore massimo B_M dell'intensità del campo magnetico utilizzabile che permette di rivelare particelle di carica unitaria e di impulso 0.05GeV/c? Si noti che per poter essere rivelata una particella deve uscire dallo spettrometro in modo da poter interagire con il resto dell'apparato esterno allo spettrometro (non mostrato in figura). Si consideri per semplicita' il problema proiettato su un piano perpendicolare all'asse dello spettrometro (vedi figura).

Supponendo di aver applicato il campo magnetico B_M si valuti quale potere di risoluzione spaziale σ_x e' richiesto alle camere a fili per ottenere un potere risolutivo $\frac{\sigma_p}{p}$ sull'impulso pari al 5% quando l'impulso e' pari a $p = 0.5 GeV/c$. Si supponga di utilizzare il metodo della saggitta per la misura dell'impulso e si giustifichi se e' ragionevole farlo.

SOLUZIONE.

Affinche' una particella carica possa venir rivelata essa deve avere un raggio di curvatura ρ superiore a meta' del raggio dello spettrometro. A soglia dev'essere pertanto $\rho = 0.5/2\ m = 0.25\ m$. Essendo $p[GeV/c] = 0.3B[T]\rho[m]$, per un impulso di 0.05 GeV/c questo implica l'introduzione di un campo magnetico non superiore a un valore massimo pari a $B_M = \frac{0.05}{0.3\ 0.25}\ m = 0.67\ T$.

Siccome il potere risolutivo sull'impulso ha la seguente dipendenza dagli altri parametri

$$\frac{\sigma_p}{p} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_x \tag{1}$$

Siccome per un valore dell'impulso $p = 0.5 GeV/c$ risulta $\rho = 2.5m$, ne viene che e' ragionevole assumere che la sagitta equivalga all'incirca alla distanza tra la prima e la terza camera a fili

$(L = 40cm)$ e che l'angolo di deflessione θ sia sufficientemente piccolo: $\theta \sim 0.4/2.5 = 0.16$. Ne viene che dovra' essere

$$\frac{\sigma_p}{p} = 0.05 = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8 \cdot 0.5}{0.3 \cdot 0.67 \cdot 0.4^2} \sigma_x \tag{2}$$

ovvero

$$\sigma_x = 0.05 \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{0.3\ 0.67\ 0.4^2}{8 \cdot 0.5} m = 0.00033\ m \tag{3}$$

Il potere risolutivo spaziale dev'essere pertanto pari a $330 \mu m$

3 Esercizio

Un fascio monocromatico e collimato di raggi gamma di 0.8 MeV viene utilizzato per ottenere degli elettroni di energia ben definita facendo incidere i fotoni su un sottile bersaglio di carbonio e utilizzando solo gli elettroni uscenti dalla sorgente in coincidenza ad un fotone diffuso e rivelato ad un angolo ben definito mediante un rivelatore di piccola accettanza.

Per validare il metodo gli sperimentatori mettono il rivelatore di fotoni a 30 cm dal bersaglio e ad un angolo di 60 gradi e misurano il tempo di volo degli elettroni emessi in coincidenza mediante uno scintillatore a grande copertura angolare posto a 90 cm dal bersaglio.

I due scintillatori, opportunamente calibrati, vengono utilizzati per fornire lo START (il rivelatore di fotoni) e lo STOP (lo scintillatore) e misurare quindi l'intervallo di tempo TOF = STOP - START.

Qual e' l'energia attesa dell'elettrone? Quale intervallo di tempo TOF ci si attende di misurare come valor medio? $m_e = 0.51 MeV/c^2$.

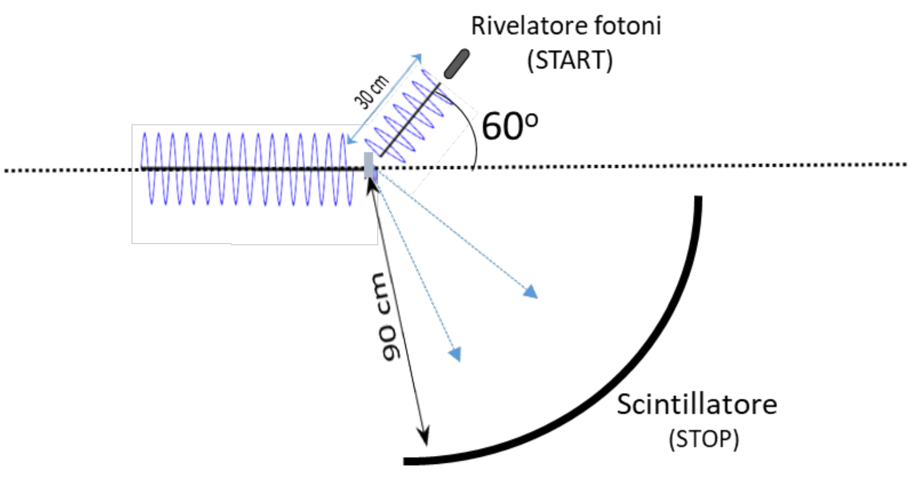

Figure 1: Schema dell'apparato sperimentale

SOLUZIONE

La formula (nota) dell'energia dell'elettrone diffuso in seguito a diffusione Compton di un fotone ad angolo θ e'

$$E_e = E_\gamma \frac{(E_\gamma/mc^2)(1 - cos\theta)}{1 + (E_\gamma/mc^2)(1 - cos\theta)} \tag{1}$$

e quindi, essendo $\theta = 60^o$ e $E_\gamma = 0.8 MeV/c^2$ ne viene

$$E_e = 0.8 \frac{(0.8/0.51)0.5}{1 + (0.8/0.51)0.5} MeV = 0.351 MeV \tag{2}$$

Siccome

$$\beta = pc/E$$

calcoliamo

$$E = (20.351 + 0.511)MeV = 0.863MeV$$
$$p = \sqrt{0.863^2 - 0.511^2}MeV/c = 0.695MeV/c$$

E quindi

$$\beta = pc/E = 0.695/0.863 = 0.805$$

Il TOF atteso dato dalla differenza tra il tempo impiegato dall'elettrone e quello impiegato dal fotone per raggiungere i rispettivi rivelatori, per cui

$$TOF = 90cm/0.805c - 30cm/c = (3/0.805 - 1)ns = 2.73ns$$

4 Esercizio

Un apparato sperimentale costituito da uno spettrometro, per la misura dell'impulso, e da un sottile (0.5 cm) rivelatore di scintillatore plastico, posto subito fuori dallo spettrometro allo scopo di misurare il rilascio di energia delle particelle cariche, viene utilizzato per identificare in massa frammenti nucleari costituiti da nuclei di deuterio, trizio ed ^3He. Si e' interessati in particolare a identificare tali nuclei leggeri nella regione di impulso vicina a $p = 4\ GeV/c$.
A 4 GeV/c la perdita media di energia dei tritoni nello scintillatore e' pari a $< \Delta E_t > = 1 MeV$,

Si chiede se sara' possibile discriminare la massa dei deutoni e dei nuclei di ^3He da quella dei tritoni, richiedendo come criterio di discriminazione che la differenza delle energie medie rilasciate sia maggiore della somma delle FWHM (larghezze a meta' altezza).
Si consideri che la risposta dello scintillatore fluttua all'incirca del 20% (cioe' la risoluzione $R = FWHM/ < \Delta E >= 20\%$).
Per semplicita' si assuma che le masse dei nuclei in oggetto siano: $m_t = m_{^3He} = 3/2 m_d$, essendo $m_d = 1.88\ GeV/c^2$ e si trascurino le dipendenze logaritmiche.

SOLUZIONE

Siccome la perdita di energia per collisione, descritta dalla curva di B-B, dipende da z^2/β^2 della particella incidente, trascurando la dipendenza logaritmica, e' possibile valutare, a partire dalla perdita di energia del tritone, $< E_t >= 1 MeV$, quella degli altri nuclei.

$$< \Delta E_d >=< \Delta E_t > \frac{z_d^2}{z_t^2} \times \frac{\beta_t^2}{\beta_d^2}$$

Si tratta pertanto di valutare la velocita' dei 3 nuclei, ad esempio tramite la relazione $\beta = P/E$
$m_t = m_{^3He} = m_d * 3/2 = 2.82 GeV/c^2$
$E_d = \sqrt{P^2 + m_d^2} = \sqrt{16 + 1.88^2} GeV = 4.42\ GeV$
$E_t = E_{^3He} = \sqrt{P^2 + m_t^2} = \sqrt{16 + 2.82^2}\ GeV = 4.89 GeV$
$\beta_d = 0.90$
$\beta_t = \beta_{^3He} = 0.82$
Pertanto,

$< \Delta E_d >=< \Delta E_t > \frac{z_d^2}{z_t^2} \times \frac{\beta_t^2}{\beta_d^2} = 1 MeV \times (0.82/0.9)^2 = 0.83 MeV$ e

$< \Delta E_{^3He} >=< \Delta E_t > \frac{z_{^3He}^2}{z_t^2} \times \frac{\beta_t^2}{\beta_{^3He}^2} = 1 MeV \times 4 = 4 MeV$

Ne viene che
$FWHM_d = 0.2 \times 0.86 MeV = 0.172 MeV$
$FWHM_t = 0.2 \times 1 MeV = 0.2 MeV$
$FWHM_{^3He} = 0.2 \times 4 MeV = 0.8 MeV$
e
$FWHM_d + FWHM_t = 0.372 MeV$
$FWHM_{^3He} + FWHM_t = 1 MeV$

$$< \Delta E_{^3He} > - < \Delta E_t >= 3 MeV > 1 MeV$$

$$< \Delta E_t > - < \Delta E_d >= 0.17 MeV < 0.372 MeV$$

E' pertanto possibile discriminare il tritone da nucleo di ^3He ma non dal deutone.