Forza e moto – 2

6.1 ATTRITO

Obiettivi di apprendimento

Dopo aver letto questo paragrafo dovreste essere in grado di...

6.01 Distinguere tra attriti in situazioni statiche e dinamiche.
6.02 Determinare modulo e orientamento di una forza d'attrito.
6.03 Disegnare diagrammi delle forze e applicare la seconda legge di Newton per corpi in moto orizzontale, verticale o inclinato quando intervenga un attrito.

Idee chiave

- Se una forza $\boldsymbol{F}$ applicata a un corpo tende a farlo scorrere a contatto di una superficie, si manifesta una forza d'attrito esercitata dalla superficie sul corpo stesso. La forza d'attrito ha direzione parallela al piano della superficie e il suo verso è quello opposto al moto. Trae origine da fenomeni di saldatura microscopica tra il corpo e la superficie di contatto.

  Se il corpo non scivola e resta fermo, la forza d'attrito si dice statica e assume simbolo $\boldsymbol{f}_s$; se invece tra corpo e superficie avviene un moto relativo, prende il nome di forza d'attrito dinamica e si indica con $\boldsymbol{f}_k$.
- Quando il corpo sollecitato dalla forza $\boldsymbol{F}$ non si muove, la forza d'attrito statico $\boldsymbol{f}_s$ e la componente di $\boldsymbol{F}$ parallela alla superficie si eguagliano in modulo, agiscono sulla stessa direzione e presentano versi opposti. Se tale componente di $\boldsymbol{F}$ non è costante ma, ad esempio, in crescita, anche f_s cresce allo stesso modo.
- Esiste per il modulo di $\boldsymbol{f}_s$ un valore massimo $f_{s,max}$ dato dall'espressione

$$f_{s,max} = \mu_s F_N,$$

  in cui μ_s è detto coefficiente di attrito statico e F_N è il modulo della forza normale. Qualora la componente di $\boldsymbol{F}$ parallela alla superficie ecceda $f_{s,max}$, il corpo scorre sulla superficie.
- Non appena il corpo comincia a scivolare sulla superficie, il modulo della forza d'attrito diminuisce rapidamente e si assesta su un valore costante f_k, quello della forza d'attrito dinamica, dato da

$$f_k = \mu_k F_N,$$

  in cui μ_k è il coefficiente di attrito dinamico.

L'aspetto fisico

In questo capitolo ci concentreremo su tre tipi comuni di forze: la forza d'attrito, la forza di resistenza del mezzo e la forza centripeta. I progettisti di un'auto di formula 1 sono interessati a tutti e tre i tipi di forza. La forza d'attrito che agisce sugli pneumatici è fondamentale nelle accelerazioni, per esempio nell'uscita dai box o all'uscita dalle curve (se l'auto incontra una chiazza d'olio... addio attrito e probabilmente addio macchina!). La forza di resistenza del mezzo che agisce sulla vettura, in questo caso una forza aerodinamica, va limitata il più possibile per evitare all'auto consumi eccessivi e quindi più rifornimenti (anche una sosta di 14 s può costare la gara al pilota). La forza centripeta è cruciale nelle curve (se la forza è insufficiente, la macchina finisce fuori strada).

Cominciamo dalle forze d'attrito.

Attrito

Nella nostra vita quotidiana non possiamo evitare le forze di attrito. Se le lasciassimo fare, bloccherebbero ogni ruota che gira e immobilizzerebbero qualunque asse rotante. In un'automobile, circa il 20% della benzina è utilizzato per contrastare la resistenza di attrito nel motore e nella trasmissione. D'altra parte, se l'attrito fosse completamente assente, non potremmo camminare o andare in bicicletta. Non potremmo tenere in mano una matita, o, se riuscissimo a farlo, non potremmo scrivere. Chiodi e viti sarebbero inutili, vedremmo disfarsi tutti i tessuti e sciogliersi tutti i nodi.

Tre esperienze. In questo capitolo ci occuperemo a lungo delle forze di attrito che si manifestano fra superfici solide asciutte poste a strisciare l'una rispetto all'altra a velocità relativamente bassa. Consideriamo tre semplici esperimenti concettuali.

ISBN 978-88-08-18229-6

1. Facciamo scivolare un libro appoggiato su un tavolo. Come ci si aspetta, il libro rallenta e alla fine si ferma. Il libro cioè è sottoposto a un'accelerazione con direzione parallela alla superficie del tavolo e con verso opposto a quello del vettore velocità. La seconda legge di Newton vuole perciò che il libro sia sottoposto a una forza parallela alla superficie del tavolo, anch'essa in verso opposto alla sua velocità. Questa forza è una forza d'attrito.

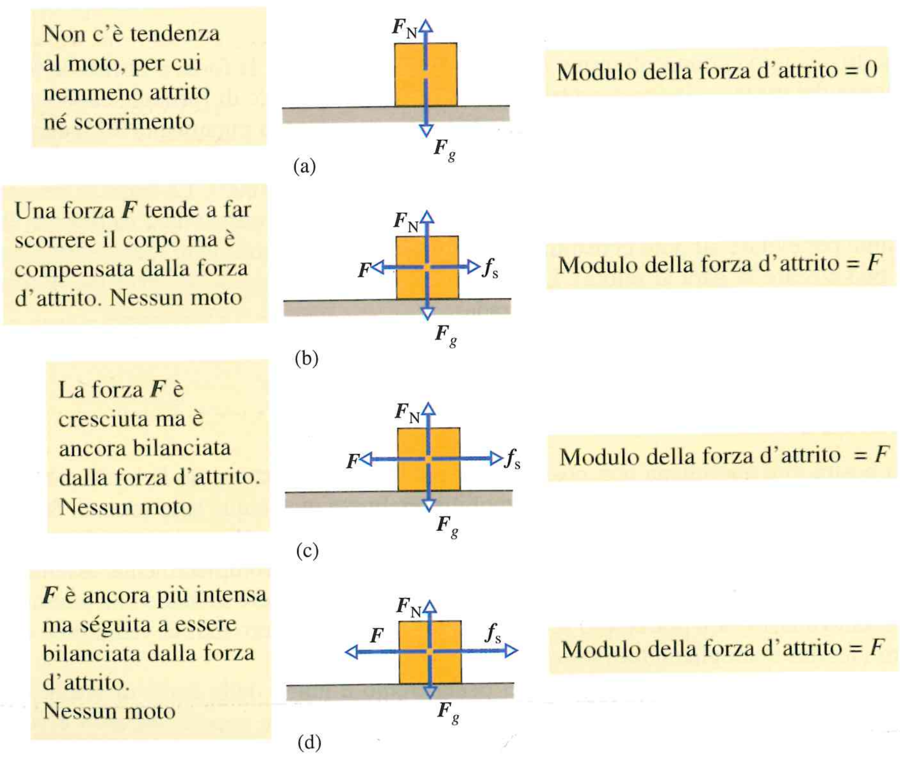
2. Ora spingiamo il libro orizzontalmente in modo che esso si muova a velocità costante sulla superficie del tavolo. Può essere la vostra l'unica forza orizzontale che agisce sul libro? No, perché altrimenti accelererebbe. È ancora Newton con la sua seconda legge ad assicurarci che esiste almeno un'altra forza, contrapposta alla vostra e dello stesso modulo, capace di equilibrarla. Questa seconda forza è una forza d'attrito, diretta parallelamente alla superficie del tavolo.

3. Una cassa pesante è depositata sul pavimento. Se tentiamo di spostarla orizzontalmente non si muove. La seconda legge di Newton impone l'esistenza di una seconda forza agente sulla cassa in grado di bilanciare la nostra. E per bilanciarla deve essere uguale in modulo e direzione ma di verso opposto. Questa seconda forza è una forza d'attrito. Spingiamo più forte la cassa. Ancora non si muove. Sembra che la forza di attrito sia in grado di dosare la propria intensità in maniera tale che le due forze continuino a equilibrarsi. Ora mettiamo nella spinta tutte le nostre energie. E finalmente la cassa comincia a strisciare. Evidentemente la forza di attrito può arrivare fino a un massimo d'intensità, ma non oltre. Se noi siamo in grado di superare questo suo valore massimo, la cassa si muove.

Due tipi di attrito. La figura 6.1 mostra questa situazione in dettaglio. Nella figura 6.1a un blocco si trova in stato di quiete sul piano di un tavolo e la sua forza di gravità $\boldsymbol{F}_g$ è bilanciata da una forza normale $\boldsymbol{N}$. Nella figura 6.1b si esercita sul blocco una forza $\boldsymbol{F}$, tentando di tirarlo verso sinistra: in risposta si ha una forza di attrito $\boldsymbol{f}_s$, diretta verso destra, di modulo esattamente pari alla forza applicata. La forza $\boldsymbol{f}_s$ è detta **forza di attrito statico**. Il blocco non si muove.

Le figure 6.1c e 6.1d mostrano che, aumentando l'intensità della forza applicata, aumenta anche l'intensità della forza di attrito statico $\boldsymbol{f}_s$, e così il blocco resta ancora fermo. Ma quando la forza applicata supera un certo valore, il blocco «strappa» bruscamente il suo contatto con il piano del tavolo e accelera, spostandosi verso sinistra come nella figura 6.1e. La forza di attrito che si oppone ora al moto è detta **forza di attrito dinamico,** $\boldsymbol{f}_k$.

Di solito questa forza di attrito dinamico, che si manifesta in presenza del moto, è minore del massimo valore che può raggiungere la forza di attrito statico, che si attiva in assenza di moto. Così, se vogliamo che il blocco si muova sulla superficie a velocità costante, dovremo in generale diminuire la forza applicata non appena il blocco si è messo in movimento, come si vede nella figura 6.1f. Il grafico 6.1g mostra i risultati di un esperimento in cui la forza esercitata su un bloc-



ura 6.1 (a) Forze che agiscono su blocco in stato di quiete. (b-d) Una rza esterna $\boldsymbol{F}$, applicata al blocco, è ntrobilanciata da una forza di attrito itico $\boldsymbol{f}_s$. Al crescere di F anche f_s esce fino a raggiungere un valore assimo. (*Continua*)

ISBN 978-88-08-18229-6

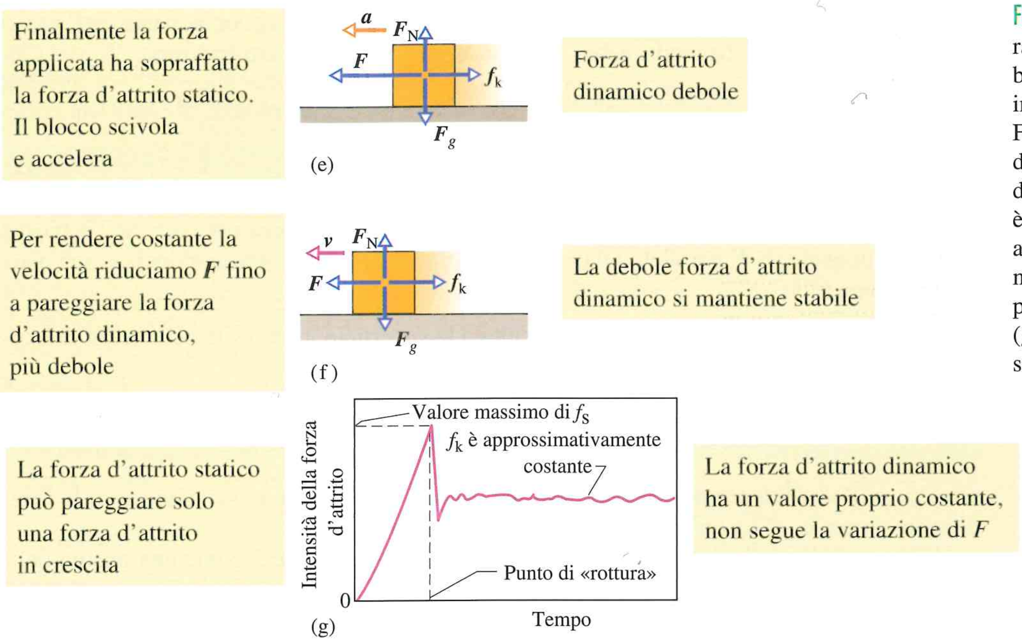


Figura 6.1 (*Continua*) (e) Quando f_s raggiunge il suo valore massimo, il blocco «rompe» il contatto, accelerando improvvisamente nella direzione di $\boldsymbol{F}$. Forze che agiscono su un blocco in stato di quiete. (f) Se si vuole che il blocco d'ora in poi si muova a velocità costante è necessario che la forza $\boldsymbol{F}$ applicata al blocco sia ridotta rispetto al valore massimo che aveva raggiunto un istante prima che il blocco rompesse il contatto. (g) Alcuni risultati sperimentali per la sequenza da (a) a (f).

co è andata lentamente aumentando fino al «punto di strappo». Notiamo la sensibile riduzione della forza occorrente per mantenere il blocco in moto a velocità costante dopo il punto di strappo.

Aspetto microscopico. Fondamentalmente la forza di attrito è una forza che agisce tra gli atomi superficiali di un corpo e quelli di un altro. Se due superfici di metallo levigate e accuratamente lucidate sono messe a contatto sotto vuoto spinto, non possono essere fatte scivolare l'una rispetto all'altra: esse infatti si *saldano a freddo* l'una contro l'altra, formando un unico blocco di metallo. Anche i blocchi lucidati a specchio del comparatore di un attrezzista meccanico, portati a contatto nell'aria, si incollano fra loro quasi altrettanto strettamente, e si possono separare soltanto con un violento sforzo di torsione. In circostanze normali, tuttavia, questo contatto intimo di atomo con atomo non è possibile. Perfino una superficie di metallo molto ben lucidata, come quella che si vede nella figura 6.2, è ben lontana da poter essere definita piana su scala atomica. Inoltre le superfici degli oggetti di tutti i giorni hanno strati di ossidi e altre impurità solide che riducono la possibilità di saldature a freddo.

Quando due superfici sono collocate l'una contro l'altra, solo i loro punti più sporgenti si toccano. (È un po' come mettere le Alpi svizzere capovolte e appoggiate sulle Alpi austriache). L'effettiva area *micro*scopica di contatto è molto minore dell'apparente area *macro*scopica di contatto, di un fattore che può arrivare fino a 10^4. Molti dei punti di contatto si saldano a freddo. Queste microsaldature danno luogo all'attrito statico quando una forza applicata tende a far slittare le superfici una sull'altra.

Quando si tira facendo strisciare una superficie sull'altra, si provoca dapprima uno stiramento delle saldature e, dopo lo strappo iniziale, una continua successione di risaldature e di strappi (fig. 6.2). La forza d'attrito dinamico f_k che si oppone al moto è il vettore somma delle forze dovute a questi microcontatti casuali.

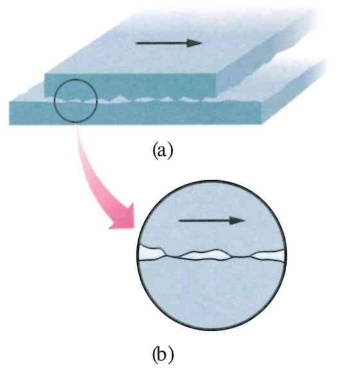


Figura 6.2 Il meccanismo dell'attrito per sfregamento. (a) In questa immagine ingrandita la superficie superiore slitta verso destra sopra la superficie inferiore. (b) Un particolare, che mostra due punti di saldatura a freddo. È necessario applicare una forza per rompere questi punti di saldatura e mantenere il moto.

Se si premono maggiormente le due superfici, sono molti di più i punti che si saldano a freddo. Di conseguenza, occorre una forza molto maggiore per far scorrere una superficie sull'altra. La forza di attrito statico f_s ha un valore massimo più elevato. Anche quando le superfici strisciano l'una contro l'altra vi sono molti più punti di contatto temporaneo, e così anche la forza d'attrito dinamico f_k ha un'intensità maggiore.

Ed è proprio la rapida successione di questi brevissimi periodi di adesione e slittamento che provoca quel rumore stridulo che è caratteristico dello sfregamento relativo di due superfici secche. Così si produce lo stridio degli pneumatici su un fondo asciutto, il cigolio di cardini arrugginiti e il fastidioso suono prodotto a volte dal gesso sulla lavagna. Altre volte però uno sfregamento fra superfici asciutte può provocare un suono piacevole, come quando un archetto, alternando adesioni a slittamenti, «saltella» su una corda di violino.

Le proprietà dell'attrito

Gli esperimenti mostrano che, quando un corpo è premuto contro una superficie in assenza di umidità e lubrificazione e una forza $\boldsymbol{F}$ tende a far slittare il corpo lungo la superficie, la forza d'attrito risultante ha tre proprietà:

ISBN 978-88-08-18229-6

Proprietà 1. Se il corpo non è in moto, la forza di attrito statico f_s e la componente di $\boldsymbol{F}$ parallela alla superficie hanno la stessa intensità, e direzione ma verso opposto.

Proprietà 2. L'intensità di f_s può raggiungere un valore massimo $f_{s,max}$ dato da

$$f_{s,max} = \mu_s F_N, \tag{6.1}$$

dove μ_s è il **coefficiente di attrito statico** e F_N l'intensità della forza normale. Se l'intensità della componente di $\boldsymbol{F}$ parallela alla superficie supera $f_{s,max}$, il corpo comincia a scivolare lungo la superficie.

Proprietà 3. Se il corpo comincia a scivolare lungo la superficie, l'intensità della forza di attrito decresce rapidamente fino al valore f_k dato da

$$f_k = \mu_k F_N, \tag{6.2}$$

dove μ_k è il **coefficiente di attrito dinamico**. In seguito, durante lo scivolamento, la forza d'attrito dinamico f_k ha un'intensità data dalla stessa equazione 6.2.

L'intensità F_N della forza normale compare nelle proprietà 2 e 3 come una misura della fermezza con cui il corpo preme contro la superficie. Se il corpo preme più forte, per la terza legge di Newton il valore di F_N diventa maggiore. Le proprietà 1 e 2 sono formulate considerando una singola forza $\boldsymbol{F}$, ma valgono anche per la forza netta (o risultante) dovuta a diverse forze che agiscano sul corpo. Le equazioni 6.1 e 6.2 *non* sono equazioni vettoriali: sappiamo però che la direzione di $\boldsymbol{f}_s$ o $\boldsymbol{f}_k$ è sempre parallela alla superficie e opposta al moto desiderato, mentre $\boldsymbol{F}_N$ è perpendicolare alla superficie.

I coefficienti μ_s e μ_k sono adimensionali e si devono determinare sperimentalmente. Poiché i loro valori dipendono sia dal corpo sia dalla superficie, in genere ci si riferisce a essi usando la preposizione «tra», come nella frase «il valore di μ_s *tra* una slitta e l'asfalto è di 0,5». D'ora in poi, supporremo che il valore di μ_k non dipenda dalla velocità con cui il corpo scivola sulla superficie.

VERIFICA 1

Sul pavimento giace un blocco. (a) Qual è il modulo della forza d'attrito esercitata dal pavimento? (b) Se ora applichiamo una forza orizzontale di 5 N al blocco e questo non si muove, qual è ora il modulo della forza d'attrito applicata su di esso? Se il valore massimo $f_{s,max}$ dell'attrito statico sul blocco è di 10 N, questo si muoverà se viene applicata una forza orizzontale di (c) 8 N o di (d) 12 N? (e) Qual è il modulo della forza d'attrito nel caso (c)?

(a) 0 ; (b) 5N ; (c) NO ; (d) sì ; (e) 8N

ROBLEMA SVOLTO 6.1 Forza inclinata applicata a un blocco inizialmente fermo

questo problema compare una forza inclinata e per trovare la forza ıttrito ciò comporta l'uso delle componenti. La sfida maggiore consiste ll'ordinare tutte le componenti. Nella figura 6.3a abbiamo una forza ampiezza F = 12,0 N applicata a un blocco di massa 8,00 kg, la cui ezione forma un angolo θ = 30,0° verso il basso rispetto al piano zzontale. Il coefficiente di attrito statico tra il blocco e il piano di pporto è μ_s = 0,700, mentre quello dinamico è μ_k = 0,400. Il blocco, ando si applica la forza, comincia a muoversi o resta al suo posto? ıanto vale il modulo della forza d'attrito agente sul blocco?

OLUZIONE

) Se un corpo è fermo su una superficie, la forza d'attrito statico ancia la componente lungo la superficie della forza che tenta di far ɔrrere il corpo sulla superficie medesima. (2) Il valore massimo di ensità della forza d'attrito statico è dato dall'equazione 6.1. (3) Se componente della forza antagonista dell'attrito è maggiore di tale lore massimo, il blocco comincia a scivolare. (4) Se il corpo scivola, il ɔdulo della forza d'attrito dinamico è dato dalla (6.2).

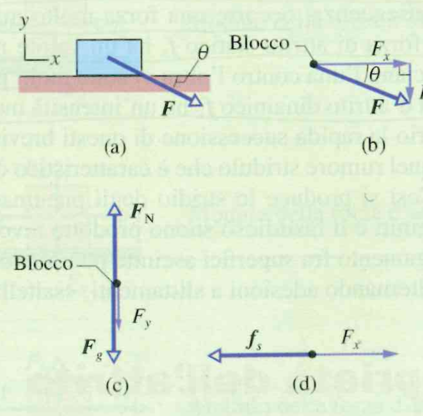


Figura 6.3 Problema svolto 6.1. (a) Si applica una forza a un blocco inizialmente fermo. (b) Componenti della forza applicata. (c) Componenti verticali delle forze. (d) Componenti orizzontali delle forze.

ISBN 978-88-08-18229-6

Calcoli. Per decidere se il corpo slitta (e quindi calcolare l'intensità della forza d'attrito) dobbiamo confrontare la componente F_x della forza applicata con l'intensità massima possibile $f_{s,\max}$ della forza d'attrito statico. Dal triangolo della figura 6.3b osserviamo che

$$F_x = F\cos\theta = (12{,}0\ \text{N})\cos 30° = 10{,}39\ \text{N}. \tag{6.3}$$

L'equazione 6.1 afferma che $f_{s,\max} = \mu_s F_N$, ma ci serve il modulo F_N della forza normale. Dato che questa è verticale, dobbiamo scrivere la seconda legge di Newton, $F_{\text{net},y} = ma_y$, per la componente verticale della forza esercitata sul blocco, come illustra la figura 6.3c. La forza di gravità di modulo mg è orientata verso il basso, mentre la forza applicata ha una componente verticale $F_y = F\sin\theta$. Considerato che la componente verticale dell'accelerazione è zero, possiamo scrivere la seconda legge di Newton come

$$F_N - mg - F\sin\theta = m(0), \tag{6.4}$$

da cui ricaviamo

$$F_N = mg + F\sin\theta. \tag{6.5}$$

Ora possiamo calcolare $f_{s,\max}$:

$$\begin{aligned} f_{s,\max} &= \mu_s(mg + F\sin\theta) = \\ &= (0{,}700)[(8{,}00\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) + (12{,}0\ \text{N})(\sin 30°)] = \\ &= 59{,}08\ \text{N}. \end{aligned} \tag{6.6}$$

Constatiamo che il modulo $F_x = 10{,}39$ N della componente della forza applicata è minore di $f_{s,\max} = 59{,}08$ N. Di conseguenza il blocco rimane a riposo. In questo caso il modulo f_s della forza d'attrito *coincide* con F_x. In base alla figura 6.3d possiamo scrivere la seconda legge di Newton per la componente x come

$$F_x - f_s = m(0), \tag{6.7}$$

ossia

$$f_s = F_x = 10{,}39\ \text{N} \approx 10{,}4\ \text{N}.$$

PROBLEMA SVOLTO 6.2 Arresto su strada ghiacciata, orizzontale e inclinata

Molti divertenti video sul Web riguardano auto che slittano su strade ghiacciate. Confrontiamo qui i tipici spazi di arresto necessari per fermarsi da una velocità iniziale di 10,0 m/s su asfalto asciutto, fondo orizzontale ghiacciato e una strada gelata in discesa.

(a) Qual è lo spazio d'arresto per un'auto su un piano orizzontale (fig. 6.4a) se il coefficiente di attrito è $\mu_k = 0{,}60$, un valore tipico per pneumatici ordinari su asfalto asciutto? Trascuriamo gli effetti dell'aria, supponiamo che le ruote siano bloccate e che striscino sull'asfalto. Tracciamo l'asse x nella direzione del moto.

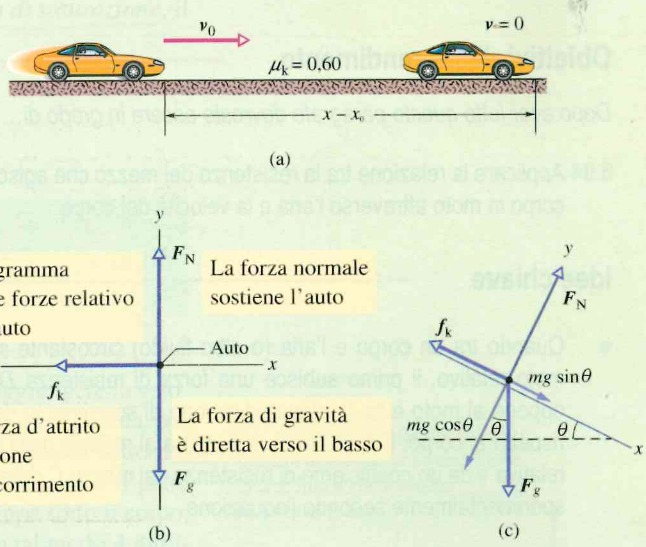


Figura 6.4 Problema svolto 6.2. (a) Un'auto che slitta verso destra fino a fermarsi. Diagramma vettoriale delle forze relativo all'auto (b) su piano orizzontale e (c) in discesa.

SOLUZIONE

(1) La macchina subisce un'accelerazione (la sua velocità diminuisce) perché su di essa agisce una forza d'attrito che si oppone al suo moto, con verso negativo sull'asse delle x. (2) Si tratta di una forza d'attrito dinamico con modulo dato dalla (6.2), $f_k = \mu_k F_N$, in cui F_N è l'intensità della forza normale che la strada esercita sull'auto. (3) Possiamo legare la forza d'attrito all'accelerazione scrivendo la seconda legge di Newton per il moto della macchina.

Calcoli. La figura 6.4b mostra il diagramma delle forze per l'automobile. La forza normale è verticale, rivolta verso l'alto, quella di gravità è invece verso il basso e la forza d'attrito è orizzontale. Dato che quest'ultima è l'unica ad avere una componente orizzontale non nulla lungo l'asse x, la seconda legge di Newton scritta per il moto lungo l'asse x si scrive come

$$-f_k = ma_x. \tag{6.8}$$

Sostituendovi l'espressione di f_k abbiamo

$$-\mu_k F_N = ma_x. \tag{6.9}$$

Nella figura 6.4b si nota che la forza normale verso l'alto compensa quella gravitazionale verso il basso, di modo che possiamo sostituire nell'equazione 6.9 il modulo F_N con mg. Nell'equazione m si elide e dunque lo spazio di frenata non dipende dalla massa: che l'auto sia leggera o pesante, il risultato non cambia. Risolvendo rispetto ad a_x troviamo

$$a_x = -\mu_k g. \tag{6.10}$$

Poiché questa accelerazione è costante, ci sono d'aiuto le equazioni per accelerazione costante della tabella 2.1. Per trovare $x - x_0$ la miglior scelta è l'equazione 2.16:

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_x}. \tag{6.11}$$

Introducendovi la (6.10) otteniamo

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{-2\mu_k g}. \tag{6.12}$$

Inserendo ora la velocità iniziale $v_0 = 10{,}0$ m/s, quella finale $v = 0$ e il coefficiente d'attrito dinamico $\mu_k = 0{,}60$, troviamo lo spazio d'arresto dell'auto:

$$x - x_0 = 8{,}50\ \text{m} \approx 8{,}5\ \text{m}.$$

(b) Quanto diventa lo spazio di frenata in condizioni di strada ghiacciata con $\mu_k = 0{,}10$?

Calcoli. Lo svolgimento è identico fino all'equazione 6.12, ove però sostituiamo questo nuovo valore di μ_k trovando

$$x - x_0 = 51\ \text{m}.$$

Si richiede una distanza di sicurezza molto maggiore per evitare tamponamenti di chi ci precede!

(c) Ora supponiamo che la macchina in frenata slitti su una discesa ghiacciata con inclinazione $\theta = 6{,}00°$ (una pendenza comune in montagna e in zone collinose, pari a circa il 10,5%). Il diagramma delle forze

 ISBN 978-88-08-18229-6

figura 6.4c è simile alla rampa del problema svolto 5.4, salvo che ora verso positivo dell'asse x è inclinato verso il *basso*. Quale sarebbe in l caso lo spazio di arresto?

lcoli. Passare dal caso di figura 6.4b a quello di figura 6.4c comporta le principali cambiamenti. (1) Ora la componente della forza di gravità calcolata lungo l'asse inclinato e agisce trascinando l'auto verso il sso. Vediamo dal problema svolto 5.4 e dalla figura 5.15 che la componente lungo il piano inclinato è data da $mg \sin \theta$, che nella figura 6.4c parallela al verso positivo delle x. (2) La forza normale, sempre perpendicolare al piano della strada, ora bilancia solo una componente lla forza di gravità. Seguendo la traccia del problema svolto 5.4 scriamo tale bilancio come

$$F_N = mg \cos \theta.$$

l di là di queste modifiche vogliamo arrivare comunque a scrivere la conda legge di Newton per il moto lungo l'asse x, ora inclinato. Abbiamo

$$-f_k + mg \sin \theta = ma_x,$$
$$-\mu_k F_N + mg \sin \theta = ma_x,$$

e infine

$$-\mu_k mg \cos \theta + mg \sin \theta = ma_x.$$

Ricavando l'accelerazione e introducendo i dati, si ottiene

$$\begin{aligned} a_x &= -\mu_k g \cos \theta + g \sin \theta = \\ &= -(0{,}10)(9{,}8\ \text{m/s}^2) \cos 6{,}00° + (9{,}8\ \text{m/s}^2) \sin 6{,}00° = \\ &= 0{,}0497\ \text{m/s}^2. \end{aligned} \tag{6.13}$$

Accel. positiva: l'auto non si arresta

Inserendo questo risultato nella (6.11) otteniamo lo spazio d'arresto in discesa:

$$x - x_0 = 1006\ \text{m} \approx 1000\ \text{m},$$

un kilometro! Chi non ha piena consapevolezza e padronanza di queste considerazioni, si chiuda prudentemente in casa.

.2 RESISTENZA DEL MEZZO E VELOCITÀ LIMITE

biettivi di apprendimento

po aver letto questo paragrafo dovreste essere in grado di…

)4 Applicare la relazione tra la resistenza del mezzo che agisce su un corpo in moto attraverso l'aria e la velocità del corpo.

6.05 Determinare la velocità limite di un corpo che cade in aria.

ee chiave

- Quando tra un corpo e l'aria (o altro fluido) circostante si ha un moto relativo, il primo subisce una forza di resistenza $\boldsymbol{D}$ che si oppone al moto e ha la stessa direzione di scorrimento del fluido rispetto al corpo. L'intensità di $\boldsymbol{D}$ è legata al modulo della velocità relativa v da un coefficiente di resistenza del mezzo C determinato sperimentalmente secondo l'equazione

$$D = \tfrac{1}{2} C \rho A v^2,$$

in cui ρ è la massa volumica (densità) del fluido e A è l'area di sezione efficace del corpo (l'area di sezione massima sul piano perpendicolare alla velocità relativa $\boldsymbol{v}$).

- Dopo che un corpo è in caduta nell'aria per un tempo sufficiente, le intensità della resistenza del mezzo $\boldsymbol{D}$ e della forza di gravità $\boldsymbol{F}_g$ che agiscono sul corpo diventano uguali. Da quel momento il corpo continua a cadere a una velocità costante, detta velocità limite v_t, con modulo dato da

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}.$$

Resistenza del mezzo e velocità limite

Un **fluido** è qualcosa che può scorrere; in generale, è un gas o un liquido. Quando tra un fluido e un corpo solido esiste una velocità relativa non nulla (o perché il corpo si muove nel fluido, o perché il fluido si muove incontro al corpo), sul corpo agisce una **forza di resistenza del mezzo $\boldsymbol{D}$** che si oppone al moto relativo, diretta nel senso in cui si muove il fluido in relazione al corpo. Quando si tratta di gas, e specialmente di aria, questa forza è chiamata anche forza di **resistenza aerodinamica.**

Esamineremo qui solo casi in cui il fluido è l'aria, il corpo sia tozzo o arrotondato (come una palla da baseball) piuttosto che affusolato (come un giavellotto), e il moto relativo sia abbastanza veloce da rendere turbolenta l'aria, tale cioè da formare vortici irregolari a valle del corpo. In casi simili l'intensità della forza di resistenza aerodinamica $\boldsymbol{D}$ è legata alla velocità relativa v da un coefficiente, determinato sperimentalmente, detto **coefficiente di resistenza del mezzo** o **coefficiente di resistenza aerodinamica** (o brevemente *coefficiente aerodinamico*) C, secondo l'equazione

$$D = \tfrac{1}{2} C \rho A v^2, \tag{6.14}$$

dove ρ è la massa volumica dell'aria (massa per unità di volume, detta comunemente ma impropriamente *densità*), e A è l'**area efficace della sezione trasversale** del corpo (la massima tra le aree di sezione trasversale, cioè tagliate secondo un piano perpendicolare alla velocità v). Il coefficiente aerodinamico C (i cui valori tipici sono compresi fra 0,4 e 1,0) non è propriamente una costante caratteristica per un dato corpo, perché, se v varia in modo significativo, il valore di C può variare sensibilmente. Qui, però, ignoreremo queste complicazioni.

Gli sciatori discesisti sanno bene che la resistenza aerodinamica dipende da A e da v^2. Per raggiungere alte velocità uno sciatore si sforza di ridurre D il più possibile, mettendosi per esempio in posizione *a uovo* (fig. 6.5), per minimizzare A.

Karl-Josef Hildenbrand/dpa/Landov LLC

Figura 6.5 Questa sciatrice si raccoglie in posizione *a uovo* in modo da rendere minima l'area efficace della sua sezione trasversale e ridurre così la resistenza che l'aria esercita su di lei.

Caduta. Quando un oggetto arrotondato, partendo da uno stato di quiete, cade nell'aria, D, che è diretto in questo caso verso l'alto, aumenta gradualmente, partendo da zero, man mano che cresce la velocità del corpo. Essa si oppone alla forza di gravità agente sul corpo. Possiamo mettere in relazione queste forze con l'accelerazione subita dal corpo mediante la seconda legge di Newton scritta per l'asse verticale y ($F_{\text{net},y} = ma_y$) nel seguente modo:

$$D - F_g = ma, \tag{6.15}$$

ove m è la massa del corpo. Come suggerisce la figura 6.6, se il corpo cade per un tempo sufficientemente lungo, l'intensità della forza frenante D può raggiungere a un certo punto un valore uguale a F_g. Ciò significa, osservando la (6.15), che l'accelerazione si annulla e quindi la velocità del corpo non aumenta più. Il corpo cade da quel momento con una **velocità limite** costante con modulo v_t, detta anche **velocità di regime** o *velocità di saturazione*, il cui valore, posto $a = 0$ nell'equazione 6.15 e introducendovi la (6.14), è

$$\tfrac{1}{2}C\rho A v_t^2 - F_g = 0.$$

da cui risulta

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}. \tag{6.16}$$

La tabella 6.1 indica alcuni valori tipici di v_t.

Secondo l'equazione 6.16, un gatto[1] deve cadere per circa sei piani per raggiungere la velocità limite. Finché non arriva a questo punto, si ha $F_g > D$ e il gatto accelera la sua caduta, per effetto della forza risultante diretta verso il basso. Ricordiamo, come già abbiamo detto nel capitolo 2, che il nostro corpo è un accelerometro, non un tachimetro. Poiché anche il gatto percepisce l'accelerazione, è spaventato e si rattrappisce, raccogliendo le zampe sotto il corpo, ritraendo testa e collo fra le spalle e inarcando la spina dorsale verso l'alto. In tal modo A diminuisce, facendo aumentare v_t e rendendo più grave il rischio di farsi male all'atterraggio.

Quando invece la velocità raggiunge il valore v_t, l'accelerazione si annulla e il gatto in qualche modo si rilassa, drizzando la schiena e allungando in fuori le zampe e il collo, così

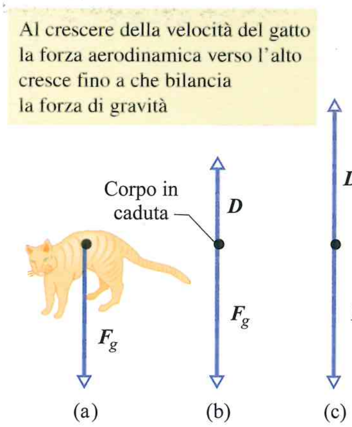


Figura 6.6 Forze che agiscono su un corpo che cade nell'aria: (a) il corpo quando ha appena cominciato a cadere; (b) il diagramma vettoriale in un istante immediatamente successivo, non appena si è sviluppata la forza di resistenza aerodinamica. (c) La resistenza del mezzo è aumentata fino a controbilanciare la forza di gravità del corpo. Il corpo ora cade alla velocità limite costante.

TABELLA 6.1 Alcuni valori di velocità in aria

Oggetto	Velocità limite (m/s)	Distanza di regime* (m)
Proiettile (dallo sparo)	145	2500
Paracadutista in caduta libera (tipico)	60	430
Palla da baseball	42	210
Palla da tennis	31	115
Palla da pallacanestro	20	47
Pallina da ping pong	9	10
Goccia di pioggia (raggio = 1,5 mm)	7	6
Paracadutista con paracadute (tipico)	5	3

* Distanza attraverso la quale il corpo deve cadere da fermo per raggiungere il 95% della velocità limite.
Fonte: Adattamento da Brancazio P.J., *Sport Science*, Simon & Schuster, New York 1984.

[1] Vedi Whitney W.O. e Mehlhaff C.J., *High-rise syndrome in cats*, Journal of American Veterinary Medical Association, vol. 191, pag. 1399-1403 (1987).

ISBN 978-88-08-18229-6

tchett/Taxi/Getty Images

6.7 Un paracadutista, assumendo la
one dell'«aquila ad ali distese», ren-
ssima la resistenza da parte dell'aria.

da sembrare uno scoiattolo volante. Questi movimenti istintivi fanno aumentare il valore di A e quindi di D, e il gatto comincia a rallentare, giacché è ormai $D > F_g$ e la forza netta è rivolta verso l'alto, finché raggiunge un nuovo valore v_t minore del precedente, diminuendo così la probabilità di farsi male atterrando. Subito prima della fine della caduta, quando sta per toccare il terreno, il gatto piega le zampe posteriori sotto il corpo per prepararsi a un atterraggio «morbido».

Anche esponenti del genere umano talvolta cadono da grandi altezze per il gusto di gettarsi nel vuoto. Nell'aprile 1987, durante un lancio, il paracadutista Gregory Robertson notò che la sua compagna Debbie Williams, urtata da un altro paracadutista, aveva perduto conoscenza e non era in grado di aprire il paracadute. Robertson, che si trovava in quel momento ben sopra la Williams e non aveva ancora aperto il paracadute, preparandosi a un tuffo di 4 km in caduta libera, modificò l'assetto del proprio corpo mettendosi a testa in giù per ridurre al minimo A e rendere così massima la velocità di caduta. Cadendo a una velocità v_t di circa 320 km/h (stimata successivamente), raggiunse la Williams e a quel punto si mise nella posizione orizzontale «aquila ad ali distese» (come nella figura 6.7) per far aumentare D e poterla afferrare. Riuscì ad aprire il paracadute della Williams e, dopo averla lasciata, aprì il proprio paracadute 10 s prima dell'impatto con il terreno. La Williams riportò gravi lesioni interne per essere atterrata in stato d'incoscienza, ma sopravvisse.

ROBLEMA SVOLTO 6.3 Velocità limite di una goccia di pioggia

a goccia di pioggia con raggio R = 1,5 mm cade da una nuvola che si va a un'altezza h = 1200 m sopra il terreno. Il coefficiente aerodinami- C per la goccia è di 0,60. Ipotizziamo che la goccia sia sferica durante caduta. La massa volumica dell'acqua ρ_w è di 1000 kg/m^3, la massa lumica dell'aria ρ_a è di 1,2 kg/m^3.

Come indica la tabella 6.1, le gocce di pioggia raggiungono la velo- à limite dopo pochi metri di caduta.

OLUZIONE

idea chiave sta nel considerare che la goccia raggiunge la sua velocità nite quando la forza di gravità è bilanciata dalla resistenza aerodina- ca che agisce su di essa. In questa situazione la sua accelerazione è lla. Applichiamo la seconda legge di Newton insieme alla (6.14) per ovare la velocità limite. L'equazione 6.16 è adatta a questo scopo. Per ilizzarla, tuttavia, ci serve sapere l'area A di sezione efficace e il odulo della forza di gravità. Dato che la goccia è sferica, l'area A è ta dal cerchio massimo (πR^2), con R raggio della sfera. Per trovare F_g serviamo tre fatti: 1) $F_g = mg$, ove m rappresenta la massa della goc- a; 2) il volume (sferico) della goccia è $V = (4/3)\pi R^3$; 3) la massa volu- ica dell'acqua è data dal rapporto $\rho_w = m/V$. Così, per la goccia, avre- o

$$F_g = \rho_w g V = \rho_w g (4/3)\pi R^3.$$

all'equazione 6.16 troviamo quindi, introducendo quest'espressione, ella per l'area A e i dati noti,

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho_a A}} = \sqrt{\frac{8\pi R^3 \rho_w g}{3C\rho_a \pi R^2}} = \sqrt{\frac{8R\rho_w g}{3C\rho_a}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(8)(1{,}5\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m})(1000\ \mathrm{kg/m^3})(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})}{(3)(0{,}60)(1{,}2\ \mathrm{kg/m^3})}} =$$

$$= 7{,}4\ \mathrm{m/s}\ (\approx 27\ \mathrm{km/h}).$$

Notiamo che l'altezza della nuvola non rientra nel calcolo. La goccia di pioggia (vedi tabella 6.1) raggiunge la sua velocità limite dopo essere caduta soltanto di pochi metri.

(b) Quale sarebbe la velocità raggiunta dalla goccia appena prima dell'impatto con il terreno, se non ci fosse alcuna forza di resistenza del mezzo?

SOLUZIONE

Come idea chiave osserviamo che, in mancanza di resistenza dell'aria, la goccia cadrebbe con accelerazione di gravità g costante, il che ci consente l'uso delle equazioni di tabella 2.1. Dall'equazione 2.16, ponendo $h = (x - x_0)$ e $v_0 = 0$, otteniamo

$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})(1200\ \mathrm{m})} =$$

$$= 153\ \mathrm{m/s} \approx 550\ \mathrm{km/h}.$$

In questa ipotesi, Shakespeare difficilmente avrebbe scritto "cadde sul luogo sottostante, come la pioggia gentile dal cielo". La velocità è più simile a quella di una pallottola di fucile!

ISBN 978-88-08-18229-6

6.3 MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Obiettivi di apprendimento

Dopo aver letto questo paragrafo dovreste essere in grado di...

6.06 Disegnare la traiettoria di un moto circolare uniforme evidenziando i vettori velocità, accelerazione e forza (moduli e orientamenti) durante il moto.

6.07 Rendervi conto che non vi può essere moto circolare uniforme di un corpo senza che su di esso agisca una forza netta radiale verso il centro (forza centripeta).

6.08 Applicare, per una particella in moto circolare uniforme, la relazione che lega il raggio di curvatura con la velocità e la massa della particella, nonché con la forza netta agente su di essa.

Idee chiave

- Quando una particella percorre una circonferenza o una sua porzione di raggio R con velocità di modulo v costante, si dice che è in moto circolare uniforme. In tal caso è sottoposta a un'accelerazione centripeta $\boldsymbol{a}$ di modulo dato da

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

- Questa accelerazione è dovuta a una forza centripeta netta agente sulla particella, di modulo

$$F = \frac{mv^2}{R}.$$

in cui m rappresenta la massa della particella. Le quantità vettoriali $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{F}$ sono dirette verso il centro di curvatura della traiettoria.

Moto circolare uniforme

Se una particella si muove sulla circonferenza di raggio R o su un suo arco con velocità costante v, si dice che è in moto circolare uniforme. L'intensità dell'accelerazione centripeta è costante e risulta dall'equazione 4.34:

$$a = \frac{v^2}{R} \quad \text{(accelerazione centripeta)}, \qquad (6.17)$$

ove R è il raggio della circonferenza.

Esaminiamo due esempi di moto circolare uniforme.

1. ***Percorrendo una curva in automobile.*** Un ragazzo è seduto al centro del sedile posteriore di un'automobile che percorre una strada piana a grande velocità. Quando il guidatore curva improvvisamente a sinistra, percorrendo un arco circolare per girare intorno a uno spartitraffico, il ragazzo si sente scivolare sul sedile verso destra e schiacciare contro la portiera della macchina. Che cosa sta succedendo?

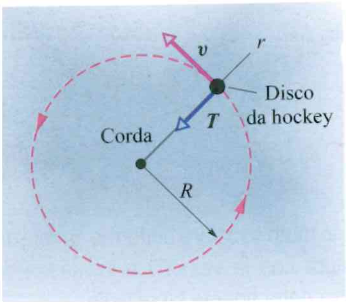
   L'auto, mentre si muove lungo l'arco circolare, è in moto circolare uniforme. Vale a dire che è dotata di accelerazione diretta verso il centro del cerchio. Dalla seconda legge di Newton si ha che questa accelerazione deve essere provocata da una forza, la quale deve essere pure diretta verso il centro. È una **forza centripeta**, che in questo caso è una forza d'attrito esercitata dalla strada sugli pneumatici, ed è ciò che rende possibile affrontare la curva.

   Se il ragazzo si muove di moto circolare uniforme insieme alla macchina, significa che anche lui subisce una forza centripeta. A quanto pare, tuttavia, la forza d'attrito esercitata su di lui dal sedile non era sufficiente per costringerlo a muoversi lungo la stessa circonferenza percorsa dall'auto. Il sedile è quindi scivolato sotto di lui finché la portiera di destra l'ha bloccato, applicando sul ragazzo una forza centripeta sufficiente a seguire l'auto nel suo moto circolare uniforme.

2. ***Orbitando intorno alla Terra.*** Questa volta osserviamo un passeggero nella navicella spaziale *Atlantis* in orbita intorno alla Terra che sta provando la sensazione di «assenza di peso». Che cosa sta succedendo in questo caso?

   Sia l'astronave sia il passeggero sono in moto circolare uniforme e sono dotati di accelerazione diretta verso il centro dell'orbita. Di nuovo Newton con la sua seconda legge ci assicura che devono essere forze centripete a causare queste accelerazioni. Questa volta la forza centripeta che mantiene il passeggero e la capsula spaziale in moto circolare uniforme è l'attrazione gravitazionale della Terra che agisce su di lui e sulla capsula. Questa forza è diretta in senso radiale verso l'interno, cioè verso il centro della Terra.

 ISBN 978-88-08-18229-6



Il disco è in moto circolare uniforme solo grazie alla forza centripeta

ura 6.8 Un disco da hockey di mas- m, su una superficie orizzontale sen- attrito, gira a velocità costante v su percorso circolare. L'intensità della za centripeta che agisce sul disco è la trazione della corda dalla quale è ttenuto, e il suo orientamento è verso entro lungo l'asse r.

I passeggeri dell'auto e dell'astronave sono entrambi in moto circolare uniforme sotto l'azione di una forza centripeta. La percezione nelle due situazioni, però, è completamente differente: in auto, schiacciati contro la parete, ci si rende conto di essere compressi dalla parete; nella capsula orbitante, d'altra parte, il passeggero galleggia e non percepisce alcuna forza che agisce su di lui. Perché c'è questa grande differenza fra le due situazioni?

La differenza è dovuta alla natura delle due forze centripete. Nell'auto la forza centripeta è una *forza di contatto*, esercitata dalla parete, esternamente, sulla parte del corpo che è a contatto con la parete. Nella navetta la forza centripeta è una *forza di volume*, dovuta all'attrazione gravitazionale terrestre esercitata su ogni atomo del corpo e su ogni atomo della capsula, in modo proporzionale alla massa di ogni atomo. Quindi non c'è compressione su alcuna parte del corpo, e nemmeno alcuna sensazione di forze che agiscano sul corpo.

Un altro esempio di forza centripeta è illustrato nella figura 6.8. Un disco da hockey percorre una circonferenza a velocità scalare costante v, trattenuto da una corda assicurata a un picchetto posto al centro. Questa volta la forza centripeta è la tensione diretta verso il centro che la corda esercita sul disco. Senza di essa il disco scivolerebbe via diritto piuttosto che piegare in una traiettoria curva.

Si noti bene che la forza centripeta non è un nuovo tipo di forza. Il nome indica semplicemente la direzione della forza rispetto al moto cui è associata. Può essere infatti una forza d'attrito, una forza di gravità, una forza di tensione, una forza normale o anche altri tipi di forze. Ma in ogni caso:

> Una forza centripeta accelera un corpo variandone il vettore velocità senza variarne il modulo.

Dalla seconda legge di Newton e dall'equazione 6.17 possiamo scrivere il modulo F di una forza centripeta (netta) come

$$F = \frac{mv^2}{R} \quad \text{(modulo della forza centripeta).} \tag{6.18}$$

Dato che qui v è costante, lo sono pure i moduli dell'accelerazione e della forza.

Non sono costanti invece le direzioni dell'accelerazione e della forza; variano continuamente in modo da essere sempre dirette verso il centro della circonferenza. Per questo i vettori forza e accelerazione si disegnano lungo l'asse radiale r che si muove seguendo il corpo e va dal centro della circonferenza al corpo, come in figura 6.8. Il verso positivo del raggio è uscente dal centro, ma il verso dell'accelerazione e della forza sono sempre orientati verso il centro.

✔ VERIFICA 2

Come ben sanno gli appassionati dei parchi di divertimento, la *ruota panoramica* consiste in un'enorme ruota di ferro montata su asse orizzontale con appese delle panchine che ruotano. Mentre state girando su una ruota panoramica a velocità costante, quali sono le direzioni della vostra accelerazione $\boldsymbol{a}$ e della forza normale $\boldsymbol{F}_N$ su di voi (esercitata dal sedile sempre verso l'alto) quando passate (a) dal culmine e (b) dal punto più basso? (c) Che rapporto c'è tra l'intensità dell'accelerazione al culmine e al punto più basso? (d) E tra le intensità della forza normale negli stessi punti?

(a) $\vec{a}\downarrow$, $N\uparrow$; (b) $\vec{a}\uparrow$; $N\uparrow$; (c) uguale, (d) maggiore in basso

PROBLEMA SVOLTO 6.4 Anello verticale, Diavolo

bituati ad andare in moto o in automobile, abbiamo familiarità con il oto circolare uniforme sul piano orizzontale. Quello sul piano verticale ci lascerebbe sorpresi. Lo vediamo in questo problema svolto, ove un le tipo di moto sembra sfidare la forza di gravità.

Nel 1901 un acrobata del circo, Diavolo, soprannominato «Dare evil» (diavolo temerario) lanciò l'emozionante numero di un giro della orte in bicicletta all'interno di un anello verticale (fig. 6.9a). Assimindo la pista a una circonferenza di raggio R = 2,7 m, qual è il minimo valore che deve raggiungere la velocità v della bicicletta per rimanere in contatto con la pista nel punto più alto dell'anello?

SOLUZIONE

Possiamo assumere che Diavolo e la bicicletta si comportino come un unico corpo puntiforme in moto circolare uniforme. Al culmine dell'anello quindi l'accelerazione deve avere modulo pari a v^2/R, dato

ISBN 978-88-08-18229-6

dall'equazione 6.17 e deve essere diretta verso il basso, cioè verso il centro dell'anello.

Nella figura 6.9b è disegnato un diagramma delle forze, riferito a Diavolo e alla sua bicicletta (considerati come un unico corpo puntiforme) nel punto più alto dell'anello, rappresentando la forza normale $\vec{F}_N$ esercitata dall'anello verso il basso e la forza di gravità $\vec{F}_g$ diretta pure verso il basso lungo l'asse y, sicché è diretta verso il basso anche l'accelerazione centripeta. Applicando la seconda legge di Newton lungo l'asse y, abbiamo

$$-F_N - F_g = m(-a),$$

che diventa

$$-F_N - mg = m\left(-\frac{v^2}{R}\right). \qquad (6.19)$$

Se il corpo ha la velocità minima necessaria a rimanere in contatto, significa che è sul punto di perderlo, ciò corrisponde ad avere $F_N = 0$ nel punto più alto dell'anello.

Introducendo questo valore nell'equazione 6.19, risolvendo rispetto a v e immettendo gli altri dati, si ottiene

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(2{,}7\ \text{m})} = 5{,}1\ \text{m/s}.$$

Per esser certo di non perdere il contatto, Diavolo fece in modo che la sua velocità fosse ben maggiore di 5,1 m/s nel punto più alto dell'anello, nel qual caso $F_N > 0$. Si osservi che la velocità richiesta è indipendente dalla massa di Diavolo e da quella della bicicletta.

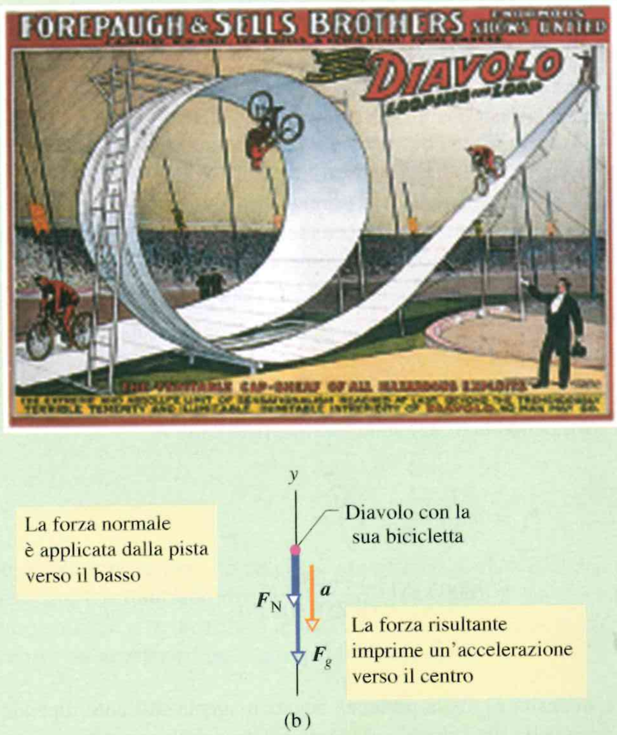


Figura 6.9 Problema svolto 6.4. (a) Il manifesto propagandistico del numero acrobatico e (b) il diagramma vettoriale rappresentativo di Diavolo.

PROBLEMA SVOLTO 6.5 Automobile in curva circolare orizzontale

In corsa capovolti. L'aria che lambisce le auto da corsa moderne schiaccia verso il basso la carrozzeria, consentendo loro di affrontare le curve su piano orizzontale con velocità maggiori senza perdere aderenza. Questa spinta verso il basso è chiamata *portanza negativa*. Sarebbe possibile realizzare una portanza negativa così elevata da consentire a una macchina di correre capovolta lungo una pista sul soffitto?

La figura 6.10a rappresenta un'automobile da corsa di massa $m = 600$ kg, che viaggia su una pista piana circolare di raggio $R = 100$ m. Grazie alla forma della carrozzeria e delle sue apposite alette, l'aria che la lambisce esercita sulla macchina una portanza negativa $\vec{F}_L$ verso il basso. Il coefficiente di attrito statico tra gomme e asfalto vale 0,75. Si assuma che la forza agente sulle quattro ruote sia uguale.

(a) Se l'auto può affrontare una curva con velocità massima di 28,6 m/s senza slittare, che modulo ha $\vec{F}_L$ in queste condizioni?

SOLUZIONE

Dobbiamo correlare la forza verticale $\vec{F}_L$ al moto circolare dell'auto sul piano orizzontale e alla condizione limite di slittamento radiale. Iniziamo con l'esporre quattro idee chiave sul moto orizzontale.

1. Se l'automobile percorre una traiettoria circolare, bisogna che sia sottoposta a una forza centripeta diretta orizzontalmente verso il centro del cerchio.
2. L'unica forza orizzontale che agisca sull'auto è la forza d'attrito che l'asfalto applica agli pneumatici. Quindi la forza centripeta qui è una forza d'attrito.
3. Dato che l'auto non slitta verso l'esterno, questa forza d'attrito dev'essere di tipo statico, rappresentata dal vettore $\vec{f}_s$ di figura 6.10a.
4. Se la macchina è sul punto di slittare, il modulo della forza d'attrito f_s è pari al valor massimo $f_{s,\max} = \mu_s F_N$ dove F_N è il modulo della forza normale applicata dal terreno all'auto.

Calcoli per la direzione radiale. La forza d'attrito $\vec{f}_s$ è rappresentata nel diagramma delle forze di figura 6.10b. È diretta come l'asse radiale r e orientata verso il centro. La forza imprime un'accelerazione centripeta di modulo v^2/R. Mettiamo in relazione la forza con l'accelerazione tramite la seconda legge di Newton scritta per l'asse r ($F_{\text{net},r} = ma_r$):

$$-f_s = -\frac{mv^2}{R}. \qquad (6.20)$$

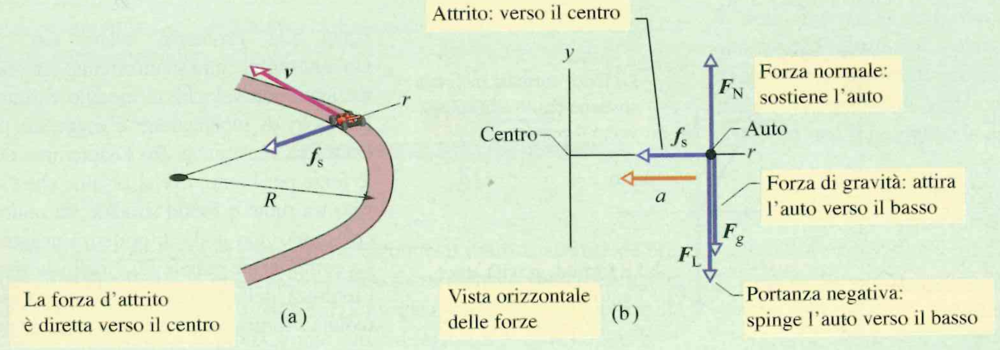


Figura 6.10 Problema svolto 6.5. (a) Un'automobile gira su un circuito circolare piano con velocità di modulo costante. La forza d'attrito $\vec{f}_s$ costituisce la necessaria forza centripeta lungo l'asse radiale r. (b) Diagramma delle forze (non in scala) per l'auto, viste in un piano verticale contenente r.

ISBN 978-88-08-18229-6

iamo $f_{s,\max} = \mu_s F_N$ nell'equazione 6.20 al posto di f_s. Otteniamo

$$\mu_s F_N = \frac{mv^2}{R}. \tag{6.21}$$

coli per la direzione verticale. Consideriamo le forze verticali. La za normale F_N è diretta verso l'alto, concorde all'asse y (fig. 6.10b). forza gravitazionale $\boldsymbol{F}_g$ e la portanza $\boldsymbol{F}_L$ sono orientate verso il basso. dea chiave osservare che l'accelerazione verticale è nulla. Pertanto la onda legge di Newton per la componente y è

$$F_N - mg - F_L = 0,$$

ia

$$F_N = mg + F_L. \tag{6.22}$$

nbinazione dei risultati. Ora combiniamo i risultati ottenuti per i due i sostituendo la (6.22) nella (6.21) e ricaviamo F_L:

$$F_L = m\left(\frac{v^2}{\mu_s R} - g\right) =$$

$$= (600\ \text{kg})\left(\frac{(28{,}6\ \text{m/s})^2}{(0{,}75)(100\ \text{m})} - 9{,}8\ \text{m/s}^2\right) =$$

$$= 663{,}7\ \text{N} \approx 660\ \text{N}.$$

L'intensità F_L della portanza negativa agente sull'auto dipende dal adrato della sua velocità, v^2, come è il caso della resistenza aerodinamica (eq. 6.14). La portanza negativa dunque è molto elevata ad alta velocità, il che si verifica soprattutto in rettilineo. Quanto vale il suo modulo alla velocità di 90 m/s?

SOLUZIONE

Abbiamo già espresso l'idea chiave che la portanza sia proporzionale a v^2. Possiamo quindi impostare una proporzione conoscendo già la portanza F_L alla velocità di 28,6 m/s:

$$\frac{F_{L,90}}{F_L} = \frac{(90\ \text{m/s})^2}{(28{,}6\ \text{m/s})^2}.$$

Introducendo il valore di $F_L = 663{,}7$ N già visto otteniamo

$$F_{L,90} = 6572\ \text{N} \approx 6600\ \text{N}.$$

In corsa capovolti. Per poter correre capovolti occorre ovviamente sovrabilanciare la forza di gravità, che vale

$$F_g = mg = (600\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 5880\ \text{N}.$$

Quando l'auto è capovolta, la portanza è orientata verso l'alto e ha modulo 6600 N, un valore maggiore dalla forza di gravità, che è di 5880 N. Quindi, in linea di principio l'auto potrebbe correre su un soffitto *purché* lo faccia a una velocità di circa 90 m/s (324 km/h). Non aspettatevi, però, di vederla al di fuori di un film!

ROBLEMA SVOLTO 6.6 Automobile in curva circolare sopraelevata

esto problema è piuttosto impegnativo nella formulazione della risposta, ma poi richiede pochi passaggi algebrici per la soluzione. Abbiamo a fare non solo con un moto circolare uniforme, ma anche con un piano linato. Tuttavia non occorrerà un sistema di coordinate inclinato come le rampe. Potremo invece analizzare la situazione istantanea in un mento del moto e lavorare con semplici assi verticali e orizzontali. me sempre il punto di partenza è l'applicazione della seconda legge di wton, ma ciò richiede che ricerchiamo la componente della forza ponsabile del moto circolare uniforme. I tratti curvilinei delle autostra- sono spesso inclinati per limitare l'effetto di sbandamento verso l'esterno. Con pavimentazione asciutta la forza d'attrito tra strada e pneuma- o è di norma largamente sufficiente a prevenire slittamenti. Ad asfalto gnato, invece, l'attrito si riduce e l'inclinazione del piano stradale enta importante. Nella figura 6.11a è disegnata un'automobile di massa che percorre alla velocità di 20 m/s un tratto curvo inclinato di raggio R 190 m. Si tratta di una macchina ordinaria, non di formula 1, e quindi la rtanza negativa esaminata nel problema svolto precedente è trascurabi- Ignorando la forza d'attrito, quale angolo d'inclinazione θ del piano adale eviterebbe la fuoriuscita dalla carreggiata?

OLUZIONE

sendo il piano inclinato, la forza normale $\boldsymbol{F}_N$ agente sul veicolo è ch'essa inclinata verso l'interno della traiettoria circolare (fig. 6.11b). sua componente $\boldsymbol{F}_{Nr}$, diretta radialmente verso il centro lungo l'asse r, pertanto non è nulla. Vogliamo trovare l'angolo θ d'inclinazione tale per cui la forza centripeta mantiene l'auto in strada in assenza di attrito.

Come si vede dalla figura 6.11b, l'angolo formato da $\boldsymbol{F}_N$ con l'asse verticale è uguale a θ (verificatelo). La sua componente F_{Nr} è pertanto data da $F_N \sin\theta$. Possiamo scrivere quindi la seconda legge di Newton per la componente radiale come

$$-F_N \sin\theta = m\left(-\frac{v^2}{R}\right). \tag{6.23}$$

Questa relazione contiene però altre due incognite: $\boldsymbol{F}_N$ e m. Consideriamo allora le forze e l'accelerazione lungo l'asse y, come in figura 6.11b. La componente verticale della forza normale è $F_{N_y} = F_N \cos\theta$, la forza di gravità F_g vale mg e l'accelerazione in senso verticale è nulla. Possiamo scrivere quindi la seconda legge di Newton per la componente verticale come

$$F_N \cos\theta - mg = m(0),$$

da cui

$$F_N \cos\theta = mg. \tag{6.24}$$

Anche qui abbiamo le medesime incognite F_N e m, ma osserviamo che, dividendo la (6.23) per la (6.24), si eliminano entrambe.
Così facendo e ricordando la relazione $\tan\theta = \sin\theta/\cos\theta$, si giunge a

$$\theta = \arctan\frac{v^2}{gR} = \arctan\frac{(20\ \text{m/s})^2}{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(190\ \text{m})} = 12°.$$

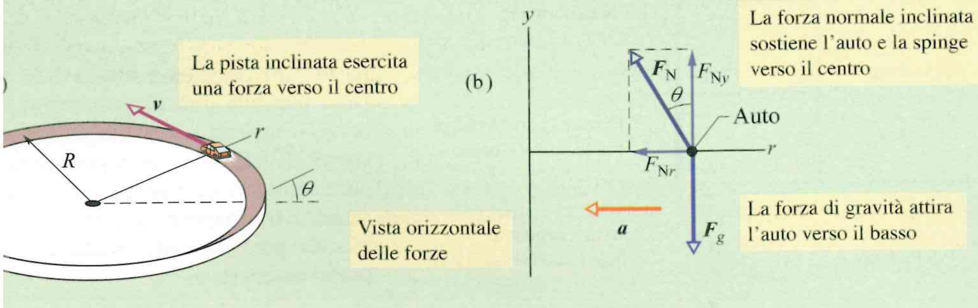


Figura 6.11 Problema svolto 6.6. (a) Un'automobile gira su un circuito circolare inclinato con velocità di modulo costante. L'angolo di inclinazione è esagerato per chiarezza illustrativa. (b) Diagramma delle forze per l'auto, ove si assume che l'attrito tra ruote e fondo stradale sia nullo e che l'auto non goda di portanza negativa. La componente radiale F_{Nr} (inclinata verso l'interno), della forza normale lungo l'asse radiale r fornisce la necessaria forza centripeta e la conseguente accelerazione radiale.

ISBN 978-88-08-18229-6

RIEPILOGO & SOMMARIO

Attrito Quando una forza $\boldsymbol{F}$ tende a far scivolare un corpo su una superficie, quest'ultima esercita sul corpo una **forza d'attrito**. La forza d'attrito è parallela alla superficie e diretta in modo da opporsi allo slittamento. Essa è dovuta all'aderenza per contatto fra gli atomi della superficie e quelli del corpo, un effetto chiamato saldatura a freddo.

Se il corpo non scivola, la forza d'attrito è una **forza d'attrito statico, f_s**. Se invece il corpo scivola sulla superficie, la forza d'attrito è detta **forza d'attrito dinamico, f_k**.

Tre proprietà dell'attrito

1. Se il corpo non si muove, la forza di attrito statico f_s e la componente di $\boldsymbol{F}$ parallela alla superficie hanno la stessa intensità e direzione; f_s ma verso opposto. Aumentando l'una aumenta anche l'altra.
2. L'intensità di f_s ha un valore massimo $f_{s,max}$ dato da
$$f_{s,max} = \mu_s F_N, \tag{6.1}$$
dove μ_s è il **coefficiente di attrito statico** e F_N è l'intensità della forza normale. Se la componente di $\boldsymbol{F}$ parallela alla superficie supera il valore di $f_{s,max}$, il corpo comincia a scivolare sulla superficie.
3. Quando il corpo comincia a scivolare lungo la superficie, l'intensità della forza d'attrito diminuisce rapidamente fino al valore f_k dato da
$$f_k = \mu_k F_N, \tag{6.2}$$
dove μ_k è il **coefficiente di attrito dinamico**.

Forza di resistenza del mezzo Quando la velocità relativa fra l'aria e un corpo è diversa da zero, il corpo subisce una **forza di resistenza del mezzo $\boldsymbol{D}$** che si oppone al moto relativo e che è rivolta nella direzione in cui scorre l'aria rispetto al corpo. L'intensità di $\boldsymbol{D}$ è legata alla velocità relativa v dalla

$$D = \tfrac{1}{2}C\rho A v^2, \tag{6.14}$$

in cui C è un **coefficiente aerodinamico** determinato per via sperimentale, ρ è il valore della massa volumica dell'aria (massa per unità di volume) e A è l'**area efficace della sezione trasversale** del corpo (la massima tra le aree di sezione trasversale, cioè tagliate secondo un piano perpendicolare alla velocità v).

Velocità limite Quando un oggetto arrotondato cade in aria libera per un tempo abbastanza lungo, l'intensità della forza di resistenza aerodinamica e della forza gravitazionale dell'oggetto diventano a un certo punto uguali. Il corpo cade da quel momento con una **velocità limite** costante v_t data da

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}. \tag{6.16}$$

Moto circolare uniforme Se un corpo puntiforme si muove su una circonferenza, o su un arco di circonferenza, di raggio R a velocità di modulo costante v, si dice che è in **moto circolare uniforme**. Esso sarà soggetto a un'**accelerazione centripeta** di intensità

$$a = \frac{v^2}{R}, \tag{6.17}$$

impressa da una **forza centripeta** di intensità

$$F = \frac{mv^2}{R}, \tag{6.18}$$

dove m è la massa della particella. I vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{F}$ sono diretti verso il centro di curvatura del percorso della particella. Una particella può essere animata di moto circolare solo se su di essa agisce una forza centripeta non nulla.

QUESITI

1. In tre esperimenti si applicano tre diverse forze orizzontali a uno stesso blocco disposto sempre sulla medesima superficie. I loro moduli sono: $F_1 = 12$ N, $F_2 = 8$ N e $F_3 = 4$ N. Malgrado la presenza di queste forze, in tutti i casi il blocco resta fermo. Disponete le forze in ordine secondo i valori decrescenti di (a) modulo della forza d'attrito statico esercitata dalla superficie sul blocco e (b) valore massimo $f_{s,max}$ di questa forza.

2. Nella figura 6.12 una forza orizzontale $\boldsymbol{F}_1$ di modulo 10 N viene applicata a una scatola sul pavimento, che non si muove. Ora, applicando una forza $\boldsymbol{F}_2$ verticale di modulo via via crescente a partire da zero, dire se le seguenti quantità aumentano, diminuiscono o rimangono invariate. (a) Il modulo della forza d'attrito f_s sulla scatola. (b) Il modulo della forza normale $\boldsymbol{F}_N$ esercitata dal pavimento sulla scatola. (c) Il valore massimo $f_{s,max}$ dell'attrito statico sulla scatola. (d) La scatola a un certo punto comincia a scivolare?

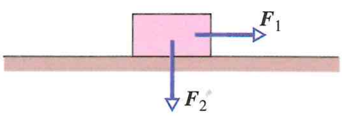


Figura 6.12 Quesito 2.

3. Se tenete una cassa di mele premuta contro il muro così forte da non farla cadere, qual è la direzione (a) della forza d'attrito statico esercitata dal muro sulla cassa e (b) della forza normale esercitata dal muro sulla cassa? Aumentando la spinta, come variano (c) f_s, (d) F_N e (e) $f_{s,max}$?

4. Nella figura 6.13, se l'angolo θ della forza $\boldsymbol{F}$ agente sul blocco fermo cresce, le seguenti grandezze aumentano, diminuiscono o rimangono le stesse? (a) F_x; (b) f_s; (c) F_N; (d) $f_{s,max}$. (e) Se invece il blocco non fosse fermo, il modulo della forza d'attrito aumenterebbe, diminuirebbe o resterebbe uguale?

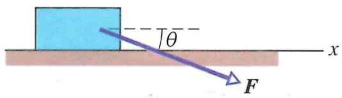


Figura 6.13 Quesito 4.

5. Ripetete il quesito 4, orientando la forza $\boldsymbol{F}$ verso l'alto anziché verso il basso.

6. Nella figura 6.14 un blocco rimane fermo su un piano inclinato grazie alla forza d'attrito che il piano esercita su di esso. Applichiamo ora gradatamente, a partire da un'intensità zero, una forza $\boldsymbol{F}$ parallela al piano inclinato verso l'alto. Man mano che aumentiamo l'intensità della forza, come variano il modulo e la direzione della forza d'attrito?

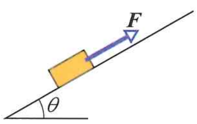


Figura 6.14 Quesito 6.