 ISBN 978-88-08-18229-6

pico della posizione della palla ripresa a intervalli di 0,25 s a comin-
'e dall'istante di lancio $t = 0$. (a) Qual è in modulo la velocità iniziale
la palla? (b) E quant'è in corrispondenza del culmine dalla traiettoria?
Quant'è la massima altezza raggiunta?

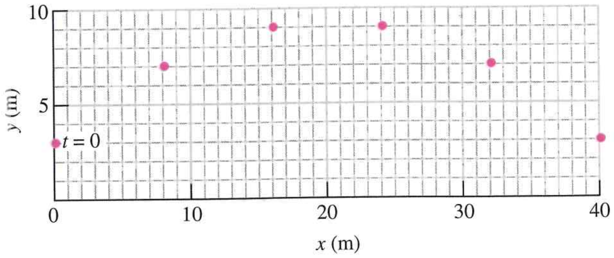


Figura 4.39 Problema 69.

Un'aerostazione ha un *tapis roulant* per trasferire rapidamente i pas-
;geri in un lungo corridoio. Livio, che cammina nel corridoio senza
ıre il marciapiede mobile, impiega 150 s per percorrerlo. Cosimo, che
ne sta fermo sul tapis roulant, copre la stessa distanza in 70 s. Maria
ı solo usa il tapis roulant, ma cammina nello stesso verso, allo stesso
ıso di Livio. Quanto tempo impiegherà Maria?

Un giocatore calcia il pallone che resta in aria per 4,5 s e atterra a
m di distanza. Supposto che lasci il piede del calciatore quando si
va a un'altezza di 150 cm da terra, determinare (a) il modulo e (b)
ngolo rispetto al piano orizzontale della velocità iniziale del pallone.

La polizia usa talvolta aeroplani per far rispettare i limiti di velocità
le autostrade. Supponiamo che uno di questi aerei abbia una velocità
petto all'aria di 220 km/h. Sta volando verso nord, tenendosi costante-
:nte sopra una autostrada diretta nord/sud. Un assistente da terra infor-
ı il pilota che si è levato un vento di 114 km/h, dimenticando però di
licarne la direzione. Il pilota osserva che, nonostante il vento, l'aereo
ò ancora volare lungo l'autostrada alla velocità di 220 km/h. In altre
role, riesce a tenere, rispetto al terreno, la sua velocità normale in aria
lma. (a) Qual è la direzione del vento? (b) Qual è l'angolo di prora
ll'aereo, ossia l'angolo fra il suo asse longitudinale e l'autostrada?

. Un satellite artificiale viaggia su un'orbita circolare alla quota di 640
ı sopra la superficie terrestre. Il periodo di rivoluzione è di
,0 min. (a) Qual è la velocità del satellite? (b) Qual è il modulo
ll'accelerazione centripeta cui è sottoposto il satellite?

. Un astronauta sta girando in una centrifuga su un raggio di 5,0 m (a)
ıal è la sua velocità scalare se l'accelerazione è $7{,}0g$? (b) Quanti giri
minuto corrispondono a questa accelerazione? (c) Qual è il periodo di
tazione?

. (a) Qual è l'accelerazione centripeta dovuta alla rotazione della
:rra per un oggetto che si trova sull'equatore? (b) Quale dovrebbe
sere il periodo di rotazione della Terra affinché questa accelerazione
ı uguale a 9,8 m/s^2?

. Un ascensore sale a velocità costante di 10 m/s. Un ragazzo a bordo
ıara verticalmente in alto da un'altezza di 2,0 m sopra il pavimento
della cabina scoperta quando questo si trova a 28 m dal suolo. Il proiettile ha velocità iniziale rispetto alla cabina di 20 m/s. (a) Che altezza massima dal suolo raggiunge? (b) Quanto tempo impiega a ricadere sul pavimento della cabina?

77. Una persona sale in 90 s una scala mobile ferma lunga 15 m. La stessa persona, stando ferma sulla scala mobile quando è in movimento, arriva in cima dal fondo in 60 s. Quanto tempo impiegherebbe per salire, camminando sempre allo stesso passo, mentre la scala è in movimento? La risposta dipende dalla lunghezza della scala?

78. Un'auto gira su una circonferenza orizzontale a velocità scalare costante di 12 m/s. A un certo punto subisce un'accelerazione di 3 m/s^2 diretta verso est. Qual è in tale istante il suo vettore posizione nel caso che giri in senso (a) orario o (b) antiorario?

79. A quale velocità iniziale il giocatore di pallacanestro della figura 4.40 deve tirare la palla, con un angolo di elevazione $\theta_0 = 55°$, per centrare direttamente il canestro senza rimbalzo? Si assuma d_1 = 0,3 m, d_2 = 4,2 m, h_1 = 2,1 m e h_2 = 3,0 m.

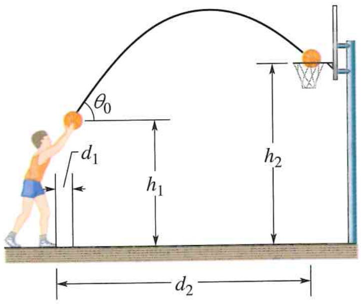


Figura 4.40 Problema 79.

80. Un elicottero sta volando in linea retta su un terreno piano a velocità costante di 6,2 m/s e a una quota, anch'essa costante, di 9,5 m. Un pacco viene lanciato fuori, orizzontalmente, dall'elicottero con velocità relativa all'elicottero di 12 m/s diretta in senso opposto alla rotta. (a) Trovate la velocità iniziale del pacco rispetto al terreno. (b) Qual è la distanza orizzontale fra il pacco e l'elicottero al momento dell'impatto col terreno? (c) Visto da terra, quale angolo col terreno forma il vettore velocità del pacco un istante prima di toccar terra?

81. Dall'alto di una rupe lanciate una palla con velocità iniziale di 15,0 m/s e alzo di 20,0°. Calcolare la posizione 2,30 s dopo il lancio esplicitando la sua componente (a) orizzontale e (b) verticale.

82. Un volo intercontinentale di 4350 km prevede che il tempo di volo, quando viene effettuato verso est, sia di 50 min più breve che nel senso opposto. La velocità dell'aereo rispetto all'aria è fissata in 966 km/h e la *corrente a getto* dell'alta troposfera si presume che soffi costantemente verso est. Qual è la velocità attesa di tale corrente a getto?

CAPITOLO 5

Forza e moto – 1

5.1 PRIMA E SECONDA LEGGE DI NEWTON

Obiettivi di apprendimento

Dopo aver letto questo paragrafo dovreste essere in grado di…

5.01 Capire che la forza è una grandezza vettoriale, dotata pertanto di modulo, direzione e verso, nonché scomponibile in componenti.
5.02 Sommare le forze come *vettori* per ottenere la forza risultante, quando siano date due o più forze che agiscono su una medesima particella.
5.03 Conoscere la prima e la seconda legge di Newton riguardanti il moto.
5.04 Riconoscere i sistemi di riferimento inerziali.
5.05 Disegnare un diagramma delle forze per un corpo, riducendolo a un corpo puntiforme e tracciando le forze agenti su di esso come vettori con le loro code coincidenti con il corpo.
5.06 Applicare la relazione (seconda legge di Newton) che lega la forza risultante netta agente su un corpo alla sua massa e all'accelerazione che ne deriva.
5.07 Rendervi conto che sono in grado di accelerare un corpo solo le forze *esterne* agenti su di esso.

Idee chiave

- Un oggetto sottoposto a una o più forze può variare la sua velocità, ossia può accelerare. La meccanica newtoniana mette in relazione le forze con le accelerazioni.
- La forza è una grandezza vettoriale. Il suo modulo è definito in funzione dell'accelerazione che essa imprimerebbe alla massa campione di 1 kg. La forza capace di imprimere a tale massa un'accelerazione di 1 m/s^2 ha per definizione l'intensità di 1 N (newton). La direzione e il verso della forza sono quelli dell'accelerazione impressa. Le forze si combinano secondo le regole dell'algebra vettoriale. Si dice forza netta o risultante la somma vettoriale di tutte le forze che agiscono su un corpo.
- Quando la forza risultante agente su un corpo è nulla, il corpo o persiste a rimanere fermo se lo era oppure mantiene la propria velocità uniforme se questa non era nulla.
- I sistemi di riferimento in cui vale la meccanica newtoniana si dicono *inerziali*. Quelli in cui essa non vale prendono il nome di sistemi non inerziali.
- La massa di un corpo è quella proprietà del corpo che lega la sua accelerazione alla forza netta agente su di esso. La massa è una grandezza scalare.
- La forza risultante netta $\vec{F}_{net}$ agente su un corpo di massa m imprime al corpo un'accelerazione $\vec{a}$ data da

$$\boldsymbol{F}_{\text{net}} = m\boldsymbol{a},$$

che si può esprimere tramite le sue componenti

$$F_{\text{net},\,x} = ma_x \qquad F_{\text{net},\,y} = ma_y \qquad \text{e} \qquad F_{\text{net},\,z} = ma_z.$$

Dalla seconda legge discende che, nel Sistema Internazionale,

$$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

- Il diagramma delle forze è un disegno delle forze che agiscono su *un* solo corpo, rappresentato normalmente da un punto. Applicati ad esso si tracciano i vettori forza agenti sul corpo e si sovrappone poi un sistema di riferimento scelto in modo da facilitare i calcoli e la soluzione dei problemi.

L'aspetto fisico

Abbiamo visto fin qui quella parte della fisica che è lo studio del moto, e in particolare l'accelerazione, che non è altro che un cambiamento di velocità. La fisica studia anche ciò che provoca l'accelerazione di un corpo. La grandezza che rappresenta l'agente capace di provocare un'accelerazione è chiamato **forza** ed è ciò che nell'esperienza quotidiana si traduce la maggior parte delle volte nell'azione di spingere o tirare un oggetto. La forza *agisce* sul corpo e ne modifica la velocità. Per esempio, nell'accelerazione di un bolide da corsa, è la forza applicata dall'asfalto sulle ruote motrici a fornire la spinta. O, quando sul campo di gioco un difensore atterra un attaccante, è la forza applicata dal giocatore in difesa a provocare un brusco rallentamento dell'attaccante. Quando un veicolo va a sbattere contro un palo, la forza applicata da quest'ultimo sul veicolo lo costringe ad arrestarsi. Le riviste scientifiche, tecniche, legali e mediche pullulano di articoli in cui sono coinvolte forze agenti su oggetti, incluse le persone.

Attenzione. Molti studenti trovano questo capitolo più ostico dei precedenti. Una delle ragioni sta nella necessità di impiegare i vettori nelle equazioni; non possiamo sommare le forze come

ISBN 978-88-08-18229-6

scalari. Ci occorrono dunque le regole vettoriali del capitolo 3. Un altro motivo consiste nel gran numero di casi diversi che esamineremo: i corpi si muovono su pavimenti, soffitti, muri, rampe, salgono appesi a funi che si avvolgono su pulegge, scendono adagiati su ascensori, e a volte abbiamo più corpi solidali tra loro.

Per fortuna, a dispetto della gran varietà di configurazioni, nel risolvere i problemi di esercitazione l'idea chiave da applicare è sempre la stessa, la seconda legge di Newton. L'obiettivo da raggiungere, quindi, nello svolgimento di questo capitolo, è trovare il modo di applicare la seconda legge di Newton per ogni particolare situazione che ci viene presentata. Per riuscire occorre esperienza pratica, che si raggiunge abituandosi a risolvere molti problemi, e non solo enunciandoli a parole. Passiamo dunque dalle parole all'esercizio e dedichiamoci allo sviluppo di numerosi problemi svolti.

Meccanica newtoniana

La relazione concettuale tra la forza e l'accelerazione da essa provocata si deve a Isaac Newton (1642-1727) ed è l'argomento di questo capitolo. Lo studio di questa relazione, così come la presentò Newton, si chiama *meccanica newtoniana.* Porremo la nostra attenzione sulle sue tre fondamentali leggi del moto.

La meccanica newtoniana non si applica a tutti i casi. Se le velocità coinvolte nell'interazione raggiungono un'apprezzabile frazione della velocità della luce, dobbiamo sostituire la meccanica newtoniana con la teoria della relatività ristretta di Einstein, che è invece valida per qualsiasi velocità, anche prossima a quella della luce. Se i corpi interagenti hanno dimensioni a scala atomica, come gli elettroni all'interno di un atomo, la meccanica newtoniana va sostituita con la meccanica quantistica. I fisici oggi considerano la meccanica newtoniana come un caso particolare di queste due più ampie teorie. Naturalmente rimane un caso particolare di grande importanza, visto che si applica con ottimi risultati al moto di oggetti di dimensioni variabili dal molto piccolo (quasi alla scala della struttura atomica) al molto grande (oggetti come galassie e ammassi di galassie).

Prima legge di Newton

Prima che Newton formulasse le sue leggi della meccanica, si pensava che fosse necessaria qualche influenza o «forza» per far muovere un corpo a velocità costante. Si pensava allora che un corpo fosse nel suo «stato naturale» quando era in stato di quiete. Per muoversi a velocità costante, era verosimile che dovesse essere spinto da qualche agente esterno. Altrimenti avrebbe cessato «naturalmente» di muoversi.

Queste idee non sono prive di senso. Se fate scivolare un libro spingendolo su un tappeto, effettivamente a un certo punto si ferma. Se voleste farlo muovere sul tappeto a velocità costante potreste, per esempio, trascinarlo con una corda.

Se invece si fa scivolare il libro sul ghiaccio di una pista da pattinaggio, esso andrà molto più lontano. Potete immaginare superfici più lisce e più grandi, sulle quali il libro scivolerebbe sempre più lontano. Potete infine arrivare a immaginare una superficie, estremamente liscia (si dice una **superficie senza attrito**), sulla quale il libro mostrerebbe piccolissimi segni di rallentamento. Possiamo effettivamente avvicinarci a ciò in laboratorio spingendo il libro, sollevato da un sottile strato d'aria, su un piano orizzontale molto liscio.

Siamo indotti a concludere che non serve una forza per mantenere un corpo in moto a velocità costante. E questo ci porta alla prima delle tre leggi di Newton (o principi della dinamica) sul moto:

Prima legge di Newton: Se su un corpo non agisce alcuna forza, la velocità del corpo non può cambiare, ossia il corpo non può accelerare.

In altre parole, se il corpo è in stato di quiete, resterà in stato di quiete. Se il corpo si sta muovendo, continuerà a muoversi alla stessa velocità (in modulo, direzione e verso).

La forza

Prima di cominciare a risolvere i problemi sulle forze dobbiamo discutere di alcune loro caratteristiche, quali l'unità di misura, la natura vettoriale e analizzare la combinazione di forze e i casi in cui le forze sono misurabili senza farci ingannare dalle forze fittizie.

***Unità di misura*.** Definiamo l'unità di misura della forza in funzione dell'accelerazione che questa imprime a un corpo campione di riferimento. A questo corpo è stata assegnata per definizione la massa di 1 kg esatto. Poniamo il corpo campione su un tavolo orizzontale privo di attrito e tiriamo il corpo orizzontalmente (fig. 5.1) in modo che, per successive approssimazioni, otteniamo che esso subisca un'accelerazione di 1 m/s^2. Diremo allora che, per definizione, stiamo esercitando sul corpo campione una forza, la cui intensità (o modulo, o valore assoluto) è di 1 newton (abbreviato in N). Possiamo applicare una forza di 2 N al nostro corpo campione, spingendolo in modo tale che la misura della sua accelerazione risulti di 2 m/s^2, e così via: l'accelerazione risulta proporzionale alla forza. In genere vedremo che, se il corpo campione di 1 kg subisce un'accelerazione di modulo a, significa che sta agendo su di esso una forza di modulo F, e che il modulo della forza (in N) è uguale al modulo dell'accelerazione (in m/s^2). Abbiamo dunque una definizione utile dell'unità di forza.

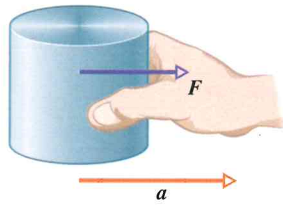


Figura 5.1 La forza $\boldsymbol{F}$ applicata a un kilogrammo campione gli imprime l'accelerazione $\boldsymbol{a}$.

***Vettori*.** La forza è un vettore, dotato di ampiezza, o modulo, direzione e verso. Ciò significa che quando due o più forze agiscono su un corpo, possiamo comporle per trovare la **forza netta** o **forza risultante**, semplicemente operando l'addizione vettoriale delle singole forze secondo le regole date nel capitolo 3. Una sola forza dunque, che presenti il modulo, la direzione e il verso della risultante di questa somma, produce sul corpo lo stesso effetto che verrebbe prodotto da tutte le forze componenti agenti insieme su di esso. Questa proprietà è detta **principio di sovrapposizione delle forze**. Il mondo sarebbe alquanto strano se, ad esempio, due persone tirassero la stessa massa campione ciascuna con la forza di 1 N nella stessa direzione e nello stesso verso, e per qualche ragione il risultato complessivo fosse uguale a quello ottenuto applicando una sola forza di 14 N con una conseguente accelerazione di 14 m/s^2!

In questo libro rappresenteremo le forze con caratteri in grassetto, per lo più con la lettera $\boldsymbol{F}$. Useremo il simbolo $\boldsymbol{F}_{\text{net}}$ per la somma vettoriale di più forze, cioè la **forza risultante** o **forza netta**. Come per gli altri vettori, una forza risultante o una forza netta hanno componenti scalari lungo gli assi coordinati.

***La prima legge di Newton*.** Possiamo sostituire la nostra presentazione precedente della prima legge o primo principio della dinamica con un'affermazione più appropriata, che fa riferimento alla forza risultante *netta*:

> **Prima legge di Newton**: Quando la forza *netta* agente su un corpo è nulla, la velocità del corpo non può cambiare, ossia il corpo non può accelerare.

Possono esserci anche molte forze che agiscono su un corpo, ma se la loro risultante è zero, il corpo non accelera. Sicché, se ci è dato sapere che la velocità di un corpo è costante, possiamo star certi che la forza netta agente su di esso è complessivamente nulla.

Sistemi di riferimento inerziali

La prima legge di Newton non è verificata in tutti i sistemi di riferimento, ma siamo sempre in grado di trovare un sistema di riferimento per il quale essa (insieme a tutta la meccanica newtoniana) sia pienamente valida. Questi sistemi sono detti **sistemi di riferimento inerziali** o semplicemente **sistemi inerziali**.

> Un sistema di riferimento è inerziale se in esso vale la prima legge di Newton.

Per esempio, possiamo assumere che il terreno sia un sistema inerziale purché sia lecito trascurare gli effetti del moto astronomico della Terra (come la sua rotazione).

Questa assunzione è valida per esempio quando spingiamo un disco da hockey su una breve pista di ghiaccio liscio privo di attrito: un osservatore coi piedi per terra troverebbe che il moto del disco obbedisce alle leggi della meccanica newtoniana. Supponete tuttavia di allungare la pista fino a farle coprire mezza circonferenza terrestre, che vada ad esempio dal polo nord al polo sud. Ebbene l'osservatore solidale con la Terra scoprirebbe che il disco durante il suo cammino in direzione sud accelera leggermente verso ovest (fig. 5.2a); eppure egli non riuscirebbe a trovare alcuna forza capace di giustificare tale deviazione. In questo caso dunque la terra **non** può essere considerata un riferimento **inerziale**, perché, per un percorso così lungo, l'effetto della sua rotazione non può essere trascurato. E difatti la sorprendente deviazione verso ovest del disco rispetto al terreno è proprio dovuta alla rotazione verso est della Terra che sorregge la pista (fig. 5.2b). In questa situazione la terra **non** costituisce sistema di riferimento **inerziale** e il tentativo di spiegare la deviazione attribuendola a

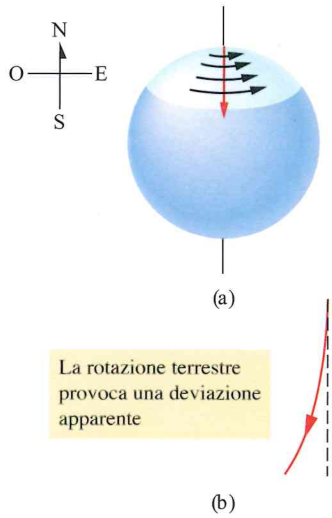


Figura 5.2 (a) Percorso (visto da un osservatore solidale con la Terra) seguito da un disco da hockey lanciato verso sud su una lunghissima pista ghiacciata priva di attrito. (b) La pista e il suolo su cui è stesa ruotano verso est insieme alla Terra, mentre il disco scivola verso sud.

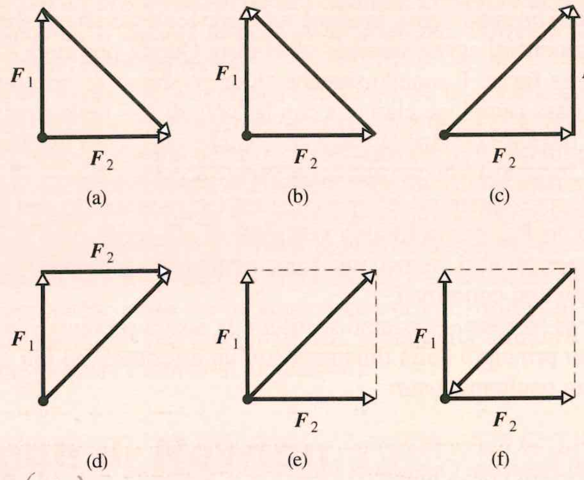
 ISBN 978-88-08-18229-6

forze porta a ipotizzare forze fittizie. Un comune esempio di come ci si potrebbe figurare la presenza di una forza che in realtà non esiste si sperimenta comunemente quando siamo in un veicolo che sta accelerando: se chiudete gli occhi e prescindete da altre sensazioni come il rumore, potreste essere convinti che a spingervi con decisione contro lo schienale sia una forza che si esercita all'indietro sul vostro corpo.

Nel seguito assumeremo in genere che il suolo sia un sistema di riferimento inerziale e che quindi si possano condurre rispetto ad esso le misure di forza e accelerazione nel rispetto delle leggi newtoniane. Se facciamo delle misure, per esempio, in un ascensore in moto accelerato rispetto al terreno, quelle misure saranno da considerarsi eseguite in un sistema non inerziale, con risultati a volte sorprendenti. Ne vedremo un esempio nel problema svolto 5.6.

VERIFICA 1

Le due forze perpendicolari $\boldsymbol{F}_1$ e $\boldsymbol{F}_2$ nella figura sono combinate in sei modi diversi. Quali di questi sono validi per ottenere una risultante corretta?



(c), (d), (e)

La massa

Dall'esperienza quotidiana sapete che, applicando una stessa forza a corpi differenti (come una pallina da ping pong e un pallone da calcio), le accelerazioni che ne risultano sono diverse. La considerazione comune che ne traiamo è corretta: subisce un'accelerazione minore il corpo di massa maggiore. Ma possiamo essere più precisi: l'accelerazione è proprio inversamente proporzionale alla massa (piuttosto che, per esempio, al quadrato della massa).

Giustifichiamo questa relazione inversa. Supponiamo, come già abbiamo fatto, di spingere il campione di massa da 1 kg con una forza di intensità 1 N. Il corpo accelera con intensità di 1 m/s^2. Poi proviamo a spingere un corpo X di massa m_X con la stessa forza e sperimentiamo che esso subisce un'accelerazione a_X 0,25 m/s^2. Poniamo dunque per ipotesi (che poi risulterà corretta) che

$$\frac{m_X}{m_0} = \frac{a_0}{a_X}.$$

Risolvendo rispetto a m_X:

$$m_X = m_0 \frac{a_0}{a_X} = (1{,}0\ \text{kg}) \frac{1{,}0\ \text{m/s}^2}{0{,}25\ \text{m/s}^2} = 4{,}0\ \text{kg}.$$

La nostra ipotesi può avere qualche utilità solo se il procedimento è coerente. Per esempio, applichiamo una forza di 8,0 N al corpo campione, ottenendo un'accelerazione di 8,0 m/s^2, e poi questa medesima forza al corpo m_X, ottenendo l'accelerazione di 2,0 m/s^2. Calcoleremmo che la massa m_X è

$$m_X = m_0 \frac{a_0}{a_X} = (1{,}0\ \text{kg}) \frac{8{,}0\ \text{m/s}^2}{2{,}0\ \text{m/s}^2} = 4{,}0\ \text{kg},$$

ciò è coerente con il nostro primo esperimento e dimostra che la nostra ipotesi è corretta.

I risultati dei nostri esperimenti indicano che la massa è una caratteristica *intrinseca* di un corpo, vale a dire una caratteristica che «nasce» col corpo stesso ed è intimamente legata alla sua esistenza. Questi risultati ci dicono anche che la massa è una grandezza scalare. Pur tuttavia permane la fastidiosa domanda: che cos'è, esattamente, la massa?

Poiché la parola *massa* è usata nel nostro linguaggio quotidiano, dovremmo comprenderla intuitivamente, magari riferendoci a qualcosa che possiamo percepire con i sensi. È per caso una dimensione del corpo, un peso o una densità? La risposta è negativa, anche se queste caratteristiche spesso sono confuse con la massa. *La massa di un corpo è la caratteristica che mette in relazione la forza applicata al corpo con l'accelerazione che ne risulta.* La massa non ha altra definizione esprimibile in linguaggio naturale che questa; l'unica circostanza in cui possiamo avere la percezione fisica della massa è il caso in cui proviamo a imprimere un'accelerazione a un corpo. Se per esempio diamo una spinta prima a una palla da baseball e poi a una palla da bowling, notiamo che esse hanno masse differenti.

Seconda legge di Newton

Le definizioni, gli esperimenti e le osservazioni che abbiamo descritto finora si possono sintetizzare in una semplice affermazione:

> **Seconda legge di Newton**: La forza netta agente su un corpo è uguale al prodotto della sua massa per l'accelerazione assunta dal corpo.

In forma di equazione:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \qquad \text{(seconda legge di Newton).} \tag{5.1}$$

Identificazione del corpo. Questa semplice equazione costituisce l'idea chiave per risolvere quasi tutti i problemi del presente capitolo. Tuttavia va usata con cautela. Anzitutto dobbiamo chiarire a che tipo di corpo intendiamo applicarla. Inoltre $\vec{F}_{\text{net}}$ è la *somma vettoriale*, o **forza netta**, risultante di *tutte* le forze che agiscono *su* quel corpo. Soltanto le forze che agiscono su quel corpo sono da includere nei calcoli. Potrebbero esserci molte forze in un problema dato; per esempio, nella mischia di una partita di rugby la forza netta esercitata sul *vostro* corpo è la somma di tutte le spinte e tutti gli strattoni che subisce il *vostro* corpo. Non deve comprendere alcuna altra forza esercitata su altri corpi né da voi né da alcun altro giocatore. Ogni volta che elaborate la soluzione di un problema sulle forze il vostro primo passo è definire con chiarezza qual è il corpo su cui volete applicare la seconda legge di Newton (o secondo principio della dinamica).

Assi separati. Come tutte le equazioni vettoriali, l'equazione 5.1 equivale a tre equazioni scalari, ottenute proiettando l'equazione su ciascuno dei tre assi di un sistema di coordinate xyz:

$$F_{\text{net},x} = ma_x \qquad F_{\text{net},y} = ma_y, \qquad \text{e} \qquad F_{\text{net},z} = ma_z. \tag{5.2}$$

Queste equazioni mettono in relazione le tre componenti della forza risultante che agisce su un corpo con le tre componenti dell'accelerazione di quel corpo. Per esempio, la prima equazione afferma che la somma di tutte le componenti delle forze lungo l'asse x genera la componente x dell'accelerazione sul corpo, ma non provoca accelerazione lungo l'asse y o l'asse z. In altre parole, a_x è correlato alla sola somma delle componenti delle forze lungo x ed è *del tutto* indipendente dalle componenti lungo altri assi.
In generale:

> La componente dell'accelerazione lungo un asse è dovuta solo dalla somma delle componenti delle forze lungo *quell'*asse, e non a componenti lungo altri assi.

Forze in equilibrio. L'equazione 5.1 afferma che, se la forza netta su un corpo è nulla, l'accelerazione del corpo è pure nulla. Se il corpo è in quiete, rimane in tale stato; se si muove, continua a muoversi a velocità costante. In questi casi eventuali forze agenti sul corpo devo-

ISBN 978-88-08-18229-6

no compensarsi tra loro e si dice che sia il corpo sia le forze sono in *equilibrio*. Comunemente si dice anche che le forze si *elidono* tra di loro, il che non significa che esse spariscano, ma semplicemente che i loro effetti si bilanciano annullandosi. Le forze esercitano la loro azione ma non provocano variazioni di velocità.

Unità di misura. Applicando le unità SI all'equazione 5.1, otteniamo

$$1\ \mathrm{N} = (1\ \mathrm{kg})(1\ \mathrm{m/s^2}) = 1\ \mathrm{kg \cdot m/s^2}. \tag{5.3}$$

La tabella 5.1 mostra le unità in cui si possono esprimere le equazioni 5.1 e 5.2 in altri sistemi. (Vedi anche Appendice D).

Disegni. Per risolvere i problemi con l'equazione 5.1 spesso tracciamo un **diagramma delle forze**, in cui l'unico corpo raffigurato è quello di cui dobbiamo sommare le forze. In esso il corpo è rappresentato da un punto, e ogni forza è rappresentata da un vettore disegnato con la coda sul punto (invece del punto si può disegnare un profilo del corpo). Viene anche rappresentato un sistema di assi coordinati e talvolta si aggiunge pure un vettore che rappresenti l'accelerazione del corpo. Il procedimento descritto è finalizzato a focalizzare la nostra attenzione sul solo corpo di interesse.

TABELLA 5.1 Unità di misura delle grandezze presenti nella seconda legge di Newton (eq. 5.1 e 5.2)

Sistema	Forza	Massa	Accelerazione
SI	newton (N)	kilogrammo (kg)	m/s^2
CGS[a]	dyne	grammo (g)	cm/s^2
Inglese[b]	libbra (lb)	slug	ft/s^2

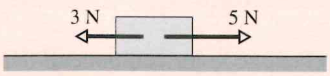
[a] $1\ \mathrm{dyne} = 1\ \mathrm{g \cdot cm/s^2}$.
[b] $1\ \mathrm{lb} = 1\ \mathrm{slug \cdot ft/s^2}$.

Solo forze esterne. Un insieme di due o più corpi viene chiamato **sistema** di corpi e tutte le forze che oggetti al di fuori del sistema esercitano su corpi all'interno sono dette **forze esterne**. Se i corpi del sistema sono rigidamente connessi tra loro, possiamo trattare il sistema come un solo corpo composto e la forza che agisce su di esso è la somma vettoriale di tutte le forze esterne. (Non includiamo in questa somma le **forze interne**, cioè quelle forze che agiscono tra corpi interni al sistema.) Le forze interne non provocano accelerazioni nel sistema. Per esempio, un locomotore e un vagone ferroviario formano un sistema. Se si applica un cavo di traino sul fronte del locomotore, la forza agisce su tutto il sistema locomotore-vagone. Come per un singolo corpo, quindi, possiamo mettere in relazione la forza esterna netta agente sul sistema con la sua accelerazione, conformemente alla seconda legge di Newton, $\boldsymbol{F}_{net} = m\boldsymbol{a}$, ove m è la massa totale del sistema.

VERIFICA 2

La figura qui sotto presenta due forze orizzontali che agiscono su un blocco in moto senza attrito sul pavimento. Supponete ora che una terza forza $\boldsymbol{F}_3$ agisca pure sul blocco. Quali sono l'intensità e la direzione di $\boldsymbol{F}_3$ se il blocco (a) resta fermo, (b) si muove verso sinistra con velocità costante di 5 m/s?

$\leftarrow F_3$ 2N



ROBLEMA SVOLTO 5.1 Forze unidimensionali e bidimensionali, disco da hockey

o degli esempi di come usare la seconda legge di Newton quando o due forze agiscono su un disco da hockey. Nella figura 5.3 iamo un disco da hockey su cui agiscono, in tre situazioni diverse, o due forze. Il disco si muove su una superficie ghiacciata priva di ito lungo l'asse x in un moto unidimensionale. La sua massa è $m =$) kg. Le forze $\boldsymbol{F}_1$ ed $\boldsymbol{F}_2$, di modulo rispettivamente 4,0 N e 2,0 N, cono lungo l'asse. Una terza forza $\boldsymbol{F}_3$ di modulo 1,0 N forma un olo di 30° rispetto all'asse x. In ciascuno dei tre casi qual è celerazione del disco?

SOLUZIONE

Per ognuna delle tre situazioni l'idea chiave è correlare l'accelerazione $\boldsymbol{a}$ alla forza netta $\boldsymbol{F}_{net}$ agente sul disco mediante la seconda legge di Newton, $\boldsymbol{F}_{net} = m\boldsymbol{a}$. Dato però che il moto si svolge solo lungo l'asse x, possiamo semplificare scrivendo la relazione per la sola componente x:

$$F_{net,x} = ma_x. \tag{5.4}$$

ISBN 978-88-08-18229-6

Nella figura 5.3 sono disegnati per ciascun caso i diagrammi delle forze, dove il disco da hockey è rappresentato da un punto.

Situazione A. Per il caso di figura 5.3b si ha una sola forza e quindi la (5.4) si scrive

$$F_1 = ma_x,$$

ove, introducendo i dati,

$$a_x = \frac{F_1}{m} = \frac{4{,}0\,\mathrm{N}}{0{,}20\,\mathrm{kg}} = 20\,\mathrm{m/s^2}\,.$$

Il valore positivo indica che l'accelerazione è diretta nel verso positivo dell'asse x.

Situazione B. Nel caso di figura 5.3d vi sono due forze che agiscono simultaneamente sul disco, $\boldsymbol{F}_1$ nel verso positivo ed $\boldsymbol{F}_2$ in quello negativo. Quindi l'equazione 5.4 si scrive

$$F_1 - F_2 = ma_x,$$

ove, introducendo i dati,

$$a_x = \frac{F_1 - F_2}{m} = \frac{4{,}0\,\mathrm{N} - 2{,}0\,\mathrm{N}}{0{,}20\,\mathrm{kg}} = 10\,\mathrm{m/s^2}\,.$$

La forza risultante accelera dunque il disco nel verso positivo delle x.

Situazione C. Nell'ultimo caso di figura 5.3f la forza $\boldsymbol{F}_3$ non è diretta lungo l'asse x, direzione lungo la quale viene accelerato il disco; si userà quindi la sua componente $\boldsymbol{F}_{3,x}$. L'equazione 5.4 diventa dunque

$$F_{3,x} - F_2 = ma_x. \qquad (5.5)$$

Dalla figura notiamo che $F_{3,x} = F_3 \cos\theta$. Se si effettua la sostituzione, risolvendo rispetto all'accelerazione otteniamo

$$a_x = \frac{F_{3,x} - F_2}{m} = \frac{F_3\cos\theta - F_2}{m} = \frac{(1{,}0\,\mathrm{N})(\cos 30°) - 2{,}0\,\mathrm{N}}{0{,}20\,\mathrm{kg}} = -5{,}7\,\mathrm{m/s^2}\,.$$

Il segno – indica che questa forza netta accelera il disco nel verso negativo dell'asse x.

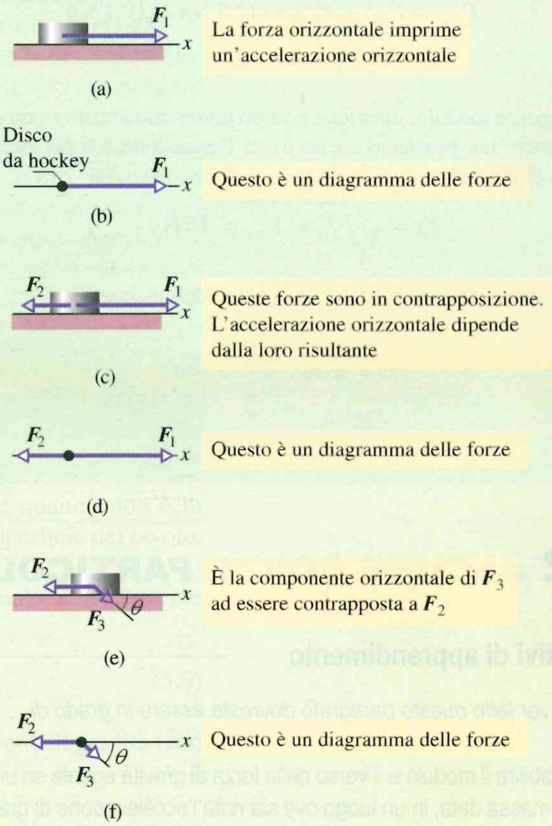


Figura 5.3 Problema svolto 5.1. Forze che agiscono, in tre casi diversi, su un disco da hockey che scivola lungo l'asse x. Sono mostrati anche i diagrammi delle forze.

PROBLEMA SVOLTO 5.2 Forze bidimensionali, scatola di biscotti

In questo esempio, mediante considerazioni sull'accelerazione, troviamo il valore di una forza che ci manca. La figura 5.4a illustra una scatola di biscotti vista dall'alto, accelerata da tre forze orizzontali su una superficie priva di attrito. L'accelerazione ha modulo 3,0 m/s^2 e direzione e verso indicati dal vettore $\boldsymbol{a}$. Le forze $\boldsymbol{F}_1$ e $\boldsymbol{F}_2$ hanno modulo di 10 N e 20 N rispettivamente e sono le sole indicate in figura. Com'è la terza forza $\boldsymbol{F}_3$ nella notazione con i versori, e poi anche in modulo, direzione e verso? $m = 2\,\mathrm{kg}$

SOLUZIONE

Una prima **idea chiave** è: la causa dell'accelerazione è la forza risultante dalla somma delle tre forze:

$$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 = m\boldsymbol{a}, \qquad (5.6)$$

da cui

$$\boldsymbol{F}_3 = m\boldsymbol{a} - \boldsymbol{F}_1 - \boldsymbol{F}_2. \qquad (5.7)$$

Calcoli. Dato che questo è un problema bidimensionale, *non* possiamo introdurre semplicemente a destra della (5.7) i valori dei moduli delle quantità vettoriali, ma dobbiamo sommare vettorialmente $m\boldsymbol{a}$ a $-\boldsymbol{F}_1$ (opposto di $\boldsymbol{F}_1$) e a $-\boldsymbol{F}_2$ (opposto di $\boldsymbol{F}_2$), come illustrato nella figura 5.4b. Conoscendo sia i moduli sia gli angoli di tutti e tre i vettori, potremmo inserirli in una calcolatrice con prestazioni vettoriali e ottenere direttamente il risultato, ma qui valuteremo la (5.5) in termini di componenti, prima lungo l'asse x, poi lungo l'asse y. *Attenzione*: operate su un asse alla volta.

Componenti x. Per l'asse x abbiamo

$$\begin{aligned} F_{3,x} &= ma_x - F_{1,x} - F_{2,x} = \\ &= m\,(a\cos 50°) - F_1\cos(-150°) - F_2\cos 90°. \end{aligned}$$

La sostituzione dei valori noti dà

$$\begin{aligned} F_{3,x} &= (2{,}0\,\mathrm{kg})(3{,}0\,\mathrm{m/s^2})\cos 50° - (10\,\mathrm{N})\cos(-150°) + \\ &\quad - (20\,\mathrm{N})\cos 90° = \\ &= 12{,}5\,\mathrm{N}. \end{aligned}$$

Componenti y. Analogamente per l'asse y:

$$\begin{aligned} F_{3,y} &= ma_y - F_{1,y} - F_{2,y} = \\ &= m\,(a\sin 50°) - F_1\sin(-150°) - F_2\sin 90° = \\ &= (2{,}0\,\mathrm{kg})(3{,}0\,\mathrm{m/s^2})\sin 50° - (10\,\mathrm{N})\sin(-150°) + \\ &\quad - (20\,\mathrm{N})\sin 90° = \\ &= -10{,}4\,\mathrm{N}. \end{aligned}$$

ISBN 978-88-08-18229-6

ttore. Servendoci della notazione con i versori, possiamo dunque
rivere

$$F_3 = F_{3,x}\mathbf{i} + F_{3,y}\mathbf{j} = (12{,}5\ \text{N})\mathbf{i} - (10{,}4\ \text{N})\mathbf{j}$$
$$\approx (13\ \text{N})\mathbf{i} - (10\ \text{N})\mathbf{j}.$$

r ottenerne modulo, direzione e verso potremmo ancora ricorrere alla
lcolatrice, ma possiamo anche usare l'equazione 3.6 per ricavare il
odulo di F_3,

$$F_3 = \sqrt{F_{3,x}^2 + F_{3,y}^2} = 16\ \text{N},$$

a sua direzione rispetto al verso positivo dell'asse x:

$$\theta = \arctan \frac{F_{3,y}}{F_{3,x}} = -40°.$$

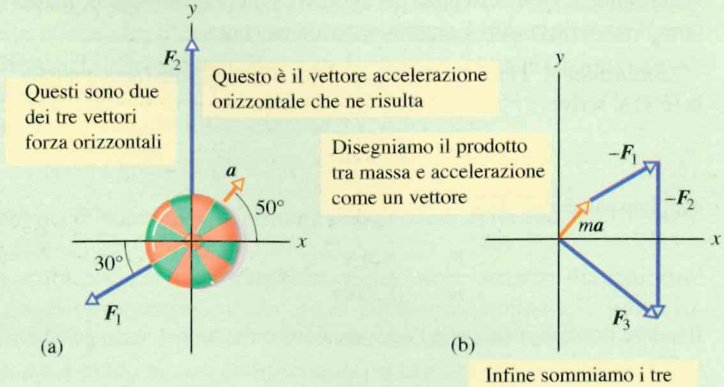


Figura 5.4 Problema svolto 5.2. (a) Una vista dall'alto di una scatola di biscotti accelerata da tre forze, di cui solo due sono indicate assieme ad a. (b) Disposizione dei vettori ma, F_1 e F_2 per trovare la forza F_3.

.2 ALCUNE FORZE PARTICOLARI

biettivi di apprendimento

po aver letto questo paragrafo dovreste essere in grado di…

8 Stabilire il modulo e il verso della forza di gravità agente su un corpo di massa data, in un luogo ove sia nota l'accelerazione di gravità.
9 Rendervi conto che il peso di un corpo è costituito dall'intensità della forza netta richiesta per evitarne la caduta, misurata rispetto al sistema di riferimento della Terra.
0 Riconoscere che il valore indicato da una bilancia è il peso del corpo da misurare solo se ci si trova in un sistema inerziale, e non in un sistema accelerato; in quest'ultimo caso si tratta di peso apparente.
5.11 Determinare il modulo e l'orientamento della forza normale esercitata su un corpo quando questo viene spinto o trascinato su una superficie.
5.12 Capire che su un corpo che scivola o tenta di scivolare su una superficie compare una forza d'attrito parallela alla superficie stessa.
5.13 Sapere che, quando si tende una corda o un oggetto simile, si dice che a entrambi i suoi capi agisce una forza di tensione.

ee chiave

Tra due corpi si esercita una forza gravitazionale F_g. Per quasi tutti i casi presentati in questo libro, uno dei due corpi è la Terra o un altro corpo celeste. Nel caso della Terra, la forza è diretta verticalmente dall'alto verso il basso, e qui assumeremo che la Terra sia un riferimento inerziale. Con questa assunzione la forza gravitazionale ha intensità

$$F_g = mg,$$

ove m è la massa del corpo e g è l'accelerazione di gravità.
Il peso P di un corpo è per definizione il modulo della forza rivolta verticalmente verso l'alto capace di bilanciare la forza di gravità agente sul corpo. Il peso di un corpo è dunque legato alla sua massa dalla relazione

$$P = mg.$$

- Si dice forza normale F_N quella forza esercitata su un corpo da una superficie di supporto rigido sulla quale preme il corpo stesso. La forza normale è sempre perpendicolare alla superficie.
- La forza di attrito f è quella forza che si manifesta su un corpo quando esso scivola a contatto di una superficie o tende semplicemente a farlo. La forza è sempre parallela alla superficie e orientata in modo da opporsi al moto del corpo. Si dice priva di attrito quella superficie su cui la forza di attrito è idealmente nulla.
- Quando una corda è in tensione, ciascuna estremità esercita una forza di tensione sul sostegno cui è fissata. La forza ha la direzione della corda con verso uscente dal punto di ancoraggio. Per una corda di massa nulla, o trascurabile, le due forze alle estremità hanno la medesima intensità T anche nel caso che la corda si sviluppi attorno a una puleggia priva di massa e priva di attrito nella rotazione.

Alcune forze particolari

Forza gravitazionale

La **forza gravitazionale** F_g agente su un corpo è la forza che lo attrae verso un secondo corpo. Per il momento non discuteremo della natura di questa forza e sottintenderemo, nella maggior

ISBN 978-88-08-18229-6

parte dei casi, che il secondo corpo sia la Terra. Pertanto, quando parleremo della *forza gravitazionale* o di *gravità* $\boldsymbol{F}_g$ agente su un corpo, alluderemo normalmente a una forza che attrae il corpo in basso, diretta verso il centro della Terra, e quindi verticalmente contro il terreno. Assumeremo che il terreno in questo caso sia un sistema di riferimento inerziale.

Caduta libera. Supponiamo che il corpo, di massa m, sia in caduta libera con accelerazione di gravità di modulo g. Trascurando quindi la presenza dell'aria, la sola forza che agisce sul corpo è quella gravitazionale $\boldsymbol{F}_g$. Possiamo mettere in relazione questa forza diretta verso il basso con l'accelerazione di gravità mediante la seconda legge di Newton ($\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$). Scegliamo l'asse y verticale lungo il percorso del corpo, orientato verso l'alto. Rispetto a quest'asse, la seconda legge di Newton si può scrivere nella forma $F_{\text{net},y} = ma_y$, che nel nostro caso diventa

$$-F_g = m\,(-g),$$

ossia

$$F_g = mg. \tag{5.8}$$

In altre parole il modulo della forza gravitazionale è uguale al prodotto mg.

A riposo. Questa stessa forza gravitazionale agisce sul corpo anche quando non è in caduta libera, per esempio quando è fermo su un tavolo o in moto sulla superficie del tavolo. (Per eliminare la forza gravitazionale dovremmo eliminare la Terra.)

Possiamo scrivere la seconda legge di Newton per la forza gravitazionale nella seguente forma vettoriale:

$$\boldsymbol{F}_g = -F_g\mathbf{j} = -mg\mathbf{j} = m\boldsymbol{g}, \tag{5.9}$$

ove $\mathbf{j}$ è il versore relativo all'asse y orientato verso l'alto e $\boldsymbol{g}$ è l'accelerazione di gravità (con tutti i suoi attributi di vettore) diretta verso il basso.

Peso

Il **peso** P di un corpo è il modulo della forza gravitazionale esercitata su di esso dalla Terra. Per evitare che un corpo cada si deve esercitare su di esso una forza, diretta dal basso verso l'alto, uguale in modulo a P. Per esempio, per tenere una palla a riposo in mano stando fermi coi piedi per terra, dovete esercitare una forza verso l'alto per compensare la forza gravitazionale che la Terra esercita sulla palla. Supponiamo che il modulo di questa forza gravitazionale sia 2,0 N; allora il modulo della forza che dovete applicare verso l'alto è 2,0 N, e quindi il peso della palla è 2,0 N. Usiamo dire anche che la palla *pesa* 2,0 N. Una palla del peso di 3,0 N richiede da parte vostra, per sostenerla, una maggior forza, esattamente una forza di 3,0 N in modulo. Questo perché la forza gravitazionale agente su questa palla ha un'intensità maggiore, proprio 3,0 N. Si usa dire che la seconda palla è più *pesante* della prima.

Generalizziamo ora la descrizione. Si consideri un corpo dotato di un'accelerazione $\boldsymbol{a}$ rispetto al terreno, considerato riferimento inerziale, pari a zero. Sul corpo agiscono due forze: la forza gravitazionale $\boldsymbol{F}_g$ diretta verso il basso e la forza controbilanciante di modulo P. Possiamo scrivere la seconda legge di Newton relativa all'asse y, orientato verso l'alto, come

$$F_{\text{net},\,y} = ma_y,$$

che nel nostro caso diventa

$$P - F_g = m(0), \tag{5.10}$$

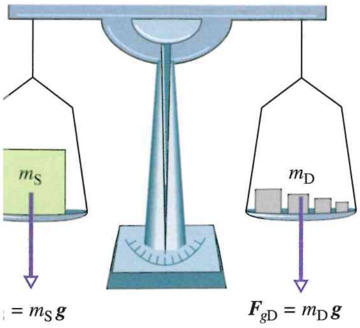
ossia

$$P = F_g \qquad \text{(peso, riferimento inerziale: terreno).} \tag{5.11}$$

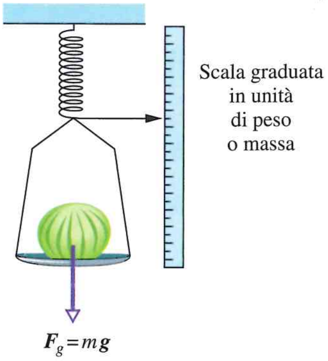
Questa equazione asserisce che (posto che il terreno sia un sistema inerziale):

> Il peso P di un corpo è uguale al modulo F_g della forza gravitazionale agente su quel corpo.

ISBN 978-88-08-18229-6



ura 5.5 Bilancia a bracci uguali. ando l'apparecchio è in equilibrio, la ssa m_S del corpo posto sul piatto del ccio sinistro è uguale alla somma le masse m_D dei corpi di confronto locati sul piatto del braccio destro.



ıra 5.6 Bilancia a molla. La lettura è ıporzionale al *peso* dell'oggetto colato sul piatto, e può indicare direttante il peso se la scala è graduata in tà di peso. Se invece indica unità di ssa, i valori misurati possono essere ficientemente precisi solo se l'acceızione di gravità g presente nel luogo ıtilizzo è la stessa del luogo in cui la la è stata tarata.

Sostituendo mg a F_g dalla (5.8), si ha

$$P = mg \quad \text{(peso)}, \tag{5.12}$$

che stabilisce il legame tra il peso e la massa di un corpo.

Pesatura. *Pesare* un corpo significa misurarne il peso. Un metodo consiste nel collocarlo su uno dei due piatti di una bilancia a bracci (fig. 5.5) e quindi aggiungere corpi di riferimento (di massa nota) sull'altro piatto fino a ottenere l'equilibrio (in modo che le forze gravitazionali sui due piatti coincidano). Saranno quindi uguali le masse poste sui due piatti, cosa che ci consente di conoscere la massa m del corpo. Conoscendo il valore di g nel luogo considerato, possiamo trovare il peso del corpo tramite l'equazione 5.12.

Possiamo pesare il corpo anche con una bilancia a molla (fig. 5.6). Il peso del corpo allunga la molla, muovendo un indice lungo una scala, precedentemente tarata e marcata o in unità di massa o in unità di peso. La maggior parte delle bilance domestiche pesapersone funziona in questo modo ed è tarata in unità di massa. Quando una bilancia è tarata in unità di massa, è accurata solo laddove il valore di g è identico a quello utilizzato per la taratura.

Il peso di un corpo va misurato quando il corpo ha accelerazione verticale nulla rispetto al terreno. Per esempio, potete pesarvi nella stanza da bagno e mentre siete su un treno in moto. Ma se ripetete la misura quando siete su un ascensore in accelerazione, troverete che la lettura è diversa a causa di questa accelerazione. Il peso in una misura siffatta si chiama *peso apparente*.

Fate attenzione: il peso di un corpo *non* è la massa di quel corpo. Il peso è il modulo di una forza ed è legato alla massa dall'equazione 5.12. Se spostate il corpo in un luogo ove è diverso il valore di g, la massa del corpo (una proprietà intrinseca del corpo) non cambia, il peso sì. Ad esempio, il peso di una palla da bowling di massa 7,2 kg ha il valore di 71 N sulla superficie della Terra, ma pesa solo 12 N sulla Luna. La massa è la stessa sia che si trovi sulla Terra o sulla Luna, ma sulla Luna la sua accelerazione di gravità è solo di 1,6 m/s^2.

Forza normale

Se state sdraiati su un materasso, la Terra vi «tira giù», ma voi restate fermi. La ragione sta nell'elasticità del materasso, che si deforma schiacciandosi verso il basso a causa della vostra presenza e simultaneamente vi sostiene spingendovi verso l'alto nel tentativo di riguadagnare la sua forma naturale. Analogamente quando state su un pavimento, questo si deforma (si comprime, si flette, anche se in misura molto meno evidente) e vi spinge verso l'alto. Persino un pavimento di calcestruzzo apparentemente rigido si comporta in questo modo (difatti, ammesso che non poggi direttamente sul terreno, quando il peso che grava su di esso supera un certo limite, può anche spezzarsi).

La spinta che il materasso o il pavimento esercitano su di voi è un esempio di **forza normale**, ovvero una forza che agisce perpendicolarmente a una superficie di solito si indicata con $\boldsymbol{F}_N$. Il nome si riferisce all'accezione matematica della parola *normale,* che significa «perpendicolare»: la forza che il pavimento, ad esempio, esercita su di voi è perpendicolare al pavimento.

> Quando un corpo preme contro una superficie, la superficie si deforma (anche se è apparentemente rigida) e spinge il corpo con una forza normale $\boldsymbol{F}_N$, perpendicolare alla superficie stessa.

La figura 5.7a presenta un esempio. Un blocco di massa m giace sulla superficie orizzontale di un tavolo, deformandola in una qualche misura a causa della forza gravitazionale $\boldsymbol{F}_g$ agente sul blocco. Il tavolo spinge in su il blocco con la forza normale $\boldsymbol{F}_N$. Nella figura 5.7b è disegnato il diagramma delle forze per il blocco. Le forze $\boldsymbol{F}_g$ e $\boldsymbol{F}_N$ sono le sole due forze agenti sul blocco ed entrambe dirette verticalmente. Scriviamo dunque la seconda legge di Newton per il blocco limitatamente all'asse y orientato verso l'alto ($F_{\text{net},y} = ma_y$):

$$F_N - F_g = ma_y.$$

Per la (5.8) sostituiamo F_g con mg, ottenendo

$$F_N - mg = ma_y.$$

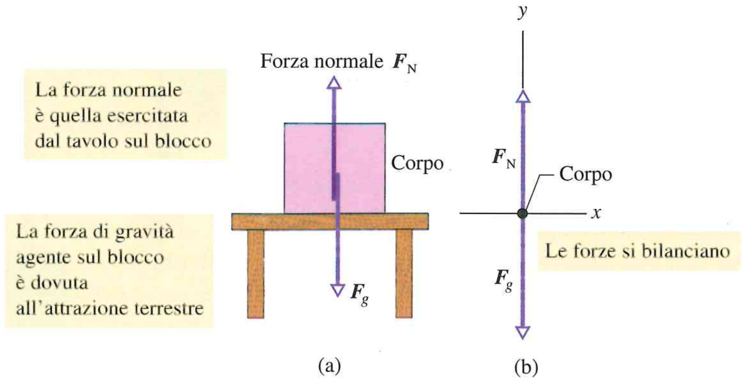


Figura 5.7 (a) Il corpo appoggiato, in stato di quiete, su un tavolo, è soggetto a una forza normale $\boldsymbol{F}_N$ perpendicolare al piano del tavolo. (b) Il corrispondente diagramma delle forze per il corpo.

Di conseguenza il modulo della forza normale è

$$F_N = mg + ma_y = m\,(g + a_y), \tag{5.13}$$

per qualunque accelerazione verticale a_y del sistema blocco-tavolo (potrebbero trovarsi ad esempio in un ascensore in accelerazione). *Attenzione*: il segno di g è già stato introdotto, ma qui a_y potrebbe essere sia positivo sia negativo purché il modulo resti una quantità non negativa. Se non stanno accelerando rispetto al terreno, sarà $a_y = 0$ e l'equazione 5.13 diventa

$$F_N = mg. \tag{5.14}$$

VERIFICA 3

Con riferimento alla figura 5.7, se il tavolo e il corpo si trovano su un ascensore che si muove verso l'alto (a) a velocità costante e (b) a velocità crescente, l'intensità della forza normale $\boldsymbol{F}_N$ sarà maggiore, minore o uguale a mg? (a) uguale, (b) maggiore

Attrito

Se facciamo scivolare, o tentiamo di far scivolare, un corpo su una superficie, contro questo moto fa resistenza un vincolo che si stabilisce fra il corpo e la superficie. (Esamineremo meglio questo fenomeno nel prossimo capitolo). La resistenza è considerata come una singola forza $\boldsymbol{f}$, detta **forza di attrito**, o più semplicemente **attrito**. La forza agisce parallelamente alla superficie, in verso opposto alla direzione del moto desiderato (fig. 5.8). A volte, per semplificare una certa situazione ideale, si ammette che l'attrito sia trascurabile, e quindi si dice che la superficie è *priva di attrito*.

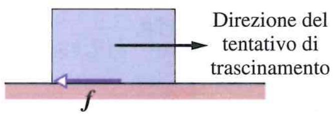


Figura 5.8 Una forza di attrito $\boldsymbol{f}$ si oppone al tentativo di far scivolare un corpo su una superficie.

Tensione

Quando un filo (o una fune, un cavo, una corda o qualsiasi altro oggetto di questo tipo) è fissato a un corpo ed è tirato, si dice che è in **tensione**. Esso esercita sul corpo una forza di trazione $\boldsymbol{T}$, applicata al punto di fissaggio del filo e diretta lungo il filo nel verso di allontanamento dal corpo, come indicato nella figura 5.9a. La *tensione nella corda* è il modulo T della forza agente sul corpo. Per esempio, se la forza esercitata sul corpo ha intensità di 50 N, la tensione nella corda è di 50 N.

Spesso si considera il filo come un oggetto *senza massa* (si considera trascurabile la sua massa in confronto alla massa del corpo) e non soggetto ad allungamento (*inestensibile*). Esso è concepito solo come un collegamento fra due corpi. Esercita una trazione sui corpi con la stessa intensità T in ciascuno dei suoi estremi, perfino se tutto il sistema sta accelerando e perfino se il filo corre intorno a una *puleggia priva di massa e di attrito* (figg. 5.9b e 5.9c). Una tale puleggia ha massa trascurabile se confrontata con quella dei corpi, e sviluppa sul suo asse uno sforzo di attrito trascurabile, che si oppone alla sua rotazione. Quando un filo si avvolge attorno alla puleggia per metà della sua circonferenza, come in figura 5.9c, la forza netta esercitata dal filo sulla puleggia ha modulo pari a $2T$.

 ISBN 978-88-08-18229-6

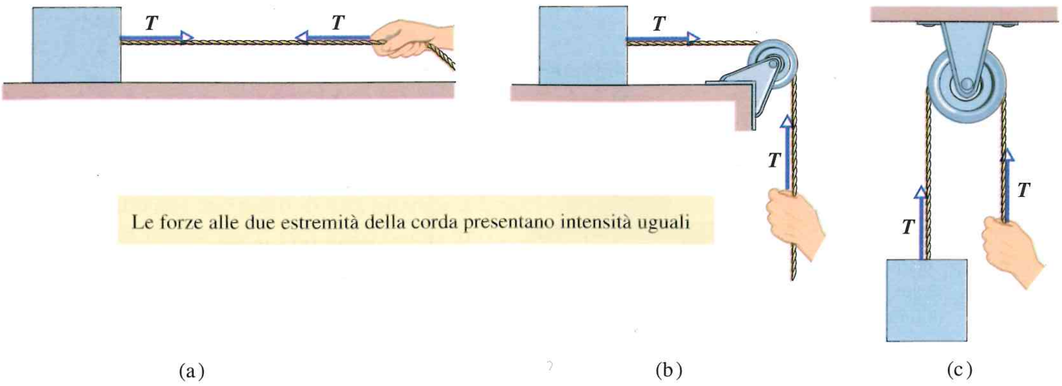


Figura 5.9 (a) La corda, *tesata a ferro*, è soggetta a tensione. Esercita una trazione sui corpi fissati ai due capi con una forza $\boldsymbol{T}$. Lo stesso vale nel caso in cui la corda scorra intorno a una puleggia priva di massa e di attrito in (b) e in (c).

VERIFICA 4

Il corpo sospeso alla corda della figura 5.9c ha un peso di 75 N. Se il corpo si sta muovendo verso l'alto (a) a velocità costante, (b) a velocità crescente o (c) a velocità decrescente, la tensione T è uguale, maggiore o minore di 75 N? (a) uguale; (b) crescente: maggiore; (c) minore

5.3 APPLICAZIONI DELLE LEGGI DI NEWTON

Obiettivi di apprendimento

Dopo aver letto questo paragrafo dovreste essere in grado di…

5.14 Prendere consapevolezza della terza legge di Newton per il moto e delle coppie di forze che vi intervengono.

5.15 Applicare la seconda legge di Newton al diagramma delle forze di un corpo, in qualunque direzione esso si muova – verticale, orizzontale o intermedia.

5.16 Disegnare il diagramma delle forze per una configurazione di più corpi che si muovono solidali tra loro, applicando la seconda legge di Newton non solo ai singoli corpi ma anche al sistema composto da tutti corpi.

Idee chiave

- La forza netta $\boldsymbol{F}_{\text{net}}$ che agisce su di un corpo di massa m è legata alla sua accelerazione $\boldsymbol{a}$ da

$$\boldsymbol{F}_{\text{net}} = m\boldsymbol{a},$$

che si può scomporre in

$$F_{\text{net},\,x} = ma_x \qquad F_{\text{net},\,y} = ma_y \qquad \text{e} \qquad F_{\text{net},\,z} = ma_z.$$

- Se su un corpo B agisce una forza $\boldsymbol{F}_{BC}$ per effetto di un corpo C, allora sul corpo C agisce una forza $\boldsymbol{F}_{CB}$ esercitata dal corpo B:

$$\boldsymbol{F}_{BC} = -\boldsymbol{F}_{CB}.$$

Le due forze hanno medesima intensità e direzione, ma versi opposti.

Terza legge di Newton

Si dice che due corpi *interagiscono* quando si respingono o si attirano a vicenda, ossia quando ciascuno di essi esercita una forza sull'altro. Supponete ad esempio di collocare un libro B in modo che si appoggi, inclinato, a una cassetta C (fig. 5.10a). Ebbene, il libro e la cassetta interagiscono: la cassetta esercita una forza orizzontale $\boldsymbol{F}_{BC}$ sul libro e il libro esercita una forza orizzontale $\boldsymbol{F}_{CB}$ sulla cassetta. Queste due forze sono illustrate nella figura 5.10b. La terza legge di Newton (terzo principio della dinamica) stabilisce che:

> **Terza legge di Newton**: Quando due corpi interagiscono, le forze esercitate da un corpo sull'altro sono uguali in modulo e direzione ma opposte in verso.

ISBN 978-88-08-18229-6

Per il libro e la cassetta possiamo scrivere questa legge come una relazione scalare:

$$F_{BC} = F_{CB} \qquad \text{(uguale intensità),}$$

oppure in forma vettoriale

$$\boldsymbol{F}_{BC} = -\boldsymbol{F}_{CB} \qquad \text{(uguali intensità e direzione, verso opposto),} \qquad (5.15)$$

dove il segno – indica che le due forze hanno verso opposto. Possiamo chiamare le forze tra i due corpi interagenti **coppia di forze azione-reazione**. Quando due corpi interagiscono qualunque sia il tipo di interazione, è sempre presente una coppia di azione-reazione. Il libro e la cassetta della figura 5.10 sono fermi, ma la terza di legge di Newton varrebbe comunque, anche se fossero in moto uniforme o accelerato.

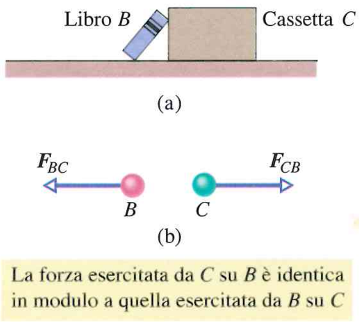


Figura 5.10 (a) Il libro B è poggiato alla cassetta C. Per la terza legge di Newton, la forza $\boldsymbol{F}_{BC}$ esercitata dalla cassetta C sul libro B ha lo stesso modulo e direzione, ma verso opposto, rispetto alla forza $\boldsymbol{F}_{CB}$ esercitata sulla cassetta C dal libro B.

Veniamo a un altro esempio di applicazione della terza legge di Newton. La figura 5.11a mostra un melone in stato di riposo su un piano rigido come un tavolo, il quale a sua volta poggia per terra. Il melone interagisce col ripiano del tavolo e questo con la Terra (abbiamo ora tre corpi, tra le cui interazioni dobbiamo mettere ordine).

Occupiamoci per ora solo del melone (fig. 5.11b). Sia $\boldsymbol{F}_{\text{MR}}$ la forza normale esercitata dal ripiano sul melone e $\boldsymbol{F}_{\text{MT}}$ la forza gravitazionale esercitata dalla Terra sul melone. Sono una coppia di azione-reazione? No, perché sono forze agenti su un solo corpo, il melone, e non frutto di un'interazione tra due corpi.

Per avere una coppia azione-reazione non dobbiamo focalizzare l'attenzione sul solo melone, ma piuttosto sull'interazione tra il melone e uno degli altri due corpi. Se consideriamo dapprima l'interazione melone-Terra (fig. 5.11c), vediamo che la Terra esercita un'attrazione gravitazionale sul melone $\boldsymbol{F}_{\text{MT}}$, ma anche il melone esercita un'attrazione gravitazionale sulla Terra $\boldsymbol{F}_{\text{TM}}$. Sono una coppia azione-reazione? Sì, perché sono forze che riguardano due corpi interagenti, ciascuna esercitata da un corpo sull'altro. Quindi per la terza legge di Newton:

$$\boldsymbol{F}_{\text{MT}} = -\boldsymbol{F}_{\text{TM}} \qquad \text{(interazione melone-Terra).}$$

Ora consideriamo l'interazione melone-ripiano, in cui abbiamo $\boldsymbol{F}_{\text{MR}}$, la forza che il ripiano del tavolo esercita sul melone, e $\boldsymbol{F}_{\text{RM}}$, la forza che il melone esercita sul ripiano (fig. 5.11d). Anche questa è una coppia azione-reazione e quindi

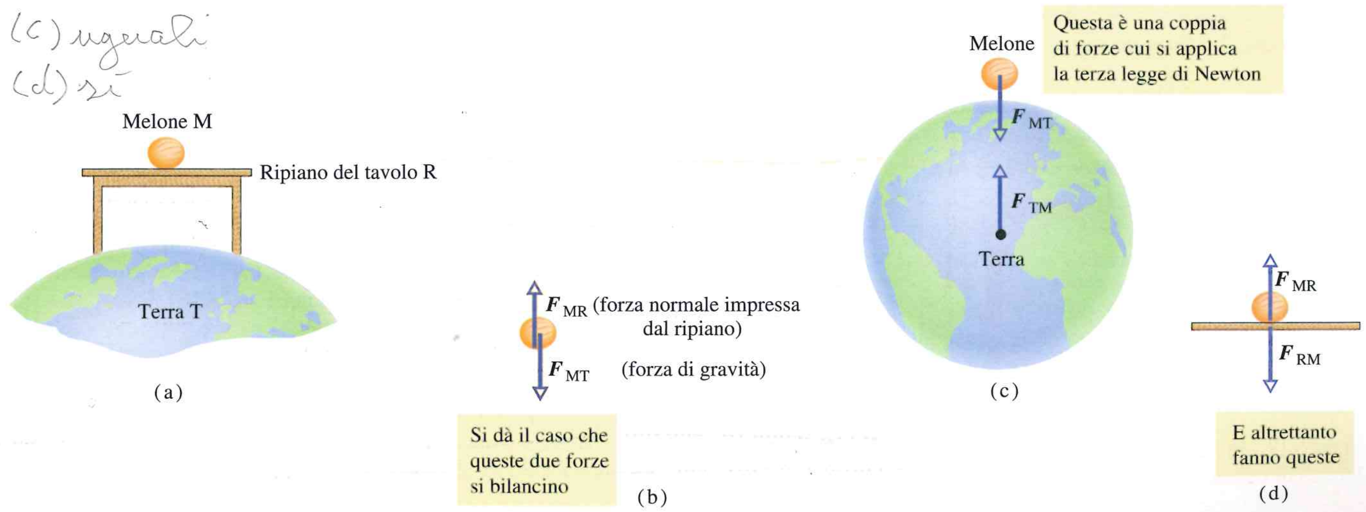
$$\boldsymbol{F}_{\text{MR}} = -\boldsymbol{F}_{\text{RM}} \qquad \text{(interazione melone-ripiano).}$$

VERIFICA 5

Supponiamo che il melone e il tavolo di figura 5.11 si trovino in un ascensore che comincia ad accelerare verso l'alto. (a) I moduli delle forze $\boldsymbol{F}_{\text{RM}}$ e $\boldsymbol{F}_{\text{MR}}$ aumentano, diminuiscono o restano uguali? (b) Queste due forze rimangono ancora uguali in modulo ma di verso opposto? (c) I moduli delle forze $\boldsymbol{F}_{\text{TM}}$ ed $\boldsymbol{F}_{\text{MT}}$ aumentano, diminuiscono o restano uguali? (d) Queste due forze rimangono ancora uguali in modulo ma di verso opposto?

(a) aumentano
(b) sì
(c) uguali
(d) sì

Figura 5.11 (a) Un melone è in stato di riposo sul ripiano di un tavolo appoggiato sulla Terra. (b) Forze che agiscono *sul melone*, $\boldsymbol{F}_{\text{MR}}$ e $\boldsymbol{F}_{\text{MT}}$. (c) La coppia di forze di azione–reazione nell'interazione fra la Terra e il melone. (d) La coppia di forze di azione–reazione nell'interazione fra il melone e il tavolo.



ISBN 978-88-08-18229-6

Applicazioni delle leggi di Newton

Dovreste soffermarvi a fondo su questi problemi svolti, imparando le tecniche per affrontare le diverse tipologie di problemi. Particolarmente importante è conoscere come esprimere il quadro di una situazione per mezzo di un diagramma delle forze, con assi appropriati, in modo da poter applicare le leggi di Newton. Cominciamo con il problema svolto 5.3, che è risolto in modo esauriente in ogni dettaglio, usando il metodo a domande e risposte.

ROBLEMA SVOLTO 5.3 Blocco scorrevole, blocco appeso

ı figura 5.12 mostra un blocco (il *blocco scorrevole*) la cui massa M è 3,3 kg, libero di muoversi lungo una superficie orizzontale priva d'atto, come se fosse su un cuscinetto d'aria. Il blocco scorrevole è legato, ediante una fune che passa su una puleggia priva di massa e di attrito, ın secondo blocco (il *blocco appeso*), la cui massa m è di 2,1 kg. Fune puleggia hanno masse trascurabili rispetto ai blocchi (sono *privi di ıssa*). Mentre il blocco appeso cade, il blocco scorrevole subirà un'acerazione verso destra.

Si calcoli (a) l'accelerazione del blocco scorrevole, (b) l'accelera- ›ne del blocco appeso, (c) la tensione della corda.

Di che tratta questo problema?

›biamo due oggetti dotati di massa: il blocco scorrevole e il blocco peso. Pur senza rendercene conto, disponiamo anche dei dati della rra, che esercita una forza su ciascuno di questi due oggetti; senza la esenza della Terra non succederebbe nulla. In tutto agiscono 5 forze i blocchi, come si vede nella figura 5.13:

La fune tira verso destra il blocco scorrevole, con una forza di intensità T.

La fune tira verso l'alto il blocco appeso con una forza di uguale intensità T. Ciò impedisce al blocco di cadere in caduta libera, come altrimenti avverrebbe.

La Terra attira verso il basso il blocco scorrevole, con la forza gravitazionale $\boldsymbol{F}_{gS}$ di modulo pari a Mg.

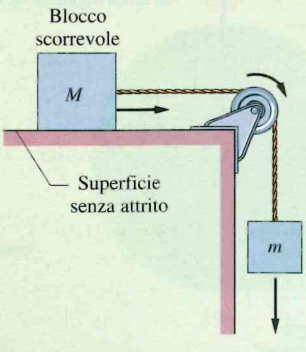
La Terra attira verso il basso il blocco appeso, con la forza gravitazionale $\boldsymbol{F}_{gA}$ di modulo pari a mg.

Il tavolo spinge verso l'alto il blocco scorrevole con una forza normale $\boldsymbol{F}_N$.

è ancora un'altra cosa da notare. Si è assunto che la fune non possa ungarsi e che quindi, se in un certo tempo il corpo appeso cade di mm, il corpo scorrevole si sposti di 1 mm verso destra nello stesso ervallo di tempo. I blocchi si spostano solidalmente e l'accelerazione entrambi ha lo stesso modulo a.

Come possiamo classificare questo problema? Dovrebbe forse suggerirci di ricorrere a qualche specifica legge della fisica?

, dovrebbe. Le forze, le masse e l'accelerazione vi sono implicate, e



ura 5.12 Problema svolto 5.3. Un blocco di massa M è legato a un ›cco di massa m con una fune che passa intorno a una puleggia.

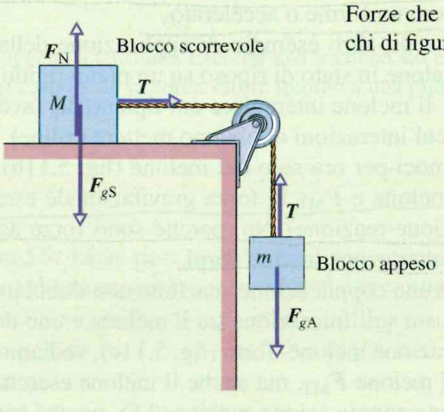


Figura 5.13 Problema svolto 5.3. Forze che agiscono sui due blocchi di figura 5.12.

questo richiama alla memoria la formulazione della seconda legge del moto di Newton, $\boldsymbol{F}_{\text{net}} = m\boldsymbol{a}$. Questa è la prima idea chiave.

D. *Se applichiamo questa legge a questo problema, a quale dei corpi dovremmo applicarla?*

Abbiamo individuato due corpi in questo problema: il blocco scorrevole e il blocco appeso. Anche se sono oggetti tridimensionali estesi (non sono puntiformi), possiamo considerare ogni blocco come una particella, poiché ogni più piccola parte del corpo (si può dire ogni atomo) si muove esattamente nello stesso modo. Applicheremo la seconda legge di Newton separatamente a ciascun blocco: ecco la seconda idea chiave.

D. *Che dire della puleggia?*

Non possiamo rappresentare la puleggia come una particella, poiché le sue parti si muovono in modi diversi. Quando tratteremo la rotazione ci occuperemo più dettagliatamente delle pulegge. Nel frattempo cerchiamo di aggirare questa difficoltà per la via più semplice, usando una puleggia la cui massa sia trascurabile in confronto alle masse dei due blocchi. La sua unica funzione rimane quella di modificare la direzione della corda.

D. *Va bene, ma adesso come possiamo applicare la legge $\boldsymbol{F}_{\text{net}} = M\boldsymbol{a}$ al blocco scorrevole?*

Rappresentiamo il blocco scorrevole come una particella di massa M e disegniamo *tutte* le forze che agiscono *su* quella particella, come si vede nella figura 5.14a, che rappresenta il *diagramma delle forze* di quel blocco: ci sono tre forze. Scegliamo poi un sistema di assi orizzontale. È conveniente tracciare l'asse x in modo che sia parallelo al tavolo, nella direzione in cui si muove il blocco.

D. *Non ci è ancora stato detto come applicare la legge $\boldsymbol{F}_{\text{net}} = M\boldsymbol{a}$ al blocco scorrevole. Finora non abbiamo disegnato che un diagramma delle forze.*

È giusto. Ma ecco qui la terza idea chiave. $\boldsymbol{F}_{\text{net}} = M\boldsymbol{a}$ è un'equazione vettoriale e la si può scomporre in tre equazioni scalari. Così:

$$F_{\text{net},x} = Ma_x \qquad F_{\text{net},y} = Ma_y \qquad F_{\text{net},z} = Ma_z, \tag{5.16}$$

dove $F_{\text{net},x}$, $F_{\text{net},y}$ e $F_{\text{net},z}$ sono le componenti della forza netta lungo i tre assi. Trattiamo ora un asse alla volta. Ora applichiamo l'equazione per le componenti a ciascuna direzione corrispondente.

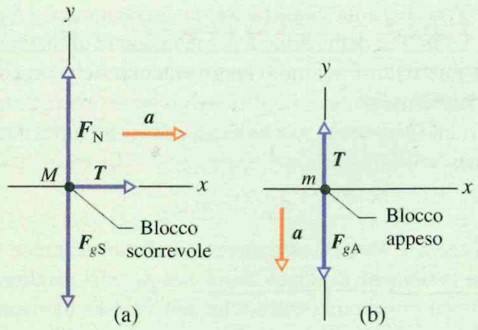


Figura 5.14 Problema svolto 5.3. (a) Diagramma delle forze per il blocco scorrevole della figura 5.12. (b) Diagramma delle forze per il blocco appeso della figura 5.12.

Il blocco scorrevole non accelera nella direzione di y; quindi $F_{\text{net},y} = Ma_y$ diventa

$$F_N - F_{gS} = 0 \quad \text{ovvero} \quad F_N = F_{gS}. \tag{5.17}$$

Nessuna forza agisce nella direzione z, perpendicolare alla pagina.

Nella direzione x c'è solo una forza componente, T, e quindi $F_{\text{net},x} = Ma_x$ diventa

$$T = Ma. \tag{5.18}$$

Poiché questa equazione contiene due incognite, T e a, in mancanza di altri dati non siamo in grado di risolverla. Teniamo tuttavia presente che non abbiamo ancora detto niente del blocco appeso.

D. *Siamo d'accordo. Come possiamo applicare la legge* $\mathbf{F}_{\text{net}} = m\mathbf{a}$ *al blocco appeso?*

Come per il corpo scorrevole! Disegniamo un diagramma delle forze per il blocco appeso, come nella figura 5.14b. Poi applichiamo la legge nella forma scalare per ciascuna componente. Questa volta, dato che l'accelerazione ha la direzione dell'asse y, useremo la seconda delle equazioni 5.16, scrivendo

$$T - F_{gA} = ma_y. \tag{5.19}$$

Possiamo sostituire mg alla componente della forza e $-a$ ad a_y (negativa perché il blocco appeso accelera verso il basso, nel verso negativo delle y). Avremo

$$T - mg = -ma. \tag{5.20}$$

Ora osserviamo che la (5.18) e la (5.20) costituiscono un sistema di equazioni con le medesime due incognite. Sottraendole eliminiamo T e, risolvendo rispetto ad a, abbiamo

$$a = \frac{m}{M+m}g. \tag{5.21}$$

Sostituendo questo risultato nella (5.18) otteniamo

$$T = \frac{Mm}{M+m}g. \tag{5.22}$$

In termini numerici:

$$a = \frac{m}{M+m}g = \frac{2{,}1\ \text{kg}}{3{,}3\ \text{kg} + 2{,}1\ \text{kg}}(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 3{,}8\ \text{m/s}^2$$

e quindi

$$T = \frac{Mm}{M+m}g = \frac{(3{,}3\ \text{kg})(2{,}1\ \text{kg})}{3{,}3\ \text{kg} + 2{,}1\ \text{kg}}(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 13\ \text{N}.$$

D. *Ora il problema è risolto, vero?*

È una bella domanda, ma non stiamo solo cercando di risolvere problemi: più di tutto ci interessa imparare la fisica. Lo svolgimento di questo problema non si può dire completato finché non riesaminiamo i risultati per verificare se sono ragionevoli e compatibili con la particolare situazione di cui ci stiamo occupando. Se questi calcoli fossero il vostro lavoro, non controllereste che il risultato fosse sensato?

Per prima cosa diamo un'occhiata all'equazione 5.20. Notiamo che è dimensionalmente corretta, e dalla 5.21 che l'accelerazione a sarà sempre minore di g. È così che deve essere, visto che il blocco appeso non è in caduta libera: la fune può infatti trasmettergli soltanto una forza diretta verso l'alto.

Riguardiamo ora l'equazione 5.21, che possiamo riscrivere nella forma

$$T = \frac{M}{M+m}mg. \tag{5.23}$$

In questa forma è più facile vedere che anche questa equazione è corretta dal punto di vista dimensionale, poiché sia T sia mg sono forze. Anche l'equazione 5.23 ci permette di osservare che la tensione sulla fune è sempre minore di mg, che è la forza gravitazionale agente sul blocco appeso. È una riflessione confortante, poiché se T fosse maggiore di mg, il blocco appeso dovrebbe accelerare verso l'alto!

Possiamo anche controllare i risultati studiando casi particolari, in cui si può facilmente prevedere quale dovrà essere la risposta. Un esempio molto semplice è porre $g = 0$, come se l'esperienza fosse condotta nello spazio siderale. Sappiamo che, in quel caso, i blocchi non si sposterebbero dal loro stato di quiete e che la tensione sulla fune sarebbe nulla. Ma le formule ci permettono di prevedere tutto ciò? Sì: se poniamo $g = 0$ nelle equazioni 5.21 e 5.22 otteniamo che $a = 0$ e $T = 0$. Altri due casi particolari che vale la pena di provare sono $M = 0$ e $m \to \infty$.

PROBLEMA SVOLTO 5.4 La fune accelera la scatola che sale per una rampa

Molti studenti ritengono che i problemi in cui compaiono piani inclinati siano particolarmente difficili. È probabile che la difficoltà riguardi più che altro la raffigurazione mentale perché occorre lavorare con (a) un sistema di coordinate inclinate e (b) la forza di gravità suddivisa nelle sue componenti. Presentiamo allora un esempio con la spiegazione di tutti gli angoli coinvolti nell'inclinazione. Sebbene si tratti di un piano inclinato, l'idea chiave consiste nell'applicare la seconda legge di Newton al piano su cui si realizza il moto.

Nella figura 5.15a una funicella trascina una scatola di biscotti che sale per una rampa piana e priva di attrito inclinata di un angolo $\theta = 30{,}0°$ rispetto al piano orizzontale. La scatola ha una massa $m = 5{,}00$ kg e la tensione della fune è $T = 25{,}0$ N. Quanto vale l'accelerazione a impressa alla scatola lungo la rampa?

SOLUZIONE

L'accelerazione lungo il piano inclinato è impressa dalla componente della forza parallela al piano medesimo (non, per esempio, da quella perpendicolare a tale piano) ed è espressa dalla seconda legge di Newton (eq. 5.1).

Calcoli. Dobbiamo scrivere la seconda legge di Newton per un moto lungo un asse. Dato che il corpo si muove lungo il piano inclinato, è logico disporre l'asse x lungo il piano stesso, come si vede in figura 5.15b. Non sarebbe sbagliato scegliere altre giaciture dell'asse, come ad esempio quella orizzontale usata di solito, ma ciò complicherebbe inutilmente i calcoli per la presenza di un angolo tra l'asse e la direzione del moto.

 ISBN 978-88-08-18229-6

ʼopo la scelta del sistema di coordinate, disegniamo il diagramma delle ›rze con un punto che rappresenta la scatola (figura 5.15b) e tracciamo tutti vettori che interessano la scatola con le loro code collocate nella posizione ella scatola. Tracciarli in modo scompagnato confonde facilmente le idee d è quindi sconsigliabile. La forza $\boldsymbol{T}$ applicata dalla funicella giace lungo il iano inclinato, diretta verso l'alto, e ha modulo $T = 25{,}0$ N. La forza di ravità è verticale, diretta verso il basso, e ha modulo $mg = (5{,}00 \text{ kg})$ $)$,80 m/s^2) = 49,0 N. Avendo una tale direzione, significa che sul moto ıclinato della scatola agisce solo una componente della forza di gravità, uella parallela al piano inclinato. Siccome dobbiamo scrivere la seconda ·gge di Newton per il moto che si svolge su tale piano, ci occorre ricavare roprio quella componente della forza di gravità lungo l'asse x.

Le figure dalla 5.15c alla 5.15h illustrano il processo che porta a eterminare la componente cercata. Partiamo con l'angolo che ci è stato ato dal problema e lavoriamo sui triangoli illustrati in figura fino a ttenere il triangolo rettangolo che ha per cateti le componenti della ›rza e per ipotenusa la forza di gravità stessa. La figura 5.15c dimostra he l'angolo compreso tra il piano della rampa e il vettore forza di ravità è 90° − θ. Le successive figure 5.15d-f mostrano $\boldsymbol{F}_g$ e le sue omponenti. Una componente, quella che ci interessa, è parallela al iano inclinato. L'altra è perpendicolare al medesimo.

L'angolo compreso tra la componente perpendicolare e il vettore $\boldsymbol{F}_g$ proprio θ (fig. 5.15d). La componente di nostro interesse coincide col ateto opposto all'angolo θ. Se l'ipotenusa, rappresentata dal modulo di $'_g$, vale mg, tale cateto vale $mg \sin\theta$ (fig. 5.15g) ed è il modulo della omponente parallela al piano inclinato.

Ci resta un'altra forza da considerare, la forza normale F_N mostrata nella figura 5.15b. Per definizione è perpendicolare al piano inclinato e pertanto non può influire sul moto lungo tale piano (la sua componente in tale direzione è nulla).

Ora possiamo scrivere la seconda legge di Newton per il moto lungo l'asse inclinato x:

$$F_{\text{net},x} = ma_x.$$

La componente a_x è l'unica componente dell'accelerazione (la scatola non si libra in aria al di sopra della rampa, ciò sarebbe alquanto sorprendente, né vi penetra dentro, che non sarebbe da meno!) Sicché possiamo chiamare semplicemente a l'accelerazione lungo il piano della rampa. Dato che $\boldsymbol{T}$ è orientata nel verso positivo delle x mentre $mg \sin\theta$ ha verso opposto, scriviamo

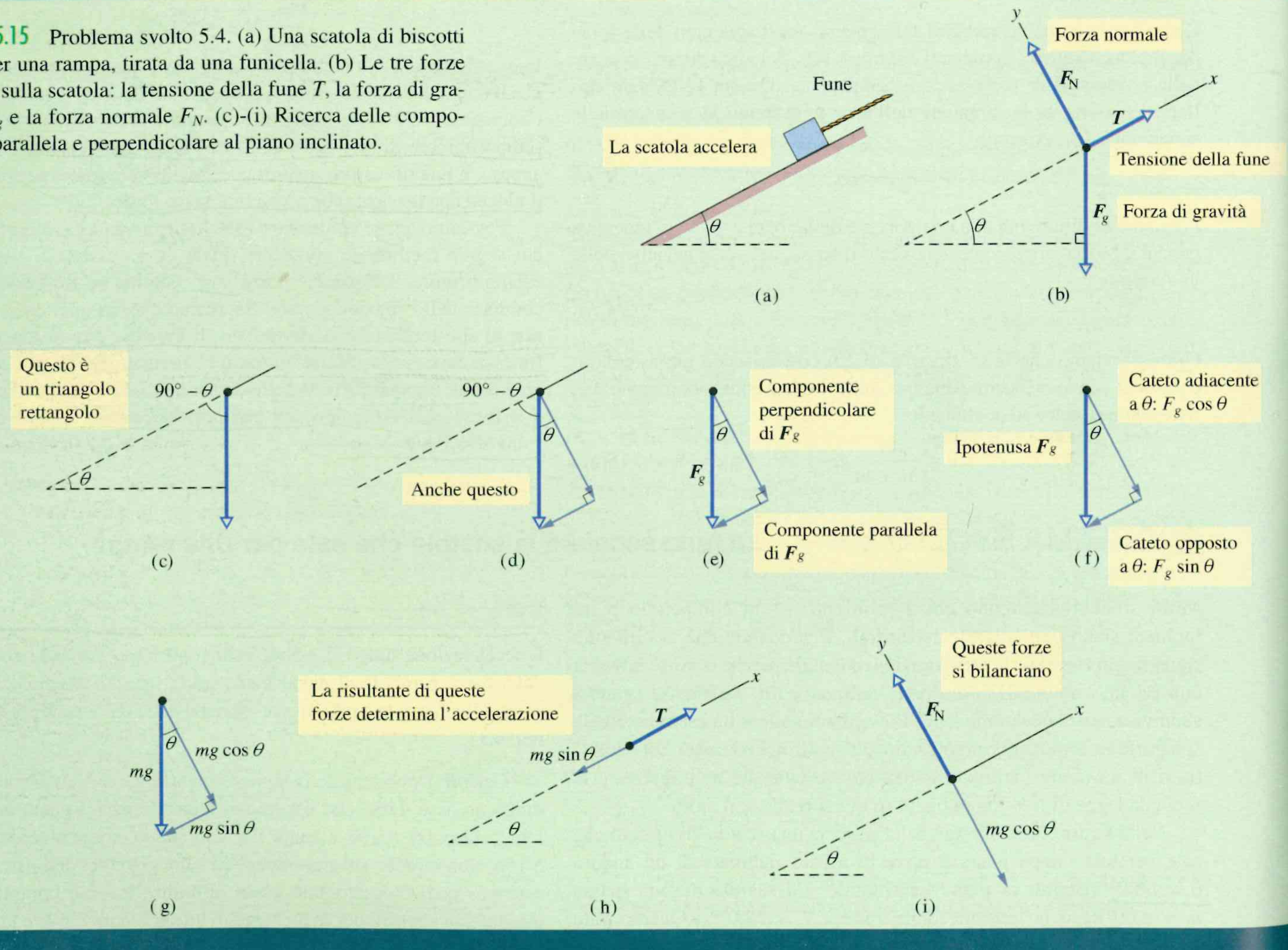
$$T - mg \sin\theta = ma. \tag{5.24}$$

Introducendo i dati e risolvendo rispetto ad a, otteniamo

$$a = 0{,}100 \text{ m/s}^2.$$

Questo risultato è positivo, indicando così che la scatola accelera in salita sulla rampa, concordemente al verso positivo dell'asse x. Se diminuissimo il modulo di $\boldsymbol{T}$ in modo da annullare l'accelerazione, la scatola salirebbe sul piano a velocità costante. Diminuendo ulteriormente l'intensità di $\boldsymbol{T}$, l'accelerazione diverrebbe negativa a dispetto di una tensione della fune ancora positiva.

Figura 5.15 Problema svolto 5.4. (a) Una scatola di biscotti sale per una rampa, tirata da una funicella. (b) Le tre forze agenti sulla scatola: la tensione della fune T, la forza di gravità F_g e la forza normale F_N. (c)-(i) Ricerca delle componenti parallela e perpendicolare al piano inclinato.



PROBLEMA SVOLTO 5.5 Leggere il grafico di una forza

Ecco un esempio di come dovreste trarre molteplici informazioni da un grafico, al di là del leggerne i valori. Nella figura 5.16a si vede una forza applicata a un blocco di 4,00 kg che scivola su un pavimento senza attrito. Nel disegno è indicata una sola forza $\vec{F}_1$. La sua intensità è fissa, ma può essere applicata al blocco in direzioni diverse, formando vari angoli θ con l'asse x positivo. La forza $\vec{F}_2$ è costantemente orizzontale e di modulo fisso. Nella figura 5.16b è dato il grafico della componente orizzontale a_x dell'accelerazione in funzione dell'angolo θ, che può variare da 0 a 90°. Che valore avrebbe a_x se θ assumesse il valore di 180°?

SOLUZIONE

(1) L'accelerazione orizzontale a_x dipende dalla forza netta orizzontale $F_{\text{net},x}$ in base alla seconda legge di Newton. (2) La forza netta orizzontale è la somma delle componenti orizzontali di $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$.

Calcoli. La componente x di $\vec{F}_2$ è F_2 perché il vettore è orizzontale. La componente x di $\vec{F}_1$ è $F_1 \cos\theta$. Con queste espressioni, sapendo che la massa m è 4,00 kg, possiamo scrivere la seconda legge di Newton per il moto lungo l'asse x:

$$F_1 \cos\theta + F_2 = 4{,}00\, a_x. \tag{5.25}$$

Da questa relazione si vede che a $\theta = 90°$ corrispondono $F_1 \cos\theta = 0$ e $F_2 = 4{,}00\, a_x$. Dal grafico si ricava che l'accelerazione corrispondente è 0,50 m/s². Di conseguenza F_2 vale 2,00 N e $\vec{F}_2$ dev'essere rivolto nel verso positivo delle x.

Sempre dalla (5.25) si deduce che, per $\theta = 0$, è

$$F_1 \cos 0° + 2{,}00 = 4{,}00\, a_x. \tag{5.26}$$

Sul grafico leggiamo l'accelerazione corrispondente, pari a 3,0 m/s² e, tramite l'equazione 5.26, ricaviamo $F_1 = 10$ N.

Introducendo infine $F_1 = 10$ N, $F_2 = 2{,}00$ N e $\theta = 180°$ nella (5.25), giungiamo alla soluzione

$$a_x = -\,2{,}00 \text{ m/s}^2.$$

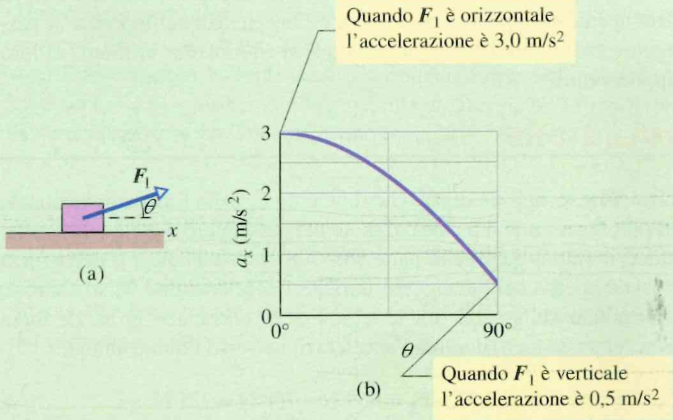


Figura 5.16 Problema svolto 5.5. (a) È indicata solo una delle due forze applicate a un blocco. Il suo angolo θ può variare. (b) La componente a_x dell'accelerazione in funzione di θ.

PROBLEMA SVOLTO 5.6 Forze nella cabina di un ascensore

Senza costringere altri a rinchiudersi con voi in un ascensore durante l'esperimento (!), provate a pesarvi al suo interno mentre esso si muove. Peserete di più o di meno rispetto a quando l'ascensore è fermo al piano? Un passeggero di massa m = 72,2 kg sta su una bilancia nella cabina di un ascensore (fig. 5.17a). Vogliamo conoscere le letture della bilancia quando essa è ferma e mentre si muove su e giù.

(a) Trovare una soluzione generale per la lettura della bilancia, valida per qualunque moto verticale della cabina.

SOLUZIONE

L'**idea chiave** sta nel considerare la lettura della bilancia uguale al modulo della forza normale $\vec{F}_N$ che la bilancia applica sul passeggero. L'unica altra forza che agisce sul passeggero è la forza di attrazione gravitazionale, $\vec{F}_g$, come mostrato nel diagramma delle forze per il passeggero riportato nella figura 5.17b.

Un'altra **idea chiave** è utilizzare la seconda legge di Newton per trovare la relazione tra le forze applicate al passeggero e la sua accelerazione. Non dimentichiamo tuttavia che questa legge è valida solo in sistemi di riferimento inerziali. Un ascensore che accelera *non* è un sistema inerziale, e dunque scegliamo il terreno come riferimento e trattiamo le accelerazioni rispetto a questo sistema di riferimento.

Dato che le due forze sul passeggero sono entrambe dirette verticalmente, lungo l'asse y di figura 5.17b, la legge di Newton può essere limitata a questa sola componente:

$$F_N - F_g = ma,$$

ovvero

$$F_N = F_g + ma. \tag{5.27}$$

Da qui si capisce che la lettura della bilancia, uguale a F_N, dipende dall'accelerazione verticale a della cabina. Sostituendo mg a F_g, si ottiene

$$F_N = m(g + a), \tag{5.28}$$

che varia appunto con a e ricordando che l'accelerazione è positiva quando è rivolta verso l'alto, altrimenti è negativa.

(b) Che valori si leggono sulla bilancia se l'ascensore è fermo o si muove di moto uniforme con 0,50 m/s verso l'alto?

SOLUZIONE

Come **idea chiave** osserviamo che a velocità costante (nulla o meno) l'accelerazione a è zero. Introducendo i dati nella (5.28) avremo

$$F_N = (72{,}2 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2 + 0) = 708 \text{ N}.$$

Questo equivale al peso del passeggero ed è pari al modulo F_g della forza di gravità che agisce su di lui.

(c) Che valori si leggono sulla bilancia quando l'ascensore è animato da un'accelerazione verso l'alto o verso il basso di modulo 3,20 m/s²?

SOLUZIONE

Per a = 3,20 m/s², l'equazione 5.28 dà

$$F_N = (72{,}2 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2 + 3{,}20 \text{ m/s}^2) = 939 \text{ N}.$$

 ISBN 978-88-08-18229-6

per $a = -3{,}20\ \text{m/s}^2$

$$F_N = (72{,}2\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2 - 3{,}20\ \text{m/s}^2) = 477\ \text{N}.$$

cché per un'accelerazione verso l'alto (sia che la cabina acceleri mentre le, sia che freni mentre scende) la lettura della bilancia è superiore a ıella del peso del passeggero. Questa lettura è una misura di peso apparnte, poiché è effettuata in un sistema non inerziale. Analogamente, se ıccelerazione è diretta verso il basso (cabina che accelera mentre scende che frena mentre sale), la lettura sarà inferiore al peso.

) Durante l'accelerazione verso l'alto, qual è il modulo della forza ɛtta agente sul passeggero e quant'è l'accelerazione impressa al pasɛggero dal punto di vista del sistema di riferimento in moto? Il loro pporto è m?

OLUZIONE

idea chiave sta nell'osservare che il modulo F_g della forza gravitazionale ıl passeggero non dipende dal moto del passeggero o della cabina e ha ıindi il valore dato nella parte (b), 708 N. Il modulo F_N della forza ɔrmale agente sul passeggero durante l'accelerazione verso l'alto è, ıl risultato della parte (c), la lettura della bilancia, 939 N. La forza ɛtta sul passeggero durante l'accelerazione verso l'alto è dunque

$$F_{net} = F_N - F_g = 939\ \text{N} - 708\ \text{N} = 231\ \text{N}.$$

L'accelerazione del passeggero, rispetto alla cabina in moto accelerato, è però nulla. In un sistema di riferimento non inerziale, quindi, il rapporto tra la forza netta e l'accelerazione non è m e la seconda legge di Newton viene meno.

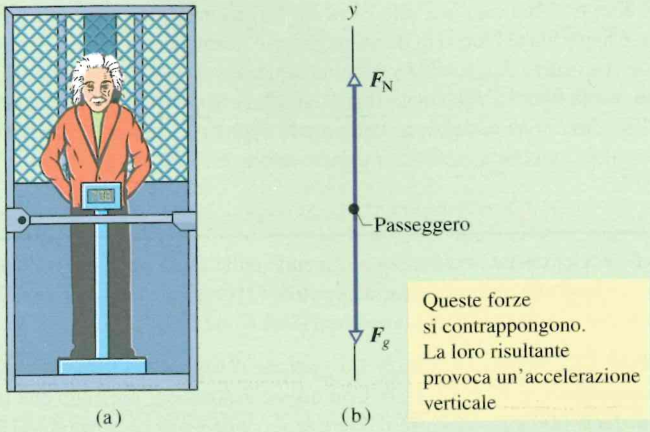


Figura 5.17 Problema svolto 5.6. (a) Un passeggero nella cabina di un ascensore sta su una bilancia, che indica il suo peso reale o il suo peso apparente. (b) Diagramma delle forze per il passeggero sottoposto alla forza normale e alla forza di gravità.

PROBLEMA SVOLTO 5.7 Accelerazione di un blocco spinto da un altro blocco

Alcuni problemi presentano oggetti che si muovono insieme ɔlidalmente perché sono incollati o legati assieme. Ne diamo un ɛsempio in cui applicherete la seconda legge di Newton al complesso di ue blocchi e poi a ciascuno di essi.

Nella figura 5.18a è mostrato un blocco A di massa $m_A = 4{,}0$ kg al uale è applicata una forza orizzontale $\boldsymbol{F}_{app}$ di modulo 20 N. Il blocco A reme contro un blocco B di massa m_B pari a 6,0 kg. Essi scivolano ıngo l'asse x su un piano orizzontale privo di attrito.

ı) Qual è l'accelerazione dei blocchi?

SOLUZIONE

ısamineremo dapprima una soluzione basata su un *errore grave*, poi na *soluzione senza sbocco* e infine una *soluzione con successo*.

rrore grave. Dato che la forza è applicata al blocco A, serviamoci della ɛconda legge di Newton per mettere in relazione questa forza con l'accelerazione impressa al blocco A. Essendo il moto lungo l'asse x, scriiamola per la sola componente x ($F_{net,x} = ma_x$):

$$F_{app} = m_A a.$$

Questa conclusione è però frutto di un grave errore, perché $\boldsymbol{F}_{app}$ non è unica forza agente sul blocco A: c'è anche la forza $\boldsymbol{F}_{AB}$ esercitata dal locco B (come mostra la figura 5.18b).

oluzione senza sbocco. Allora comprendiamo $\boldsymbol{F}_{AB}$ nella nostra formula crivendo, sempre per l'asse x,

$$F_{app} - F_{AB} = m_A a,$$

ɔve il segno – dà ragione del verso di F_{AB}. Però F_{AB} è un'altra incognita, osa che non ci permette di risolvere quest'equazione alla ricerca di a.

oluzione con successo. L'idea chiave sta nell'osservare che i due blocchi, ıei confronti della forza applicata, costituiscono un sistema rigidamente onnesso. Attraverso la seconda legge di Newton possiamo legare la orza netta applicata *al sistema* con l'accelerazione impressa *al sistema*.

Per l'asse x la relazione può essere scritta così:

$$F_{app} = (m_A + m_B)\,a$$

dove ora possiamo opportunamente introdurre i valori noti e risolvere rispetto ad a:

$$a = \frac{F_{app}}{m_A + m_B} = \frac{20\ \text{N}}{4{,}0\ \text{kg} + 6{,}0\ \text{kg}} = 2{,}0\ \text{m/s}^2.$$

L'accelerazione del sistema di due blocchi è dunque diretta nel verso positivo dell'asse x con modulo di 2,0 m/s^2.

(b) Qual è la forza $\boldsymbol{F}_{BA}$ esercitata dal blocco A sul blocco B (fig. 5.18c)?

SOLUZIONE

Ora come idea chiave possiamo mettere in relazione la forza netta sul blocco B alla sua accelerazione mediante la seconda legge di Newton. Sempre per la componente x scriviamo

$$F_{BA} = m_B a,$$

che diventa

$$F_{BA} = (6{,}0\ \text{kg})(2{,}0\ \text{m/s}^2) = 12\ \text{N}.$$

La forza $\boldsymbol{F}_{BA}$ è quindi concorde con l'asse x, e ha modulo di 12 N.

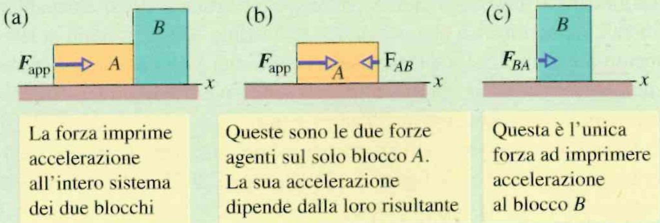


Figura 5.18 Problema svolto 5.7. (a) Una forza $\boldsymbol{F}_{app}$ orizzontale costante è applicata al blocco A, che spinge contro il blocco B. (b) Due forze orizzontali agiscono sul blocco A: la forza applicata $\boldsymbol{F}_{app}$ e la forza $\boldsymbol{F}_{AB}$ esercitata dal blocco B. (c) Sul blocco B agisce una sola forza orizzontale: la forza $\boldsymbol{F}_{BA}$ esercitata dal blocco A.

ISBN 978-88-08-18229-6

RIEPILOGO & SOMMARIO

Meccanica newtoniana La velocità di una particella, o di un corpo che si possa schematizzare con una particella, può variare – il che equivale a dire che la particella accelera – quando sulla particella agiscono una o più **forze**, spinte o trazioni, esercitate da altri oggetti. La *meccanica newtoniana* è lo studio delle relazioni tra l'accelerazione e le forze.

Forza La forza è una grandezza vettoriale. L'intensità di una forza è definita in termini dell'accelerazione che essa imprime al kilogrammo campione. Una forza che accelera il corpo campione esattamente di 1 m/s^2 ha per definizione il modulo di 1 N. La direzione e il verso della forza coincidono con la direzione e il verso dell'accelerazione. Le forze si possono combinare secondo le regole dell'algebra vettoriale. La **forza risultante** o **forza netta** che agisce su un corpo è la somma vettoriale di tutte le forze che agiscono su quel corpo.

Prima legge di Newton Se nessuna forza netta agisce su un corpo, questo, quando si trova in stato di quiete, rimane in tale stato, e quando si trova in movimento, continua a muoversi di moto uniforme (rettilineo a velocità costante).

Sistemi di riferimento inerziali I sistemi di riferimento in cui vale la prima legge di Newton sono detti *sistemi di riferimento inerziali*. I sistemi di riferimento ove non vale sono detti *non inerziali*. Un ascensore in accelerazione rispetto alla Terra è un sistema di riferimento non inerziale.

Massa La **massa** m di un corpo è la caratteristica di quel corpo che mette in relazione l'accelerazione del corpo alla forza (o alla forza netta, vettore risultante di più forze applicate al corpo) che produce l'accelerazione. Le masse sono quantità scalari.

Seconda legge di Newton La forza netta $\boldsymbol{F}_{\text{net}}$, esercitata su un corpo avente massa m, è legata all'accelerazione $\boldsymbol{a}$ del corpo dalla relazione

$$\boldsymbol{F}_{\text{net}} = m\boldsymbol{a}, \tag{5.1}$$

che, scomposta nelle tre componenti, si traduce nelle tre equazioni scalari:

$$F_{\text{net},x} = ma_x \qquad F_{\text{net},y} = ma_y \qquad \text{e} \qquad F_{\text{net},z} = ma_z. \tag{5.2}$$

La seconda legge indica che, in unità SI,

$$1\ \text{N} = (1\ \text{kg})(1\ \text{m/s}^2) = 1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2. \tag{5.3}$$

Il **diagramma delle forze** è uno strumento utilissimo per la soluzione di problemi in cui intervenga la seconda legge di Newton: è un disegno schematico nel quale viene preso in considerazione *un solo* corpo, rappresentato da un punto o da una sagoma, a cui si fa corrispondere l'origine di un sistema di assi coordinati orientati in modo da semplificare la soluzione. Le forze esterne che agiscono sul corpo sono espresse da vettori applicati al punto materiale.

Alcune forze particolari La **forza gravitazionale** $\boldsymbol{F}_g$ su un corpo è l'attrazione esercitata da un altro corpo. Nella maggioranza dei casi quest'altro corpo è la Terra o un determinato corpo astronomico. Nel caso sia la Terra, considerata come riferimento inerziale, la forza è diretta verticalmente verso il basso e il suo modulo è

$$F_g = mg. \tag{5.8}$$

ove m è la massa del corpo e g è il modulo dell'accelerazione di gravità.

Il **peso** P di un corpo è il modulo della forza diretta verso l'alto necessaria per bilanciare la forza di gravità agente sul corpo stesso dovuta alla Terra (o a un altro corpo astronomico). È legato alla massa del corpo dalla relazione

$$P = mg. \tag{5.12}$$

La **forza normale** $\boldsymbol{F}_N$ è la forza esercitata perpendicolarmente su un corpo da una superficie contro la quale il corpo preme.

La **forza d'attrito** $\boldsymbol{f}$ è la forza esercitata su un corpo quando esso scivola o tenta di scivolare lungo una superficie. La forza è parallela alla superficie e diretta in modo tale da opporsi al movimento del corpo. Una *superficie priva d'attrito* è quella in cui la forza d'attrito è trascurabile. Quando una corda è sotto **tensione**, esercita una forza sui corpi cui è legata a entrambe le sue estremità. La tensione è orientata lungo la corda nel verso di allontanamento dal corpo al quale è legata. Per le corde *prive di massa* (per le quali la massa è trascurabile) le forze di trazione nei due estremi della fune hanno la stessa intensità T, anche se la fune scorre intorno a una *puleggia priva di massa e di attrito*. (Ossia la massa della puleggia è trascurabile, e l'attrito che essa esercita sul suo asse, di segno tale da opporsi alla rotazione, è pure trascurabile.)

Terza legge di Newton Se il corpo C esercita una forza $\boldsymbol{F}_{BC}$ sul corpo B, anche B esercita su C una forza $\boldsymbol{F}_{CB}$, di modulo e direzione uguali ma verso opposto:

$$\boldsymbol{F}_{BC} = -\boldsymbol{F}_{CB}.$$

QUESITI

1. La figura 5.19 mostra dall'alto quattro casi di forze che agiscono su un blocco giacente su un piano privo di attrito. Con un'appropriata scelta dei moduli delle forze, in quali casi è possibile che il blocco (a) stia fermo e (b) si muova a velocità costante?

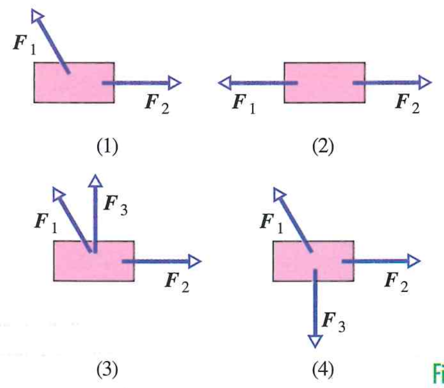


Figura 5.19 Quesito 1.

2. Due forze orizzontali,

$$\boldsymbol{F}_1 = (3\text{N})\mathbf{i} - (4\text{N})\mathbf{j} \qquad \boldsymbol{F}_2 = -(1\text{N})\mathbf{i} - (2\text{N})\mathbf{j},$$

tirano un oggetto che scivola su un ripiano privo di attrito. Senza ricorrere alla calcolatrice, stabilire quali dei vettori disegnati nel diagramma delle forze di figura 5.20 rappresentano meglio (a) $\boldsymbol{F}_1$ e (b) $\boldsymbol{F}_2$.

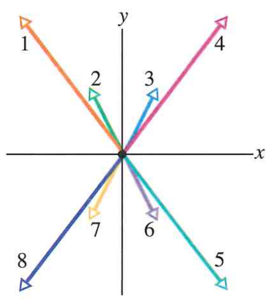


Figura 5.20 Quesito 2.