Università degli Studi di Trieste, A.A. 2019/2020
Laurea triennale in Ingegneria
Fisica generale II – Appello 17.07.2020 – Compito A

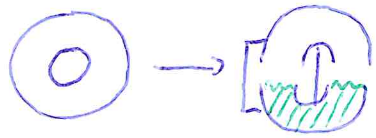
Cognome ____________________ Nome ____________________ Corso studi ________________

Problema 1

Un condensatore sferico ha armature di raggio interno $R_1 = 5$ cm ed esterno $R_2 = 12$ cm. L'armatura esterna viene portata ad una differenza di potenziale $V_0 = 20$ V rispetto all'armatura interna, poi l'intero sistema viene isolato. Successivamente, lo spazio tra le armature del condensatore viene riempito per metà da un liquido dielettrico di costante dielettrica relativa $k = 3.5$.

1. Calcolare la differenza di potenziale tra le armature dopo l'introduzione del liquido dielettrico.

Con il generatore staccato si conserva Q



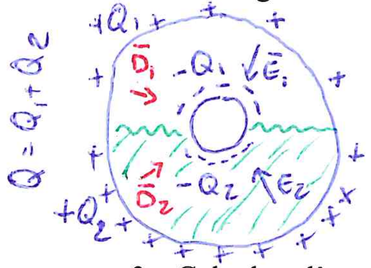
$$Q = C_0 V_0 = CV$$

$$C_0 = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = 9.5\ \mathrm{pF}$$

$$C = \frac{C_0}{2} + k\frac{C_0}{2} = \frac{k+1}{2} C_0 = 33.4\ \mathrm{pF}$$

$$C_0 V_0 = CV \rightarrow V = \frac{C_0}{C} V_0 = V_0 \frac{2}{k+1} = 8.9\ V$$

2. Esprimere in forma vettoriale i campi elettrico e di spostamento elettrico tra le due armature nelle due regioni con e senza liquido dielettrico



V esterno positivo → campi radiali diretti verso il centro

Pongo l'origine degli assi al centro del condensatore

$$Q_1 = \frac{C_0}{2} V = 42\ \mathrm{pC} \qquad \bar{D}_1(\bar{r}) = \frac{Q_1}{4\pi r^2}(-\hat{r}) \qquad \bar{E}_1(\bar{r}) = \frac{\bar{D}_1(\bar{r})}{\varepsilon_0}$$

$$Q_2 = k\frac{C_0}{2} V = 147\ \mathrm{pC} \qquad \bar{D}_2(\bar{r}) = \frac{Q_2}{4\pi r^2}(-\hat{r}) \qquad \bar{E}_2(\bar{r}) = \frac{\bar{D}_2(\bar{r})}{\varepsilon_0 k}$$

$\bar{E}_1 = \bar{E}_2$ (stessa d.d.p.)

3. Calcolare l'energia necessaria ad un generatore per riportare la differenza di potenziale tra le armature al valore V_0.

energia iniziale $U_i = \frac{1}{2} C V^2$

energia finale $U_f = \frac{1}{2} C V_0^2$

$$\Delta U = U_f - U_i = \frac{1}{2} C (V_0^2 - V^2) = 1.5\ \mathrm{nJ}$$

Problema 2

Un cavo cilindrico coassiale lungo $l = 6.3$ m è composto da un conduttore interno di raggio $R_1 = 1.0$ mm e da una guaina cilindrica conduttrice esterna di raggio $R_2 = 7.4$ mm. I due conduttori sono percorsi uniformemente da correnti di modulo $I = 0.20$ A e verso opposto.

1. Supponendo di poter trascurare le dispersioni ai capi del cavo, calcolare l'energia magnetica immagazzinata all'interno del cavo coassiale (suggerimento: si parta dalla densità di energia magnetica).

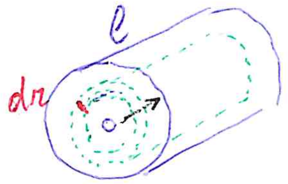
$$B_{interno}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad u(r) = \frac{B^2(r)}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$$

$$U = \int_{Volume} u(r)\, dV = \int_{R_1}^{R_2} u(r)\, 2\pi r l\, dr = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln\frac{R_2}{R_1} = 5.0 \times 10^{-8}\ J$$

2. Calcolare l'induttanza del cavo coassiale.

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \mu_0 I^2$$

3. Supponiamo che lo spazio tra guaina e filo sia riempito da un cattivo isolante, che lascia passare una corrente di perdita tra conduttore interno e guaina esterna pari a $I_p = 2$ nA. Data la resistività elettrica del cattivo isolante $\rho = 10^{10}$ Ωm, calcolare la differenza di potenziale che si crea tra i due conduttori.



I_p va dal centro alla guaina

$$dR = \rho \frac{dl}{S} = \rho \frac{dr}{2\pi r l}$$

$$R = \int_{R_1}^{R_2} dR = \frac{\rho}{2\pi l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{R_2}{R_1} = 1.76 \times 10^8 \, \Omega$$

$$V = R I_p = 0.35 \, V$$

Problema 3

Un fornello elettrico di potenza massima 800 W è schematizzato da un'induttanza variabile posta in serie ad una resistenza. Esso è alimentato da un generatore di tensione alternata che eroga il potenziale massimo V_0 = 300 V e frequenza ν = 50 Hz.

1. Determinare il valore della resistenza

$$V_{eff} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

potenza massima → ~~impeden~~ induttanza 0

$$P = \frac{V_{eff}^2}{R} = \frac{V_0^2}{2R} \qquad R = \frac{V_0^2}{2P} = 56.3 \, \Omega$$

2. Determinare il valore della potenza minima sapendo che l'induttanza massima vale L = 0.7 H

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = 227 \, \Omega$$

$$P = V_{eff} I_{eff} \cos\phi = \frac{V_{eff}^2}{Z} \frac{R}{Z} = \frac{V_0^2}{2Z^2} R = 83 \, W$$

3. Calcolare lo sfasamento tra tensione e corrente quando il fornello elettrico lavora a metà potenza.

$$\frac{P}{2} = \frac{V_0^2 \, R}{2(Z^*)^2} \qquad Z^* = V_0 \sqrt{\frac{R}{P}} = 79.6 \, \Omega$$

$$X_L^* = \sqrt{Z^{*2} - R^2} = 56.2 \, \Omega$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(-\frac{X_L}{R}\right) = -45^\circ$$