

G.N.S.S. Global Navigation Satellite System

R. Cefalo

Dipartimento di Ingegneria e Architettura
Università di Trieste

1) I SISTEMI GNSS



GNSS = **G**lobal **N**avigation **S**atellite **S**ystem

è l'acronimo generico che definisce i sistemi di posizionamento globali basati su costellazioni di satelliti

Allo stato attuale i sistemi GNSS che interessano Italia ed Europa sono:

GPS

Global **P**ositioning **S**ystem (*Stati Uniti*) – pienamente operativo dal **1995**

GLONASS

GLObal'naya **N**Avigatsionnaya **S**putnikovaya **S**istema = **G**LObal **N**avigation **S**atellite **S**ystem (*Russia*) – attualmente 20 satelliti sui 24 previsti

GALILEO

(*Comunità Europea*) – operativo nel **2013** (delibera 27 Ministri dei Trasporti degli Stati Europei, novembre 2007)

Le componenti di un sistema GNSS

Qualsiasi sistema GNSS comprende tre componenti principali o SEGMENTI:

SEGMENTO SPAZIALE : la **costellazione di satelliti**. Ogni satellite invia verso la Terra *via radio* dei *segnali* che contengono essenzialmente informazioni di *tempo* e *posizione* oltre allo stato di *operatività* del satellite

SEGMENTO DI CONTROLLO : insieme di **stazioni a terra** e di **centrali operative** che tracciano i satelliti e ne determinano le *orbite* ovvero le posizioni che i satelliti assumono in funzione del tempo. Riguardo alle orbite, si distinguono:

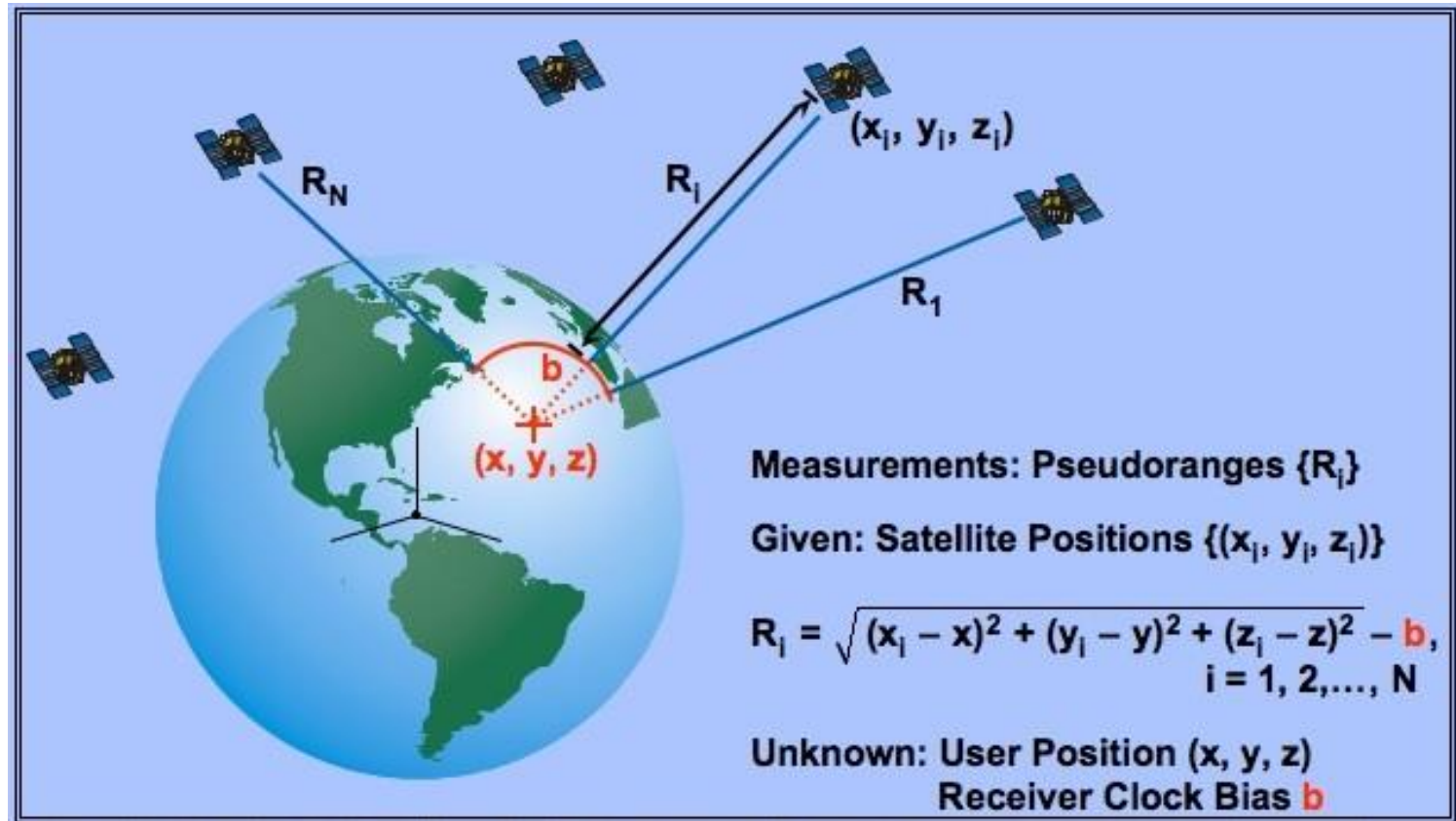
- Effemeridi orbitali *broadcast*** (trasmesse dal satellite): orbite di previsione, hanno accuratezza sufficiente per la maggior parte delle applicazioni a carattere tecnico;

- Effemeridi orbitali *precise***: calcolate dopo il passaggio del satellite, hanno maggiore accuratezza ma sono necessarie solo per applicazioni particolari (baselines lunghe, monitoraggio deformazioni, gestione di reti permanenti).

SEGMENTO UTENZA : i **ricevitori GNSS**, la strumentazione accessoria e il software a disposizione degli utenti per utilizzare i sistemi GNSS. Esistono ricevitori in grado di acquisire segnali da più sistemi GNSS (ad es. GPS+GLONASS o GPS+GLONASS+GALILEO) e software in grado di elaborarne unitamente i segnali realizzando l'*interoperabilità* tra i diversi sistemi

G.P.S. Global Positioning System

Posizionamento tridimensionale



Il principio su cui si basa è semplice: si tratta in effetti di un'intersezione in avanti spaziale al punto di coordinate incognite da un certo numero di satelliti (almeno 4 per il posizionamento tridimensionale) di posizione nota.

Struttura del Sistema

- Segmento spaziale
- Segmento di controllo
- Segmento utente

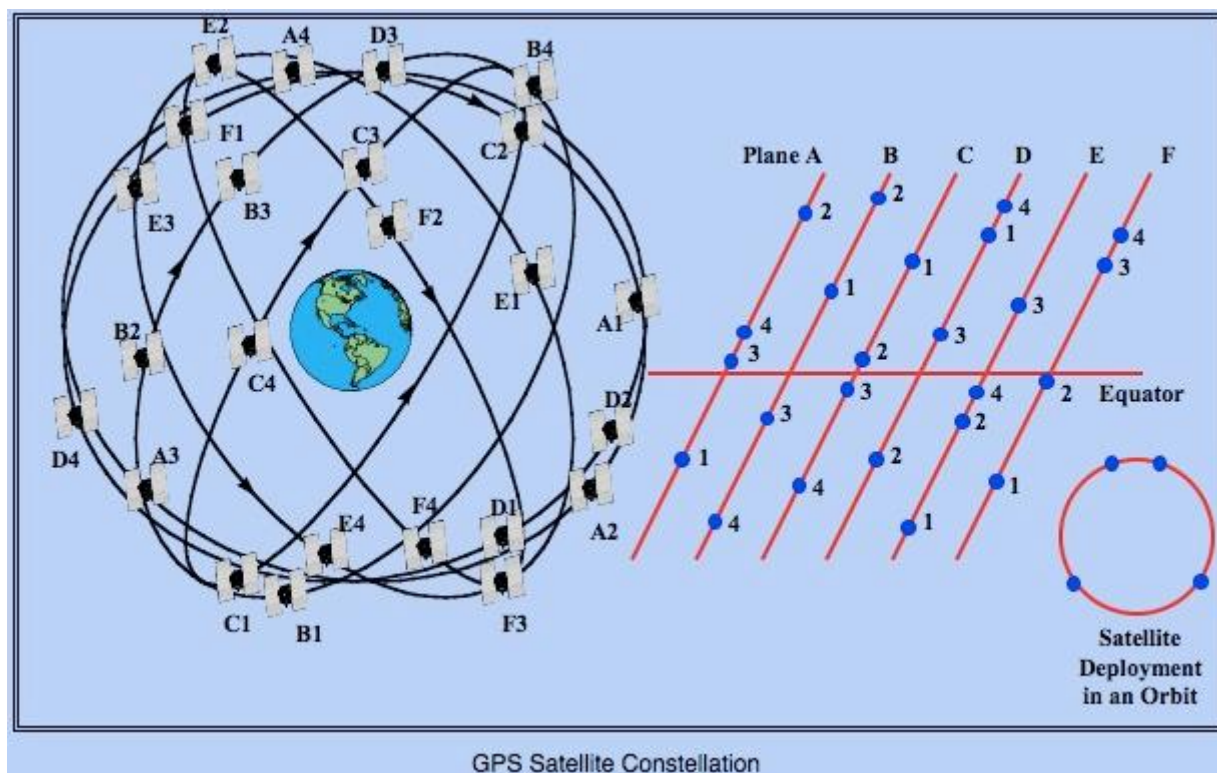
Segmento spaziale

- Il primo satellite GPS fu inviato nello spazio nel 1979.
- Attualmente la costellazione NAVSTAR della difesa statunitense è formata da 31 satelliti operativi, distribuiti su 6 orbite inclinate di 55 gradi rispetto al piano equatoriale e appartenenti a piani ruotati di 55 gradi rispetto ai piani adiacenti.
- Essi percorrono in circa 12 ore orbite quasi circolari ad un'altezza nominale di 20183 km

Tempo siderale e tempo sidereo

- A causa della differenza fra tempo siderale e tempo solare, i satelliti appaiono su un certo punto della Terra quattro minuti prima ogni giorno, cosicché il periodo di copertura viene anticipato di circa due ore ogni mese.
- I satelliti NAVSTAR costituiscono il **segmento spaziale** del sistema GPS.

Segmento Spaziale



Costellazione NAVSTAR-GPS

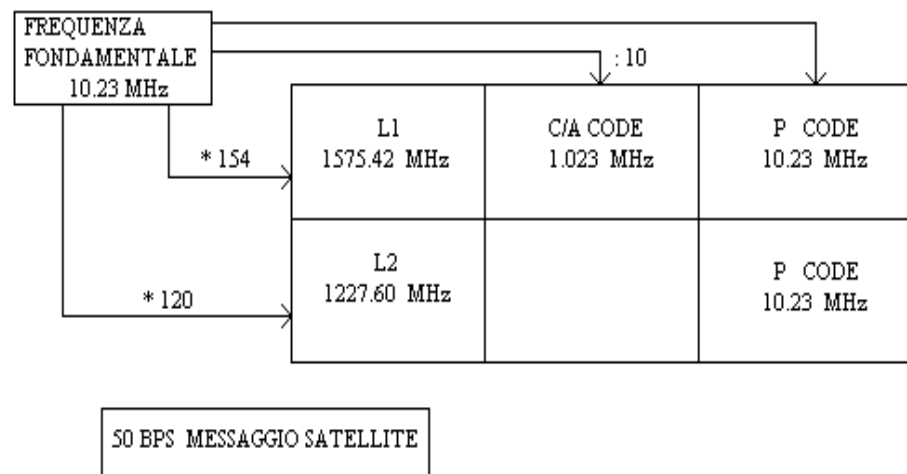
- La costellazione attuale (aggiornato al 7.04.2020) dei satelliti GPS, è composta da 31 satelliti operativi e 9 di riserva, appartenenti ai Blocchi IIA, IIR, IIRM, II F e III.
- Per mantenere tale costellazione è previsto il lancio di due satelliti in media all'anno.
- I 20 satelliti previsti del Blocco III sostituiranno quelli del Blocco II quando non più operativi (attualmente operativi 2 sats blocco III).

Satelliti NAVSTAR-GPS

- Tali satelliti, più pesanti ma meno costosi dei precedenti, hanno a bordo un orologio atomico all'idrogeno caratterizzato dall'avere una stabilità in frequenza (10^{-14} e 10^{-15} su un giorno) di almeno un ordine di grandezza superiore a quella degli attuali orologi atomici al cesio e rubidio.

Segnali trasmessi

- Ciascun satellite trasmette in continuazione due portanti radio:
L1 a 1575.42 MHz
L2 a 1227.60 MHz.



Tali frequenze sono ricavate dalla frequenza fondamentale di 10.23 MHz dell'oscillatore di alta stabilità del satellite, come mostrato nello schema.

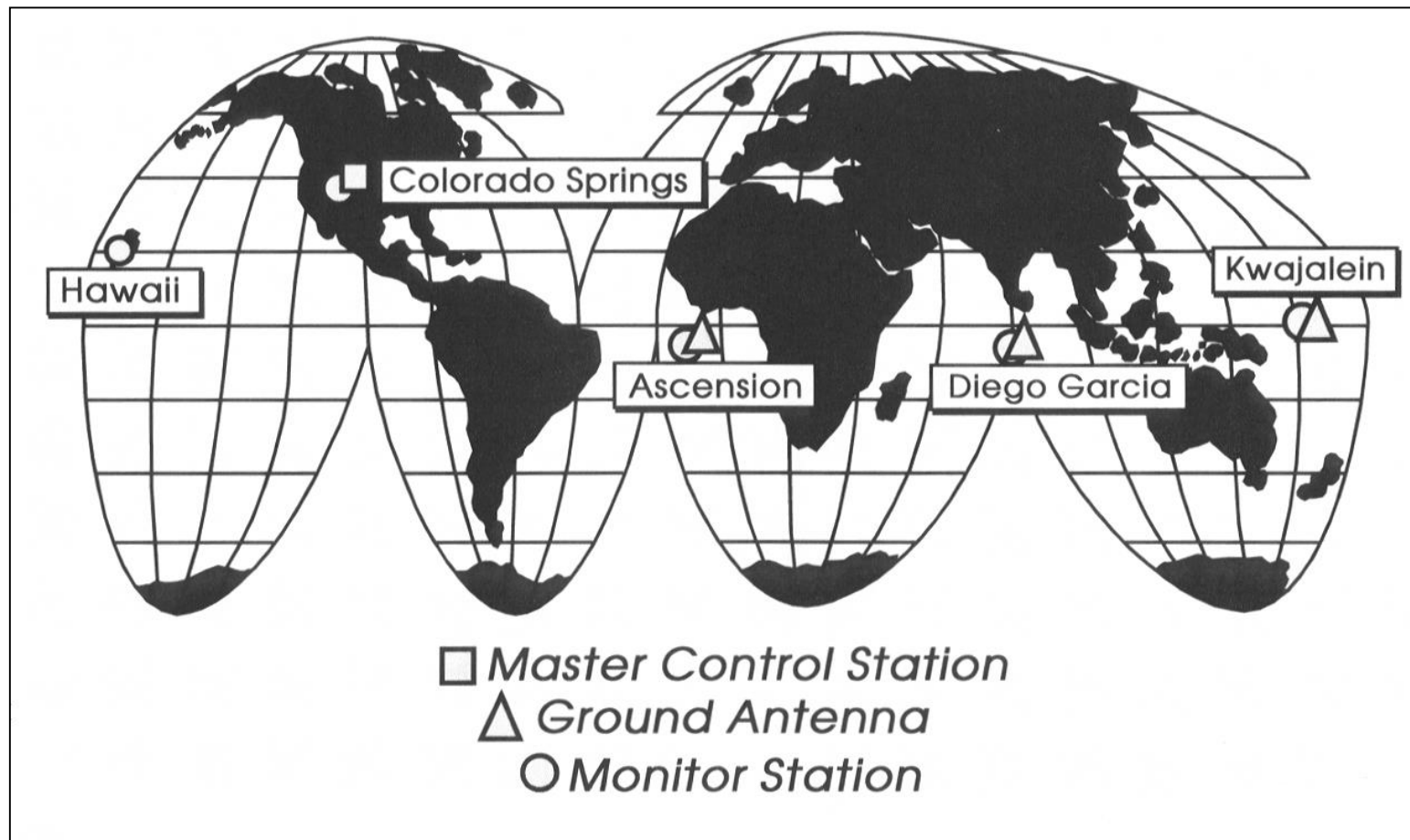
Codici C/A e P

- Le fasi delle portanti sono modulate da due codici pseudo-casuali (**codice C/A**, Coarse Acquisition, e **codice P**, Precise, o **Y** per la portante L1, solamente codice P o Y per la L2) e da un messaggio navigazionale.
- Le frequenze e le modulazioni sono controllate da orologi atomici (due al cesio e due al rubidio, con stabilità compresa fra 10^{-13} e 10^{-14} , per i satelliti del Blocco II) installati a bordo dei satelliti.

Segmento di Controllo

- Il sistema è controllato da stazioni monitor situate a Kwajalein, Diego Garcia, all'Isola di Ascension, alle Hawaii e ad una stazione master al Consolidated Space Operations Center a Colorado Springs, Colorado. Lo scopo di questo **segmento di controllo** è quello di monitorare lo stato di salute dei satelliti, determinare le loro orbite ed il comportamento degli orologi atomici, e di inviare il messaggio radio ai satelliti.

Segmento di Controllo



Segmento utente

- I ricevitori a Terra elaborano i codici e le fasi delle portanti e, nella maggior parte dei casi, estraggono anche il messaggio radio.
- L'introduzione, il 31 gennaio 1994, dell'Anti-Spoofing (AS), implica l'esclusione dell'utilizzo del codice P per gli utenti civili mediante crittografia dello stesso in codice Y.

Strumenti GPS



Easy-to-use menu for configuring the receiver and network settings, and for checking status

Long-life battery provides 10 hour operation



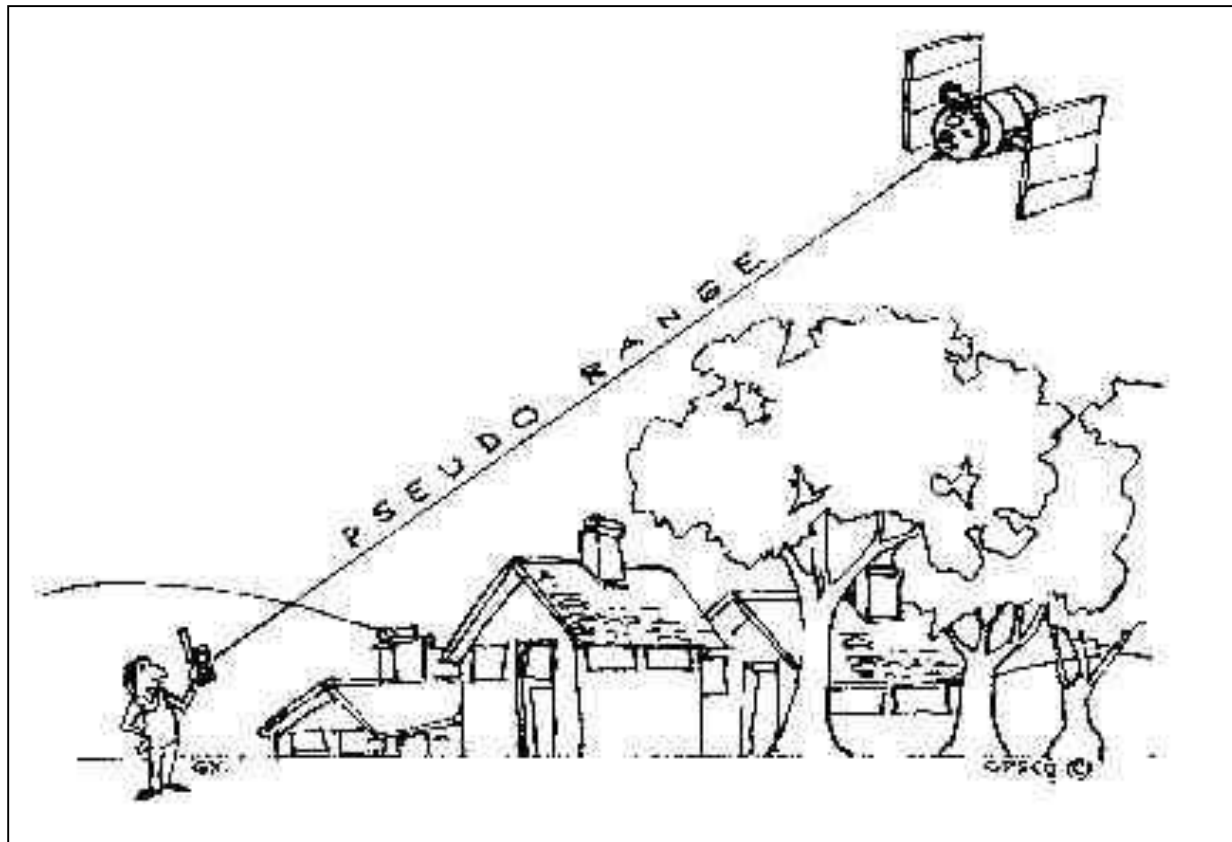
Automatically sets up on a previously set point using Autobase™ technology



Modalità di acquisizione ed elaborazione dei dati - gli algoritmi

- Metodologie di acquisizione dei dati GPS - dati pseudorange Stand-alone, registrati da un unico ricevitore di tipo navigazionale (in grado cioè di registrare le misure di codice)
 - metodologie differenziali sui dati pseudorange, che richiedono l'utilizzo dei dati registrati da un secondo ricevitore
 - dati di fase (registrati da due ricevitori di tipo geodetico).

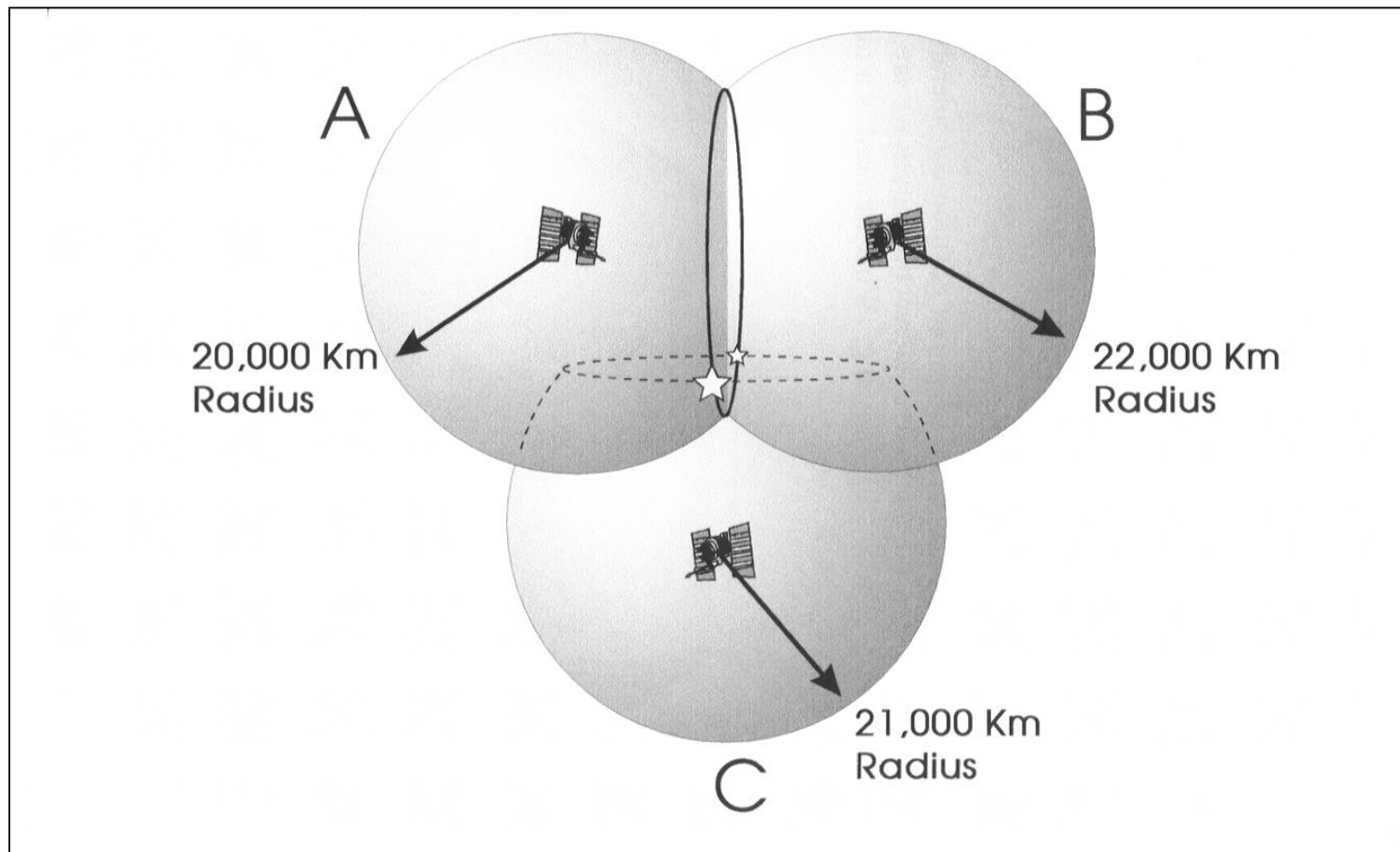
Pseudorange Stand-Alone



Posizionamento tridimensionale

- La soluzione del posizionamento tridimensionale di un punto può essere vista, da un punto di vista geometrico, come l'intersezione di tre sfere di raggio pari alla distanza satellite-punto a terra. L'intersezione delle tre sfere è rappresentata da due punti, indicati con una stella * in Figura.
- E' intuitivo che, per poter scegliere fra queste due possibili posizioni quella effettiva del punto P a terra è necessario utilizzare le informazioni provenienti da un quarto satellite.

Intersezione di tre sfere



GPS pseudorange assoluto - misure di codice

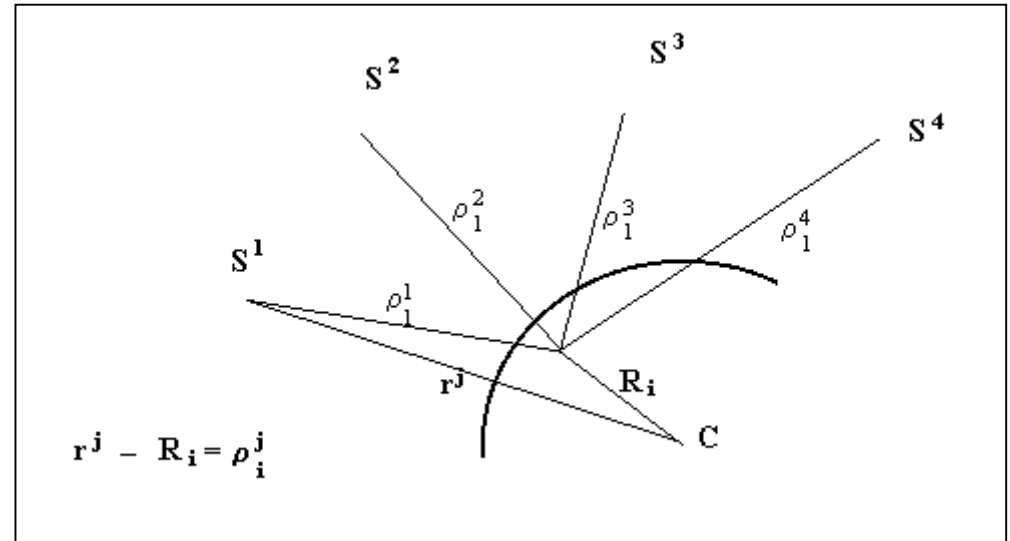
- Il sistema consente di posizionare un punto sulla superficie terrestre rispetto ad un sistema di riferimento assoluto, geocentrico (**ECEF**, Earth Centered, Earth Fixed).
- La precisione nel posizionamento per il metodo navigazionale assoluto è di **10-15 m**.

GPS pseudorange Stand-Alone

Principio di misura

- Il principio su cui si basa tale metodologia è sostanzialmente fondato sulla misura **dell'intervallo di tempo Δt** che il segnale inviato da un **satellite**, semplificato come **un impulso viaggiante alla velocità delle onde elettromagnetiche**, impiega per coprire la **distanza Satellite -Terra**, ed essere quindi captato dal ricevitore posizionato nel punto di cui si vogliono conoscere le coordinate.

Posizionamento tridimensionale



$$1) \sqrt{(XP_1 - XS^1)^2 + (YP_1 - YS^1)^2 + (ZP_1 - ZS^1)^2} = \rho_1^1$$

$$2) \sqrt{(XP_1 - XS^2)^2 + (YP_1 - YS^2)^2 + (ZP_1 - ZS^2)^2} = \rho_1^2$$

$$3) \sqrt{(XP_1 - XS^3)^2 + (YP_1 - YS^3)^2 + (ZP_1 - ZS^3)^2} = \rho_1^3$$

$$4) \sqrt{(XP_1 - XS^4)^2 + (YP_1 - YS^4)^2 + (ZP_1 - ZS^4)^2} = \rho_1^4$$

- dove XP_1, YP_1, ZP_1 rappresentano le tre coordinate incognite del punto P_1
- XS^j, YS^j, ZS^j rappresentano le tre coordinate note del satellite S^j
- $\rho_1^1, \rho_1^2, \rho_1^3, \rho_1^4$ sono le quattro distanze Satellite – punto a Terra;

- esprimendo le distanze ρ_{ij} come:

$$\rho_{ij} = v_{ij} \Delta t$$

ci si ridurrebbe, una volta misurati gli intervalli di tempo, ad un sistema di quattro equazioni indipendenti, in quattro incognite (vedi oltre), immediatamente risolvibile.

- In realtà la situazione è più complessa per i motivi che seguono:

Codici

- innanzitutto i satelliti non emettono semplici impulsi ma treni di onde quadre; tali onde hanno una frequenza di 1 MHz (**CODICE C/A, Coarse Acquisition**) e di 10 MHz (**CODICE P, Precise**), alle quali corrispondono lunghezze d'onda di circa 300 metri, e rispettivamente di 30 metri;
- queste onde quadre non sono sequenze di transizioni regolarmente alternate on-off, off-on, bensì esse seguono codici casuali.

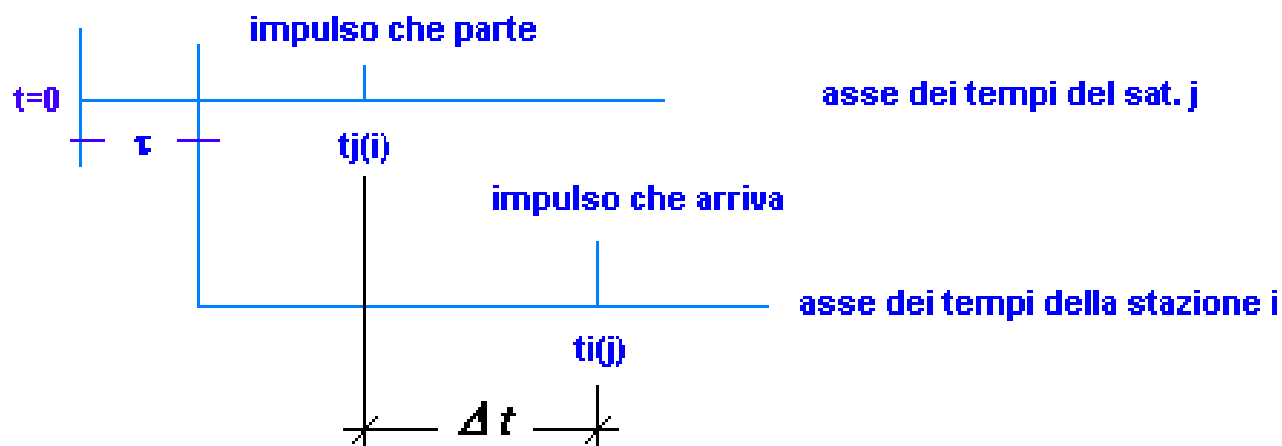
Struttura dei segnali trasmessi

- Le onde quadre sono sovrainposte come modulazione di fase alle sinusoidi portanti (L1 ed L2)
- la frequenza della sinusoide L1 è di **1575.42 MHz**, con una lunghezza d'onda di circa **190 mm**;
- la frequenza della L2 è di **1227.60 MHz**, con lunghezza d'onda di **240 mm**

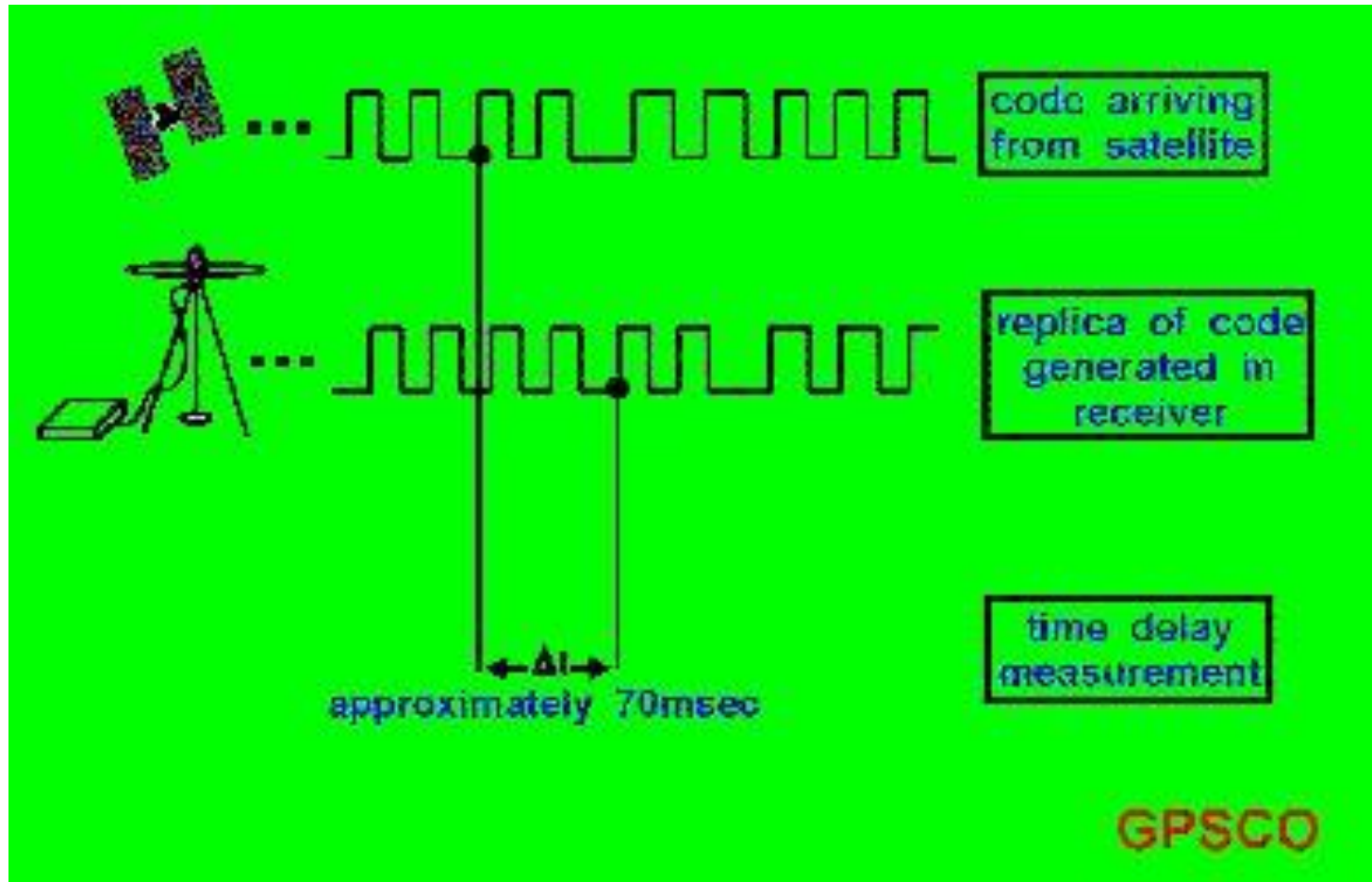
- Malgrado questa struttura complessa dei segnali emessi dai satelliti, con questo sistema (navigazionale) si possono assimilare i fronti d'onda ad impulsi che transitano dai satelliti alle antenne a Terra con una successione di 1 MHz (codice C/A) o di 10 MHz (codice P).
- Nel ricevitore a terra viene generata una copia del codice con la stessa frequenza di quello emesso dal satellite S_j .
- I due segnali vengono confrontati, con tecniche di correlazione che permettono di ottenere il valore di Δt

Principio di misura

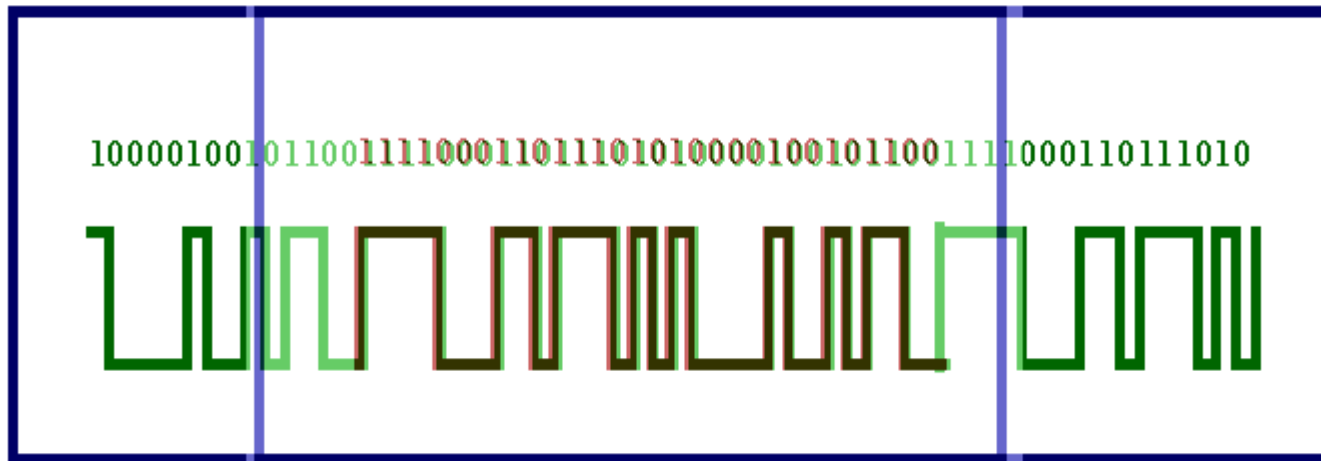
Sia $t_j(i)$ l'istante nel quale uno di questi impulsi parte dal satellite j , misurato nel sistema di riferimento del satellite j .
Sia $t_i(j)$ l'istante nel quale tale impulso raggiunge la stazione i a Terra; $t_i(j)$ è misurato da un ricevitore collegato all'antenna i :



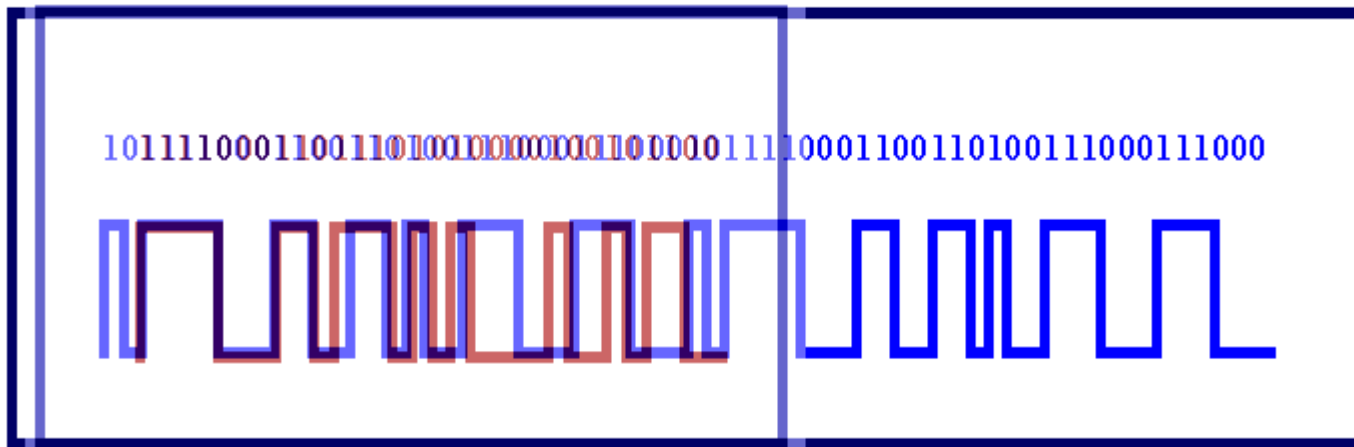
Confronto fra il segnale in arrivo e quello generato dal ricevitore



Sovrapposizione

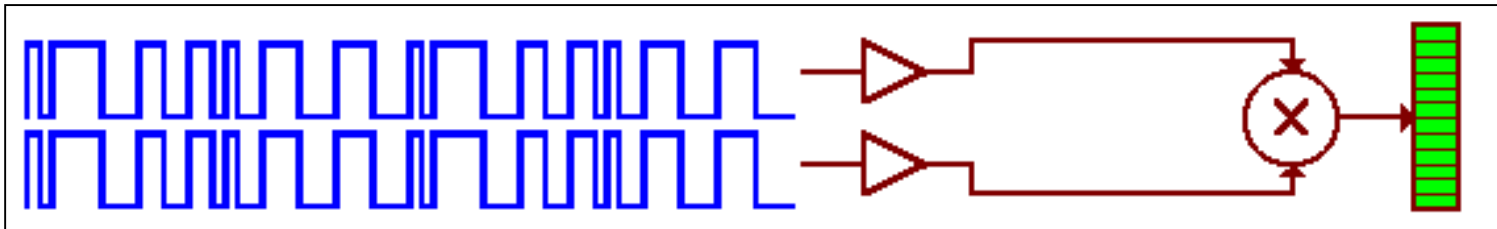


Sovrapposizione fra il segnale inviato dal satellite S_j e quello ricevuto presso la stazione P_i (il segnale generato nel ricevitore viene centrato su quello ricevuto dal satellite S_j)



Esempio di sovrapposizione fra due segnali con diverso codice PRN, senza sovrapposizione

Ricerca del massimo di correlazione



Ricerca del massimo di correlazione fra due segnali

Distanza satellite – punto a terra

- La distanza satellite-antenna è:

$$\rho_i^j = v_i^j (t_{i(j)} - (t_{j(i)})_i)$$

dove: $(t_{j(i)})_i$ è l'istante in cui l'impulso parte dal satellite misurato nell'asse dei tempi della stazione i;

$(t_i)_j$ l'istante in cui l'impulso arriva alla stazione i;

v_i^j la velocità media di propagazione della portante fra il satellite S^j e l'antenna nella stazione P_i .

Distanza satellite – punto a terra

- Indicando con τ l'asincronismo fra la stazione ed il satellite, si ha:

$$\left(t_{j(i)}\right)_i = t_{j(i)} - \tau$$

$$\rho_i^j = v_i^j \left(t_{i(j)} - t_{j(i)} + \tau \right)$$

Risoluzione del sistema

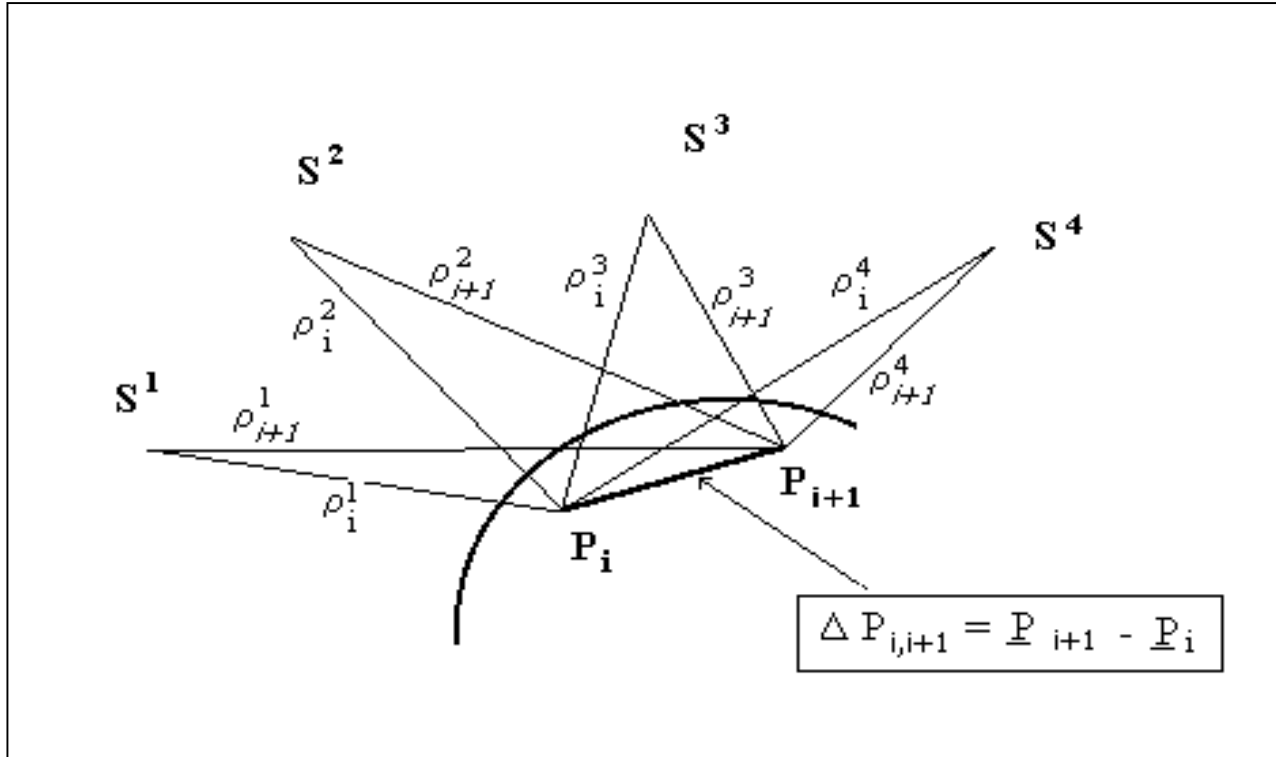
- Per determinare tali incognite e se si vuole la risoluzione in tempo reale, è necessario che tutte le osservazioni avvengano in una sola epoca; se non vi è tale necessità, l'osservazione può durare molte epoche, cioè anche diversi minuti.
- Ponendo, per semplicità, nota la velocità di propagazione, se m è il numero dei punti incogniti a terra ed n il numero dei satelliti, dato che viene effettuata un'osservazione per ogni coppia stazione-satellite, il numero delle osservazioni è $m \cdot n$.

Posizionamento 3D

- Si dimostra che il numero minimo di satelliti, indipendentemente dal numero di stazioni, è 4.
- Se le coordinate dei satelliti sono note, per risolvere il problema deve essere $n = 4$, il che significa che le stazioni devono ricevere i segnali di almeno 4 satelliti.

- Il sincronismo degli orologi dei satelliti è dell'ordine di qualche nanosecondo
- orologi atomici, al cesio, al rubidio ed all'idrogeno, dotati di un'elevatissima stabilità.
- Gli orologi di tutti i satelliti si possono considerare, al livello di approssimazione detto, sincronizzati fra di loro: si possono pertanto considerare uguali i τ_j dei diversi satelliti, mentre rimane nel sistema risolutivo l'incognita τ_i relativa all'asincronismo fra i satelliti e la stazione a Terra, la quale, normalmente, è dotata di orologio al quarzo, con livello di sincronizzazione pari a $10^{-6} \div 10^{-7}$.

Differential GPS (DGPS)



Il concetto di DGPS (GPS differenziale)

DGPS

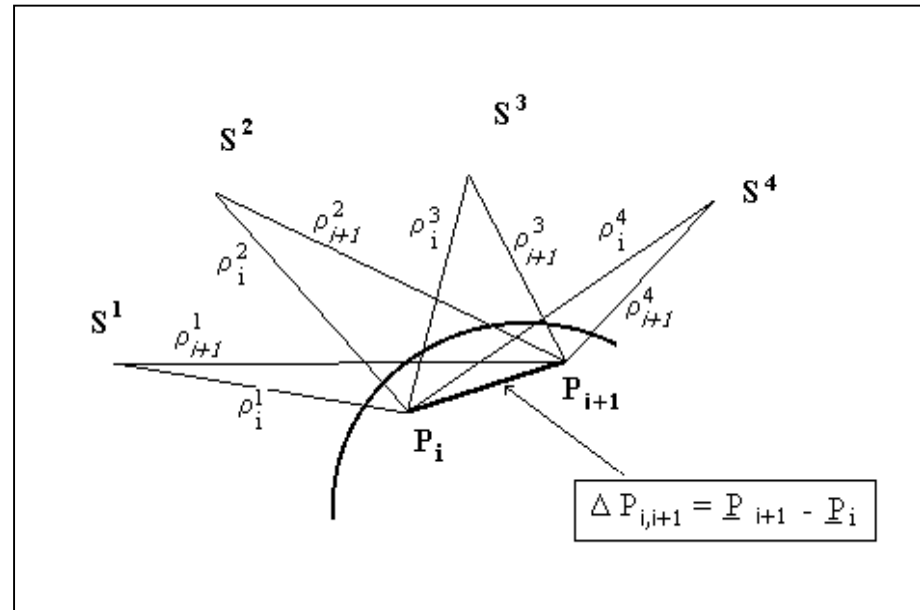
- La metodologia differenziale viene utilizzata, anche in assenza della SA, per ridurre gli errori sistematici presenti nelle osservazioni registrate da un singolo ricevitore.
- Essa si attua sfruttando le misure pseudorange registrate contemporaneamente da due ricevitori e può essere eseguita sia in post-elaborazione che in tempo reale.

DGPS

- Il GPS differenziale può essere ottenuto in diversi modi: come **soluzione del sistema alle differenze doppie degli pseudorange**, come differenziale di pseudorange o come differenziale di coordinate.
- Inoltre si può eseguire un differenziale **pseudorange lisciato con le misure di fase** in modo tale che gli errori metrici delle misure di codice vengano attenuati dalla maggior precisione delle misure interferenziali.

Differenziale ottenuto come soluzione del sistema alle differenze doppie

- Si considerano **due stazioni** che osservano contemporaneamente un gruppo di satelliti (almeno 3 per un posizionamento bidimensionale, almeno 4 per il posizionamento tridimensionale) e **si suppongono note le coordinate di una delle due stazioni**.



- Nel sistema di equazioni indipendenti analizzate per il metodo assoluto si introducono i diversi asincronismi τ_{ij} relativi ai satelliti:

$$\rho_i^j = v_i^j \left(t_{i(j)} - t_{j(i)} + \tau_i^j \right)$$

ρ_i^j modulo del vettore unente il satellite j al ricevitore a terra i

v_i^j velocità media di propagazione del segnale; poiché esso attraversa gli strati ionosferici e troposferici, la velocità dipende dalle condizioni fisiche di tali mezzi;

$t_{j(0)}$ istante in cui il baricentro (o altro punto determinato) del treno di onde quadre lascia il satellite j ;

$t_{i(0)}$ istante in cui tale baricentro arriva all'antenna del ricevitore i .

Differenza prima

τ_i^j asincronismo fra l'orologio sul satellite j e quello nel ricevitore a terra i che misura.

La differenza fra due osservazioni eseguite da due stazioni a terra i ed i_{+1} rispetto uno stesso satellite S^j (differenza prima) è data da :

$$\rho_i^j - \rho_{i+1}^j = v_i^j (t_{i(j)} - t_{j(i)} + \tau_i^j) - v_{i+1}^j (t_{i+1(j)} - t_{j(i+1)} + \tau_{i+1}^j)$$

Differenza seconda

- La differenza fra 2 equazioni alle differenze prime calcolate rispetto due satelliti S^j , S^{j+1} fornisce l'equazione alle differenze seconde espressa da:

$$\begin{aligned} \left(\rho_i^j - \rho_{i+1}^j\right) - \left(\rho_i^{j+1} - \rho_{i+1}^{j+1}\right) = & v_i^j \left(t_{i(j)} - t_{j(i)} + \tau_i^j\right) - v_{i+1}^j \left(t_{i+1(j)} - t_{j(i+1)} + \tau_{i+1}^j\right) + \\ & - v_i^{j+1} \left(t_{i(j+1)} - t_{j+1(i)} + \tau_i^{j+1}\right) + v_{i+1}^{j+1} \left(t_{i+1(j+1)} - t_{j+1(i+1)} + \tau_{i+1}^{j+1}\right) \end{aligned}$$

- Ipotizzando uguali le velocità di propagazione dei segnali, ed essendo gli orologi di tutti i satelliti sincronizzati al nanosecondo, gli asincronismi riferiti alla stessa stazione a terra si possono ritenere uguali e quindi i termini:

si eliminano algebricamente

$$V_i^j \tau_i^j \quad e \quad V_i^{j+1} \tau_i^{j+1}, \quad V_{i+1}^j \tau_{i+1}^j \quad e \quad V_{i+1}^{j+1} \tau_{i+1}^{j+1}$$

Determinazione della baseline

- di conseguenza nell'equazione risultante rimangono come incognite solo le tre **componenti tridimensionali Δx , Δy , Δz** del vettore fra i due punti a terra, note che siano le coordinate dei satelliti.
- Poiché in realtà le velocità non sono uguali tra loro, pur non variando di molto, deve essere aggiunto un **termine d'errore ε** che tenga conto dell'approssimazione fatta.

Equazione di osservazione

- L'equazione di osservazione così ottenuta assume la seguente forma:

$$\begin{aligned} \left(\rho_i^j - \rho_{i+1}^j\right) - \left(\rho_i^{j+1} - \rho_{i+1}^{j+1}\right) = & \mathbf{v}_i^j \left(\mathbf{t}_{i(j)} - \mathbf{t}_{j(i)}\right) - \mathbf{v}_{i+1}^j \left(\mathbf{t}_{i+1(j)} - \mathbf{t}_{j(i+1)}\right) + \\ & - \mathbf{v}_i^{j+1} \left(\mathbf{t}_{i(j+1)} - \mathbf{t}_{j+1(i)}\right) + \mathbf{v}_{i+1}^{j+1} \left(\mathbf{t}_{i+1(j+1)} - \mathbf{t}_{j+1(i+1)}\right) + \varepsilon \end{aligned}$$

La soluzione di un sistema di almeno **tre equazioni alle differenze seconde**, corrispondenti all'osservazione di almeno quattro satelliti, fornisce le differenze fra le coordinate delle due stazioni i ed $i+1$ ovvero le componenti tridimensionali del vettore **baseline** unente le due stazioni e quindi, note le coordinate di una di esse, le coordinate dell'altro punto a terra.

Differenziale di pseudorange - in differita ed in tempo reale

- Questa metodologia si applica calcolando le correzioni sulle misure pseudorange come differenza fra i valori pseudorange misurati (affetti da errori) e quelli calcolati in base alle coordinate dei satelliti (effemeridi) e quelle, note, della stazione master ed applicando tali correzioni alle misure pseudorange registrate dal secondo ricevitore.

- Disponendo di un collegamento radio-modem fra i due ricevitori oppure tramite telefonia cellulare e modem è possibile inviare le correzioni calcolate presso il master al ricevitore mobile, che può quindi navigare con le informazioni di posizione corrette in tempo reale

- L'equazione di osservazione alla stazione master (i) è data da:

$$\rho_{i(\text{teorico})}^j - v_i^j \Delta t_{i(\text{misurato})}^j = \tau_i^j v_i^j + \varepsilon_i^j$$

$$\tau_i^j v_i^j + \varepsilon_i^j = R_{i(\text{calcolato})}^j \quad \text{correzione RTCM}$$

Correzioni RTCM

- *RTCM* (Radio Technical Commission Maritime)

ε_i^j errore dovuto a fluttuazioni della velocità nella stazione i-esima.

Il termine $R_{i(calcolato)}^j$ rappresenta la correzione pseudorange sulla distanza fra la stazione i ed il satellite j che viene inviata, epoca per epoca, per mezzo dell'opzione "RTCM output" del ricevitore master al ricevitore mobile.

Correzioni RTCM

- L' equazione di osservazione alla stazione mobile (i+1) è data dunque da:

$$\rho_{i+1}^j(\text{teorico}) = v_{i+1}^j \Delta t_{i+1}^j(\text{misurato}) + \tau_{i+1}^j v_{i+1}^j + \varepsilon_{i+1}^j$$

$$\rho_{i+1}^j = v_{i+1}^j \Delta t_{i+1}^j(\text{misurato}) + R_i^j + (\tau_{i+1}^j - \tau_i^j) v_{i+1}^j + \Delta \varepsilon$$

ε_{i+1}^j errore dovuto a fluttuazioni della velocità nella stazione $i+1$;

$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{i+1}^j - \varepsilon_i^j$ differenza d'errore tra le due stazioni a terra.

Risolvendo un sistema di 4 equazioni di questo tipo per $j = 1,2,3,4$ ed ipotizzando nell'ambito delle approssimazioni navigazionali che per $j = 1,2,3,4$

E per le due stazioni P_i e P_{i+1} sia:

si determinano in tempo reale le coordinate del veicolo mobile **corrette con correzioni *RTCM***.

$$\begin{aligned}\tau_i^j &= \tau_i^{j+1} \\ \tau_i^{j+1} &= \tau_i^{j+2} \\ \tau_i^{j+2} &= \tau_i^{j+3} \\ \tau_i^{j+3} &= \tau_{i+1}^{j+4}\end{aligned}$$

- Per ottenere il posizionamento differenziale tridimensionale del ricevitore mobile il ricevitore master e quello mobile devono vedere contemporaneamente almeno 4 satelliti.
- La scomparsa o comparsa su uno dei due ricevitori di ulteriori satelliti non provoca brusche variazioni di precisione sul calcolo delle coordinate del mobile, come può invece avvenire utilizzando il differenziale sulle coordinate.

Differenziale di coordinate

- Se non si dispone degli algoritmi per il calcolo in tempo reale delle coordinate dei satelliti, è possibile eseguire in tempo reale una correzione differenziale operando direttamente sulle coordinate geografiche e sul valore della quota ellissoidica calcolate, epoca per epoca, dal ricevitore sulla base delle misure pseudorange.

- Le correzioni sulle coordinate vengono ottenute come differenza fra le coordinate fisse e note a priori che vengono impostate sul ricevitore *master* e quelle calcolate dal ricevitore stesso ad ogni epoca di acquisizione. Tali correzioni vengono quindi inviate al ricevitore mobile (*rover*) che calcola le coordinate corrette relative alla sua posizione lungo la traiettoria percorsa.

- Non è necessario che i due ricevitori vedano la medesima costellazione di satelliti ma, in questo caso, la precisione degrada e, se uno dei due ricevitori acquisisce un nuovo satellite, questo può provocare delle variazioni improvvise sulla precisione delle coordinate del ricevitore *rover*.
- In questo caso la traiettoria del *rover*, elaborata utilizzando il differenziale eseguito sulle coordinate, a causa della temporanea comparsa o scomparsa sul ricevitore master di un satellite, può presentare una discontinuità.

Precisioni ottenibili

- Queste metodologie differenziali permettono di ottenere precisioni metriche $\sigma_{pl.} = 2-5 \text{ m}$
- precisioni superiori si possono ottenere utilizzando una classe di ricevitori cosiddetti “sub-metrici” (ricevitori “sub-meter”) che, grazie ad innovazioni tecnologiche sulla circuiteria interna consentono di raggiungere scarti quadratici medi (sqm) pari a 70 cm.

- la determinazione sperimentale della precisione è tuttavia affetta da errori che dipendono: dalla distanza tra il ricevitore *rover* ed il *Master*, in dipendenza della correlazione in distanza delle fluttuazioni della rifrattività atmosferica e dall'entità delle riflessioni dei segnali GPS da superfici circostanti l'antenna.
- Tali errori sono in generale diversi da punto a punto e non sono quindi eliminabili con gli algoritmi alle differenze.

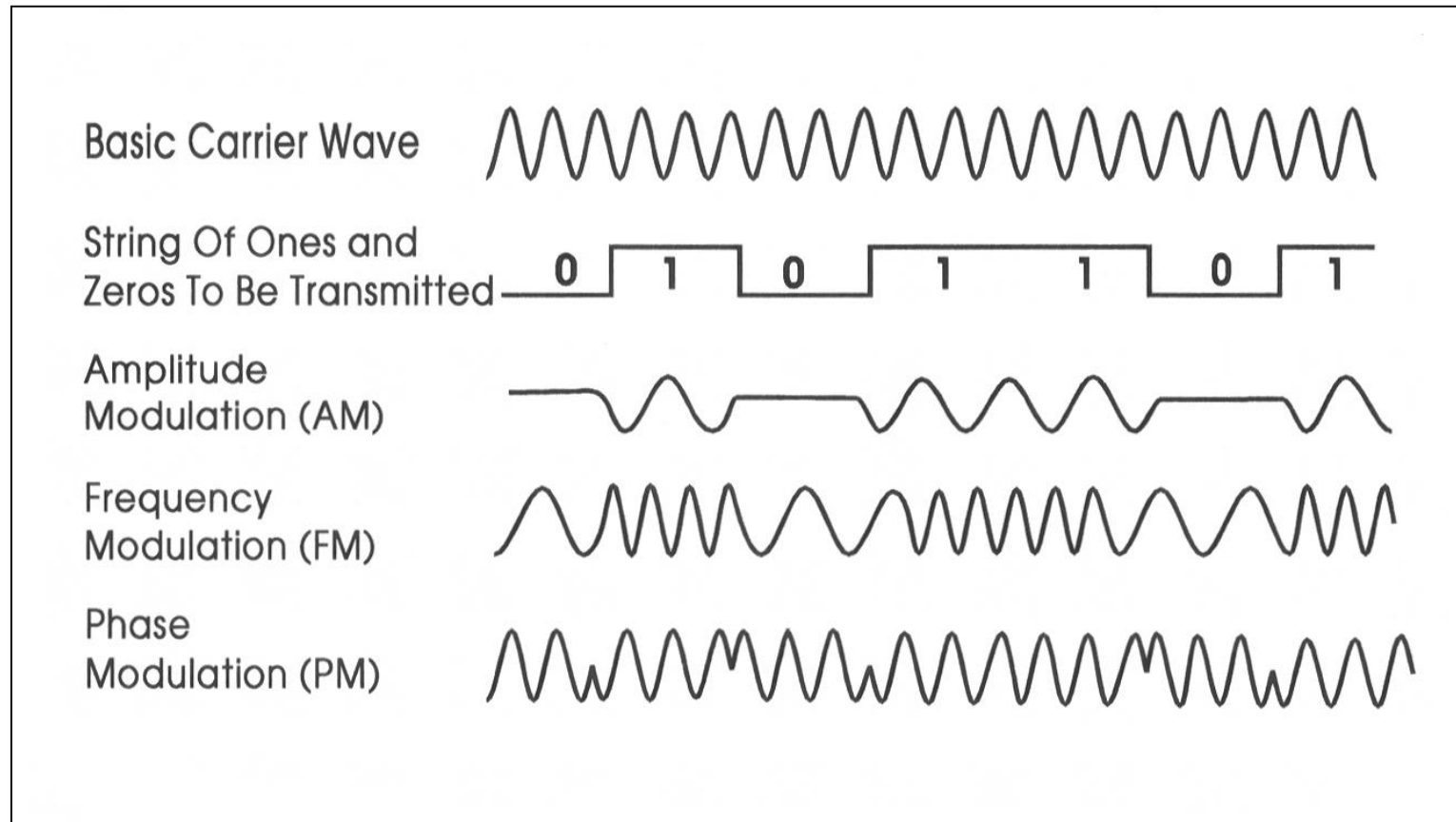
GPS interferenziale - misure di fase

- La modalità interferenziale prevede la **misura del ritardo di fase** della portante L1 (o delle due portanti L1 ed L2), accumulato nel percorso satellite - antenna a terra, e calcolato rispetto una sinusoide di uguale frequenza generata nel ricevitore della stazione stessa.
- Per far ciò viene eseguita una **correlazione incrociata** fra il segnale C/A o quello P generati nel ricevitore e l'onda ricevuta (procedura che consente comunque di ottenere gli pseudorange e quindi le coordinate del punto incognito)

- Eseguita tale correlazione, **il segnale generato localmente è centrato su quello ricevuto**: è allora possibile sottrarre dalla portante ricevuta il segnale ricevuto nel ricevitore.
- Ottenuta la portante pura, la sua fase viene confrontata con quella di una senoide della stessa frequenza generata localmente, il che può essere fatto solo sulla L1 o su entrambe le portanti.

- Il sistema di misura di fase risolve un ciclo di fase (2π) in circa 360 parti cosicché la distanza satellite - stazione viene misurata con **un'incertezza strumentale dell'ordine del mm.**

Modulazione di fase



Portante pura, sequenza del codice binario C/A, e modulazioni della portante in ampiezza, frequenza e modulazione di fase

Pseudorange lisciato con le misure di fase - Phase smoothed pseudorange

- Come osservabili vengono utilizzate sia le misure pseudorange che le misure di fase.
- Lo pseudorange lisciato di fase all'epoca t_i è un filtro costituito da una combinazione lineare dello pseudorange all'epoca t_i con peso w_1 e dello pseudorange lisciato a t_{i-1} calcolato per l'epoca t_i , utilizzando la differenza di fase nell'intervallo $(t_i - t_{i-1})$ con un peso w .

- Inizio delle osservazioni: $w1 = 1.00$ $w2 = 0.00$
($w1 + w2 = 1$)

.

.

.

.

.

.

- Dopo circa 100 misure $w1 = 0.01$ $w2 = 0.99$

Se durante le osservazioni interviene un cycle slip, i pesi vengono posti a:

$$w1 = 1.00 \qquad w2 = 0.00$$

cioè il filtro viene reinizializzato.

GPS interferenziale

- La differenza di fase che viene misurata nella stazione i-esima fra la locale copia e la portante emessa dal satellite è data da:

$$\Delta\varphi = 2\pi f \cdot \frac{\rho_i^j}{v_i^j} - \varphi_i + \varphi^j$$

- Dalla quale si ricava l'espressione della distanza terra-satellite:

$$\rho_i^j = N_i^j \lambda_i^j + k_i^j \lambda_i^j + \frac{\varphi_i}{2\pi} \lambda_i^j - \frac{\varphi^j}{2\pi} \lambda_i^j$$

essendo:

λ	lunghezza d'onda media della portante;
N	numero intero di lunghezze d'onda comprese tra il satellite e la stazione a terra, detto "ambiguità"
k	frazione di lunghezza d'onda, misurata a partire dall'istante iniziale, $0 < k < 1$;
φ_j	fase della portante in partenza dal satellite;
φ_i	fase della sinusoide di riferimento.

Differenza prima

- La differenza fra due osservazioni eseguite all'epoca t_0 dalle stazioni a terra i e $i+1$ al satellite j è detta **differenza prima** ed è priva del termine relativo alla fase del satellite:

$$\rho_i^j - \rho_{i+1}^j = (\lambda N_i^j + \lambda k_i^j + \frac{\varphi_i}{2\pi} \lambda) - \left(\lambda N_{i+1}^j + \lambda k_{i+1}^j + \frac{\varphi_{i+1}}{2\pi} \lambda \right)$$

Differenze seconde

- L'equazione alle **differenze seconde** delle osservazioni eseguite in un'epoca generica t da due stazioni a terra i ed $i+1$ rispetto due satelliti S_j, S_{j+1} è data da:

$$\rho_i^j - \rho_i^{j+1} - \rho_{i+1}^j + \rho_{i+1}^{j+1} = (N_i^j - N_i^{j+1} - N_{i+1}^j + N_{i+1}^{j+1})\lambda + \\ + (n_i^j - n_i^{j+1} - n_{i+1}^j + n_{i+1}^{j+1})\lambda + (k_i^j - k_i^{j+1} - k_{i+1}^j + k_{i+1}^{j+1})\lambda + \varepsilon$$

con: k_{ij} variazione di frazione di ciclo, termine noto;
variazione di cicli avvenuta a seguito dello
 n_{ij} spostamento dei satelliti sull'orbita fra l'istante t
e $t+1$, termine noto;
termine d'errore che tiene conto di tutte le
componenti di errore non differenziate (errori
ionosferici, troposferici, di orologio, d'orbita etc.)

- L'equazione alle differenze seconde contiene come incognite, oltre alle coordinate delle stazioni, la combinazione delle ambiguità.

Differenza tripla

- Eseguendo un'ulteriore differenziazione di due differenze seconde calcolate per due epoche successive t e $t+1$, si ottiene la cosiddetta ***differenza tripla***, che, nell'ipotesi non venga perduto il contatto con i satelliti (*cycle slip*), è priva del termine relativo alle ambiguità:

$$\begin{aligned} & \left[\rho_i^j - \rho_i^{j+1} - \rho_{i+1}^j + \rho_{i+1}^{j+1} \right]_{t+1} - \left[\rho_i^j - \rho_i^{j+1} - \rho_{i+1}^j + \rho_{i+1}^{j+1} \right]_t = \\ & \left[\left(n_i^j - n_i^{j+1} - n_{i+1}^j + n_{i+1}^{j+1} \right) \lambda + \left(k_i^j - k_i^{j+1} - k_{i+1}^j + k_{i+1}^{j+1} \right) \lambda \right]_{t+1} \\ & - \left[\left(n_i^j - n_i^{j+1} - n_{i+1}^j + n_{i+1}^{j+1} \right) \lambda + \left(k_i^j - k_i^{j+1} - k_{i+1}^j + k_{i+1}^{j+1} \right) \lambda \right]_t + \varepsilon^* \end{aligned}$$

- Tre equazioni alle differenze triple consentono di calcolare le coordinate della stazione i rispetto alla stazione $i+1$, ovvero le componenti cartesiane x , y , z del vettore “baseline” fra le due stazioni.
- Questo calcolo viene utilizzato nell'elaborazione statica di una base fra due o più ricevitori

- Con una serie di iterazioni ai minimi quadrati vengono calcolate le coordinate approssimate che vengono inserite nel set di equazioni alle differenze seconde per il calcolo, anche qui con procedura ai minimi quadrati sul set di osservazioni, dei valori delle ambiguità.
- Tali valori vengono quindi approssimati ai valori interi e successivamente utilizzati per ricalcolare le componenti del vettore fra le due stazioni.

Errori nelle misure GPS

- I principali errori nelle misure GPS possono essere suddivisi nei seguenti gruppi:
- 1) *Errori legati ai satelliti*
 - errori di orologio
 - errori di posizione dei satelliti
 - errori legati alla geometria dei satelliti

Errori nelle misure GPS

- *2) Errori legati alla propagazione del segnale in atmosfera*
 - errore ionosferico
 - errore troposferico

Errori nelle misure GPS

- 3) *Errori legati alla strumentazione a terra*

- Antenne:

- errore legato all'instabilità del centro di fase

- errore legato all'eccentricità del centro di fase

Errori nelle misure GPS

- Ricevitori:

- errore di orologio del ricevitore
- errore intrinseco di misura
- errore legato all'intervallo di filtraggio delle osservazioni

- 4) *Errori indotti dalle condizioni ambientali:*

- multipaths

Precisioni misure pseudorange

FONTE DI ERRORE	Errore (m)
Errore di orologio satellite	3.00
Errore di effemeridi	2.50
Errore ionosferico	10.00
Errore troposferico	1.00
Rumore del ricevitore	1.25
Multipath	variabile
UERE (total User Equivalent Range Error)	10.90
HDOP 1.5, VDOP 2.5	
Precisione orizzontale	16.35
Precisione verticale	27.25
Precisione 3D	31.78 ⁴

⁴ Ipotizzando un errore di multipath pari ad 1 m (in realtà tale errore ha valori anche molto più elevati, raggiungendo, su superficie ghiacciata, anche i 50 m).

- Precisioni ottenibili con l'utilizzo del codice C/A (SPS - Standard Positioning Service) e con il codice P (PPS - Precise Positioning Service):

Posizionamento del singolo punto GPS (precisione 1σ)	
- C/A code (SPS)	10 m
- P (Y) code (PPS)	5 m

Errori di orologio

- Da un punto di vista teorico, un orologio perfetto è costituito da un oscillatore avente frequenza costante e da un contatore che conteggia il numero di cicli. Gli oscillatori impiegati per generare i segnali e per misurare il tempo nei satelliti e nei ricevitori dovrebbero quindi possedere due requisiti:
 - la stabilità nel tempo;
 - il sincronismo rispetto al tempo GPS;

Errori di orologio

- tali condizioni non sono indipendenti dal momento che, ipotizzando di aver sincronizzato tutti gli oscillatori ad una certa epoca, la sincronizzazione può mantenersi solo se è garantita una adeguata stabilità, ovvero se le loro frequenze rimangono sufficientemente costanti nel tempo.

Errori di orologio

- Dal punto di vista pratico, però, non è possibile realizzare una sincronizzazione perfetta e comunque non potrebbe essere conservata poiché non esistono oscillatori a frequenza costante, ma solo oscillatori molto stabili.
- L'impossibilità di soddisfare i requisiti sopra esposti causa gli errori di orologio

Errori di orologio

- In genere gli errori di sincronizzazione più elevati si verificano tra i satelliti ed un ricevitore oppure tra ricevitori diversi, anche se della stessa casa.
- I difetti di sincronizzazione tra satelliti sono piuttosto contenuti essendo essi dotati di quattro oscillatori molto stabili, di cui due al rubidio e due al cesio

Errori di orologio

- nominalmente la sincronizzazione fra satelliti dovrebbe essere mantenuta entro i 20 ns e con il tempo GPS entro 100 ns e la deriva é dell'ordine di 2×10^{13} parti su 105 secondi.
- nella soluzione alle differenze seconde gli asincronismi con e tra gli orologi dei satelliti vengono eliminati, mentre nelle correzioni DGPS trasmesse in RTCM, essi sono inclusi in tutti gli altri errori.

Errori di posizione dei satelliti

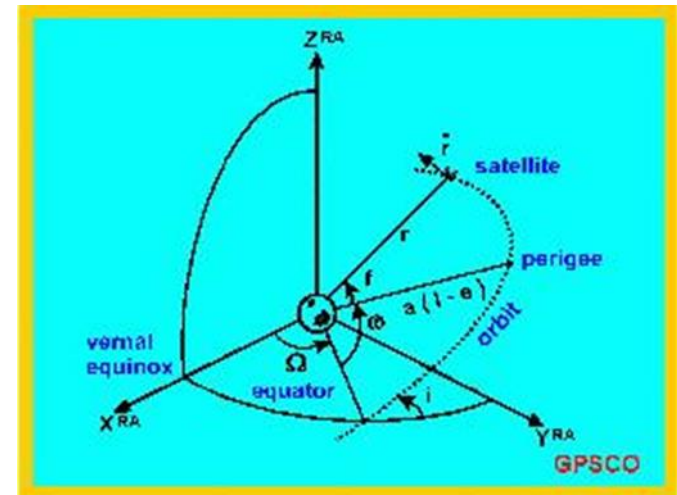
- Le informazioni sulla posizione dei satelliti sono trasmesse al ricevitore mediante un messaggio navigazionale pseudocasuale (codice D) con frequenza 50 Hz.
- Tale messaggio contiene oltre ad informazioni relative ai parametri di correzione dell'orologio, all'almanacco ed allo stato di salute dei satelliti, le effemeridi degli stessi in ricezione espresse in forma di parametri kepleriani la cui validità è limitata nel tempo.

Errori di posizione dei satelliti

- Tali effemeridi sono chiamate effemeridi predette e vengono calcolate compensando ai minimi quadrati i dati relativi alla settimana precedente e i dati relativi alle 12-24 ore precedenti
- La precisione delle effemeridi predette è di 10 ÷ 20 metri

Effemeridi precise

- Una precisione maggiore sulla posizione dei satelliti viene fornita dalle effemeridi precise che vengono calcolate presso le stazioni di monitoraggio del segmento di controllo in base ai dati effettivi registrati; in questo caso si ottengono delle orbite interpolate e non estrapolate, con una precisione di $5 \div 10$ metri.



- Questi errori si propagano direttamente sulle coordinate GPS Stand-alone, cioè ottenute utilizzando un unico ricevitore, mentre si propagano sulla distanza misurata fra due punti secondo la legge (Beutler, 1987):

$$db : b = dr : \rho$$

con:

ρ	distanza punto a terra - satellite
dr	errore nella posizione del satellite sull'orbita,
b	lunghezza della base,
db	errore nella misura della base.

Errore relativo sulla lunghezza della base in funzione dell'errore d'orbita

dr (m)	Db/b (ppm)
125.0	5
25.0	1
12.5	0.5
2.5	0.1

- Ipotizzando una distanza fra ricevitore fisso a terra e ricevitore mobile di 50 km ed un errore d'orbita di 2,5 metri l'errore sulla lunghezza della base è di 5 cm.

PPS e SPS

- Attualmente esistono due tipi di servizio a disposizione degli utenti: il Precise Positioning Service (PPS) ad uso degli utenti autorizzati e lo Standard Positioning Service (SPS) per usi civili.
- Quest'ultimo era stato progettato per fornire informazioni di posizione con un errore di 300 m, ma già con il completamento dei satelliti del 1° Blocco tale errore si rivelò significativamente più ridotto e cioè pari a circa 30 m

Selective Availability

- ciò aveva spinto il Governo USA a sviluppare un programma denominato Selective Availability (SA), che è stato introdotto nei satelliti del Blocco II°, con cui, per questioni di sicurezza, venivano degradate le prestazioni del sistema, fornendo agli utenti non autorizzati posizionamenti con un'accuratezza di circa 100 m nel 98% dei casi.

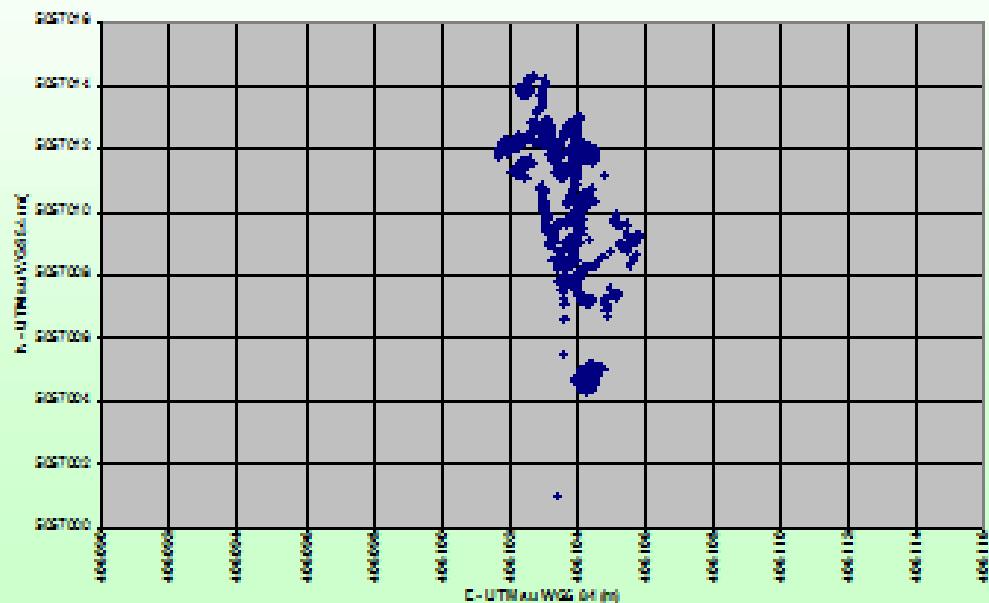
Selective Availability

- Nel rimanente 2% l'errore poteva essere superiore. Si trattava globalmente di un processo di "dithering", con un errore stocastico che influenzavano gli orologi dei satelliti e di un processo "epsilon", con una degradazione artificiale delle effemeridi (+ 50 m) e dell'errore di orologio del satellite ($\sim \pm 0,3 \mu\text{s}$) contenuto nel messaggio inviato.

- La Selective Availability dal 2 Maggio 2000 è stata abolita per decisione del Presidente Clinton con un comunicato ufficiale.
- Rimangono ovviamente, nel GPS non differenziato (stand-alone) tutti gli errori dovuti alla propagazione in atmosfera (ionosfera e troposfera) che, combinati assieme, possono dare errori anche dell'ordine delle decine di metri, l'influenza dell'errore del ricevitore, e gli errori dovuti a riflessioni multiple dei segnali GPS su superfici orizzontali e verticali (multipaths)

POSIZIONI STAND ALONE SENZA SELECTIVE AVAILABILITY

(22 Maggio 2000)



POSIZIONI STAND ALONE SENZA SELECTIVE AVAILABILITY

(2 Maggio 2000)

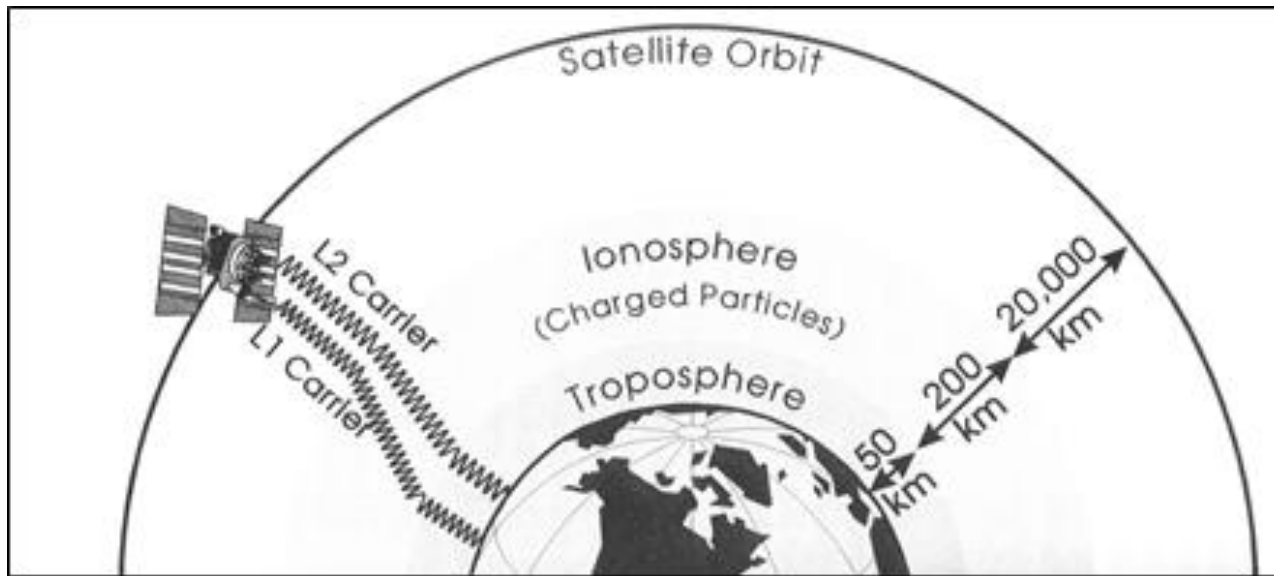
<i>UTM - WGS84</i>	<i>Coord. Nord (m)</i>	<i>Coord. Est (m)</i>	<i>Quota ellissoidica (m)</i>
<i>Coordinate del verice</i>	5057002.301	406107.398	163.908
<i>Valore medio</i>	5057001.835	406107.451	163.275
<i>Differenza val medio-coordinate verice</i>	- 0.466	0.053	- 0.633
<i>sgm</i>	1.754	2.443	5.728
<i>Valore max</i>	5057012.632	4061170795	197.749
<i>Valore min</i>	5056996.806	406101.083	140.589
<i>Δmax-min</i>	15.826	16.412	57.160

Parametri statistici calcolati sulle posizioni pseudorange registrate in una sessione di 15 ore utilizzando un ricevitore Novatel MLL Lemmon ed un'antenna choke ring

Errori legati alla propagazione del segnale in atmosfera

- La propagazione degli errori ionosferici e troposferici dipende dalla propagazione del segnale e dalla struttura dell'atmosfera.
- A causa delle differenti posizioni occupate dai ricevitori a terra i segnali seguono cammini diversi e con condizioni atmosferiche non omogenee;
- le misure differenziali sono affette pertanto da un errore residuo la cui entità dipende dalle condizioni atmosferiche locali, dalla posizione dei satelliti e dalla lunghezza della base fra i due ricevitori.

Errore ionosferico



- Gli errori di propagazione del segnale in ionosfera sono fortemente correlati al contenuto di elettroni liberi in uno strato ad altezza compresa fra circa 70 km e 1000 km. Essi dipendono dalla lunghezza d'onda e possono quindi essere misurati utilizzando ricevitori a doppia frequenza (L1 ed L2).

Errore ionosferico

- Il ritardo di propagazione è inversamente proporzionale al quadrato della frequenza. Considerata dunque la propagazione lungo un determinato percorso, i ritardi sulle due portanti L1 ed L2 sono rispettivamente:

$$\Delta t_1 = \cos t \frac{M}{f_1^2}$$

$$\Delta t_2 = \cos t \frac{M}{f_2^2}$$

Errore ionosferico

- dove f_1 ed f_2 sono le frequenze delle due portanti, ed M è la densità degli elettroni.
- Quindi misurando la differenza fra tali ritardi si può ricavare la costante della proporzionalità inversa :

$$M = \frac{1}{A} \frac{(\Delta t_1 - \Delta t_2)}{\left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right)}$$

Errore ionosferico

- Si può verificare che la combinazione lineare delle due equazioni che si ricavano, con i coefficienti α_1 e α_2 :

$$\rho_i^J - \alpha_1 N_1 - \alpha_2 N_2 = \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2$$

- è priva sia delle incognite di fase che degli effetti dei ritardi ionosferici (soluzione iono-free) (Goad 1986).

Errore ionosferico

- Utilizzando ricevitori a singola frequenza gli errori vengono corretti tramite modelli: per gli usi operativi viene largamente utilizzato quello di Klobuchar (Klobuchar, 1986) che richiede ridotti tempi di calcolo. Esso modella il ritardo del codice sommando un valore costante per quanto riguarda le ore notturne e una funzione cosinusoidale per le ore diurne.

Errore ionosferico

- I parametri per le correzioni di questo modello alle condizioni attuali vengono aggiornati settimanalmente o mensilmente e sono trasmessi nei dati GPS. Parametri addizionali sono l'elevazione e l'azimut dei satelliti e la posizione dell'utilizzatore. Il modello presenta inesattezze nelle prime ore del mattino e in tarda serata.

Errore ionosferico

- Le precisioni di questo modello sono del $50 \div 75\%$. Per ottenere precisioni più elevate bisogna utilizzare modelli più sofisticati (Bent, 1973) o misure doppia frequenza. Il ritardo ionosferico comporta un errore nella misura della distanza di varie decine di metri. D'altra parte gli effetti ionosferici non hanno una natura localizzata e pertanto non producono residui apprezzabili per basi inferiori a 100 km.

Errore troposferico

- L'influenza dell'errore troposferico ha natura maggiormente locale ed è principalmente dovuta alle variazioni del coefficiente di rifrazione troposferico in una fascia che va dalla quota del ricevitore fino a circa 70 km, costituita essenzialmente da aria secca e da vapore acqueo.

Errore troposferico

- In questa zona si evidenzia una curvatura del cammino di propagazione del segnale e un decremento della velocità dell'onda elettromagnetica. L'indice di rifrazione dipende dalla pressione barometrica, dalla temperatura e dall'umidità. Esso varia inoltre significativamente con la quota.

Errore troposferico

- Il modello di rifrattività che viene usualmente preso in considerazione è quello di Saastamoinen (Beutler et al., 1987):

$$\Delta r = 2.28 * (P + (1255 / (273 + T) + 0.05) * e)$$

- dove Δr rappresenta la correzione, in mm, dovuta alla rifrazione per una misura stazione - satellite GPS con il satellite allo zenit, P , T , ed e sono la pressione atmosferica in mmbar, la temperatura in gradi Celsius e la pressione del vapore acqueo in mmbar.

Errore troposferico

- Quest'ultima può essere calcolata dall'umidità relativa H dalla formula seguente:

$$e = H / 100 * \exp\left(-37.2465 + .21366 * (T + 273) - .000256988 * (T + 273)^2\right)$$

- Si calcola facilmente che la correzione è rispettivamente di 3 mm, 2 mm, 0.6 mm per errori di misura di un grado Celsius, 1 mmbar e 1% di umidità.

Errore troposferico

- E' universalmente accettato, nella pratica, che il modello di Saastamoinen, o altri modelli, hanno validità macroscopica, cioè sull'intero globo, e falliscono localmente.
- L'influenza dell'errore troposferico è fortemente dipendente dall'elevazione dei satelliti e dalla temperatura.

Errore troposferico

- Per gradienti di temperatura orizzontali inferiori ad 1° su 100 km ed elevazioni satellitari superiori a 10° , l'errore residuo non eccede il valore di 0,4 m per basi fino a 500 km. In condizioni meteorologiche estreme (ad esempio durante un temporale) questo errore residuo può però raggiungere valori più elevati.

Multipath

- Gli errori cosiddetti da multipaths sono dovuti all'interferenza nell'antenna fra il segnale diretto proveniente dal satellite ed il segnale riflesso da una o più superfici a terra. L'entità di tali errori varia a seconda che si considerino le misure pseudorange, che risultano sperimentalmente più sensibili a tali effetti, o quelle di fase.

Multipath

- Svariate indagini sono state eseguite fino ad ora per individuare le caratteristiche degli errori indotti da multipaths, definire e quantificare i loro effetti sulle misure di pseudorange e di fase. In particolare, gli esperimenti svolti da P. Briggs (1993) hanno dimostrato che l'interferenza tra segnale GPS diretto e riflesso, oltre a generare variazioni cicliche di forte entità della misura della distanza ricevitore - satellite, produce errori totalmente scorrelati anche nel caso in cui si eseguano misure pseudorange utilizzando due ricevitori uguali collegati a due antenne distanziate di soli due metri.

Multipath

- Ulteriori esperimenti condotti in aperta campagna, in prossimità di un aeroporto e sul tetto di un edificio in ambiente urbano (presenza di numerosi edifici e traffico in movimento), hanno sottolineato che le condizioni ambientali influenzano significativamente le misure pseudorange sulle quali si manifestano errori di ampiezza rispettivamente pari a ± 10 m, ± 20 m, ± 40 m.

Multipath

- Inoltre, è stato dimostrato sperimentalmente che gli errori sugli pseudorange indotti dalla presenza di superfici riflettenti hanno la caratteristica di essere ripetibili sia in frequenza di oscillazione che in ampiezza se le sessioni di osservazione sono omogenee, cioè condotte utilizzando sempre la medesima costellazione di satelliti, e se la configurazione geometrica delle antenne collegate ai ricevitori rimane la stessa.

Multipath

- Per quanto riguarda le *misure di fase* l'errore ε , dovuto al multipath varia con la legge (Georgiadou, Kleusberg; Jiyu):

$$\varepsilon = \arctan ((\sin \theta)/(1/a) + \cos(\theta))$$

essendo:

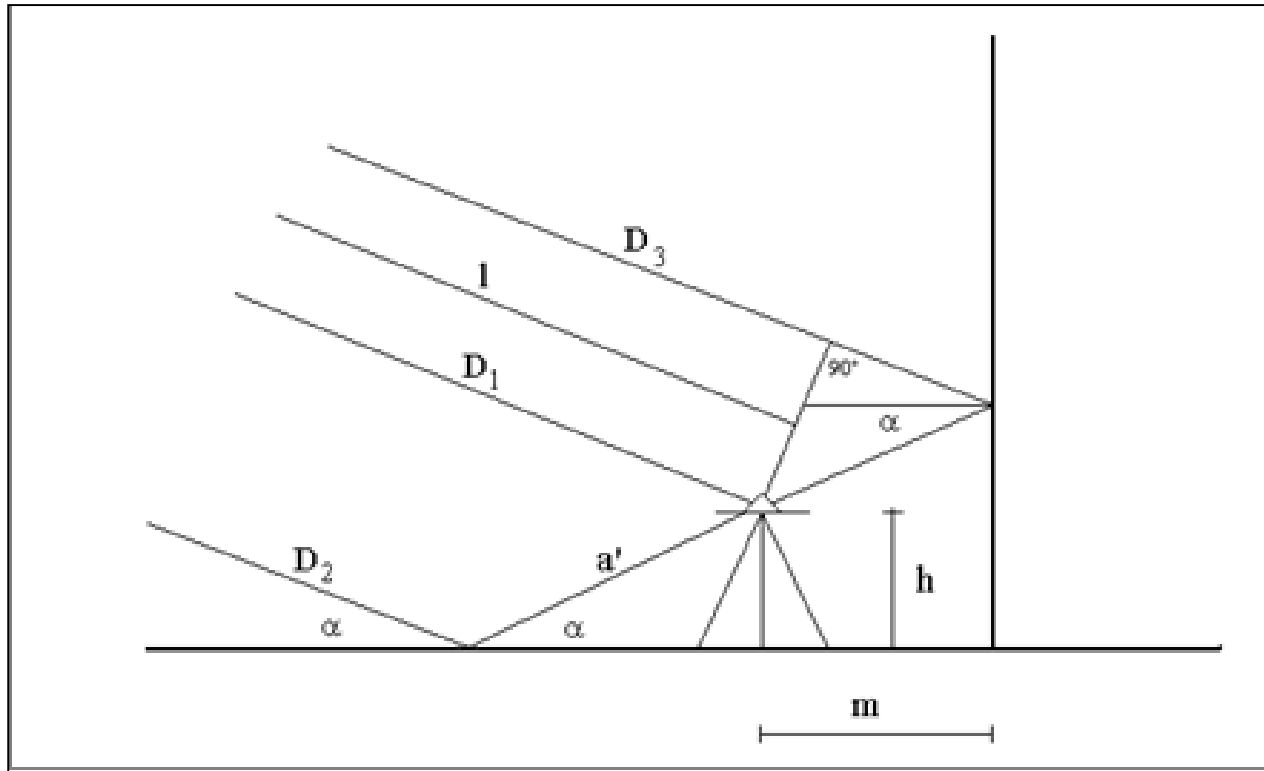
a il rapporto tra l'ampiezza del segnale riflesso rispetto a quello diretto, $a \leq 1$;

θ la differenza di fase fra il segnale diretto e quello riflesso.

Multipath

- ε raggiunge il valore massimo quando segnale diretto e riflesso sono in quadratura, cioè ε è un quarto di giro ed il riflettore ha massimo potere riflettente, cioè $a = 1$; in questo caso ε vale un ottavo di ciclo ovvero l'errore è di un ottavo di lunghezza d'onda cioè 2,5 cm circa; in gran parte dei casi osservati, questa è la massima ampiezza del rumore periodico, ma sono stati rilevati anche casi con ampiezza doppia forse dovuti ad altre cause, per esempio fluttuazioni di rifrattività.

Multipath



L'errore da multipath:
posizioni reciproche antenna GPS – superfici riflettenti

Multipath

- Considerando che la periodicità dell'errore dipende solo dalla variazione di α e quindi dalla relazione geometrica fra satelliti e superfici riflettenti:

$$\theta = (4 \pi h / \lambda) \sin \alpha$$

sup. riflettente orizzontale

$$\theta = (4 \pi m / \lambda) \cos \alpha$$

sup. riflettente verticale

- λ è la lunghezza d'onda della portante usata (L_1 o L_2); h l'altezza antenna, m la distanza antenna-superficie riflettente verticale, α l'angolo di elevazione dei satelliti.

Parametri statistici – PDOP

- Oltre che dall'influenza degli errori fino a qui visti, la precisione di una misura GPS dipende anche dalla disposizione dei satelliti nello spazio durante l'intervallo scelto per le osservazioni.
- Questa dipendenza viene espressa tramite un parametro geometrico chiamato **PDOP (Positioning Dilution of Precision)** che rappresenta il contributo della configurazione geometrica alla accuratezza del posizionamento.

Parametri statistici – PDOP

- In pratica indicando con σ_0 la precisione delle misure, la precisione nel posizionamento tridimensionale σ è data da:

$$\sigma_{\text{posizionamento}} = \sigma_0 \cdot PDOP$$

- Il *PDOP* rappresenta la radice quadrata della traccia della matrice di varianza – covarianza delle coordinate del punto a cui si riferisce:

$$PDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$$

Parametri statistici – PDOP

Migliore è la configurazione satellitare scelta e minore è il valore del PDOP ad essa associato, e di conseguenza migliore è il risultato nel posizionamento che si può ottenere, a parità di altre fonti di errore.

Una buona configurazione satellitare è quella con un numero di satelliti sovrabbondanti (> 4) e ben distribuiti spazialmente all'interno della semisfera cui appartiene il punto di osservazione.

Oltre al PDOP vi sono altri tipi di DOP, relativamente alle grandezze considerate:

$$GDOP(\text{Geometric DOP}) = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_t^2}$$

Parametri statistici – PDOP

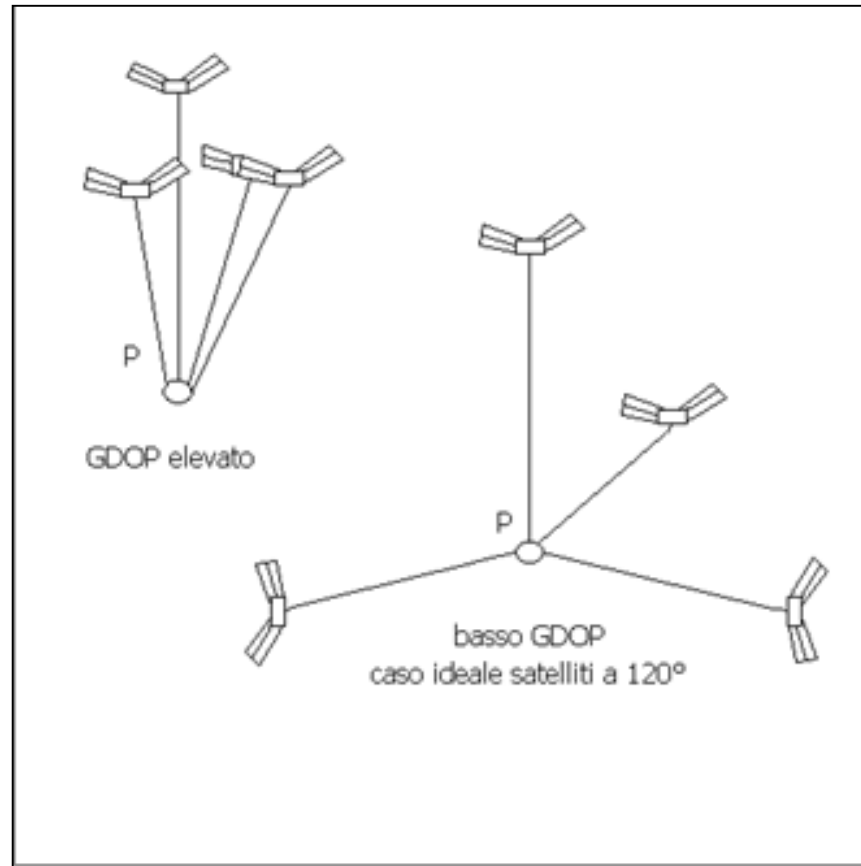
$$HDOP(Horizontal\ DOP) = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

$$VDOP(Vertical\ DOP) = \sigma_z$$

$$TDOP(Time\ DOP) = \sigma_t$$

I valori dei vari tipi di DOP vengono forniti dai diversi software in commercio per un dato giorno, intervallo di osservazione e per una data posizione approssimata in coordinate geografiche. Conoscerne preventivamente il valore può essere molto utile per la programmazione delle osservazioni sia statiche che cinematiche; in particolare per queste ultime è molto importante scegliere accuratamente la costellazione da utilizzare tenendo conto del fatto che, ovviamente, i satelliti bassi sull'orizzonte vengono eclissati più facilmente dagli ostacoli durante il movimento.

Parametri statistici – PDOP



Esempi di configurazioni satellitari ed influenza sul parametro GDOP (3D Geometrical PDOP)