TEOREMA DEL VIRIALE
GENERALIZZATO

E PROBLEMA

MASS FOLLOWS LIGHT?
(SI!)

Teorema del viriale "generalizzato"
(es. Merritt 1988 Minnesota Lectures)

$n = \nu$

$$n \frac{d\phi}{dr} = n \frac{G M(r)}{r^2} = - \frac{d(n\sigma_r^2)}{dr} - \frac{2n}{r}\left(\sigma_r^2 - \sigma_\theta^2\right)$$

$\times 4\pi r^3$ e $\int_0^\infty dr$

$$\int_0^\infty n \frac{d\phi}{dr} 4\pi r^3 dr = \int_0^\infty - \frac{d(n\sigma_r^2)}{dr} 4\pi r^3 dr - \int_0^\infty \frac{2n}{\cancel{r}}\left(\sigma_r^2 - \sigma_\theta^2\right) 4\pi r^{\cancel{3}\,2} dr$$

$$= \underbrace{-\cancel{\left| n\sigma_r^2 4\pi r^3 \right|_0^\infty}}_{\substack{=0 \\ r(0)=0 \\ \sigma_r(\infty)=0}} + \int_0^\infty n\sigma_r^2 12\pi r^2 dr - \int_0^\infty 2n\left(\sigma_r^2 - \sigma_\theta^2\right) 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_0^\infty 4\pi r^2 n \underbrace{\underbrace{\left(-2\sigma_r^2 + 2\sigma_\theta^2 + 3\sigma_r^2\right)}_{2\sigma_\theta^2 + \sigma_r^2}}_{\sigma^2} dr$$

$$\frac{\int_0^\infty r \frac{d\phi}{dr} n 4\pi r^2 dr}{\int_0^\infty n 4\pi r^2 dr} = \frac{\int_0^\infty \sigma^2 n 4\pi r^2 dr}{\int_0^\infty n 4\pi r^2 dr}$$

aggiungo /...

cioè $\left\langle r \frac{d\phi}{dr} \right\rangle = \left\langle \sigma^2 \right\rangle$ medie spaziali

Teorema del viriale generalizzato (ct.)

$$\langle r \frac{d\phi}{dr} \rangle = \langle \sigma^2 \rangle$$

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{G M(r)}{r^2} = \frac{G M_\infty F(r)}{r^2} \quad \text{dove } F(r) \equiv \frac{M(r)}{M_\infty} \leq 1$$

$$\hookrightarrow \langle r \frac{d\phi}{dr} \rangle = \langle G \frac{M_\infty F(r)}{r} \rangle = \langle \sigma^2 \rangle$$

$$G M_\infty = \frac{\langle \sigma^2 \rangle}{\langle r^{-1} F \rangle}$$ Teorema del viriale

Non dipende da β anisotropia di velocità $\langle \sigma^2 \rangle = 3 \langle \sigma^2_{LOS} \rangle$

MA... devo avere ipotesi su $F(r)$

SE $F(r) \propto m(r)$ (MASS FOLLOWS LIGHT ASSUMPTION!)

$$G M_\infty = \frac{3\pi}{2} \frac{\langle \sigma^2_{LOS} \rangle}{\langle r^{-1}_{ij} \rangle_{\text{solo } i>j}} = \frac{3\pi}{2} \langle \sigma^2_{LOS} \rangle R_{VT}$$

$\longrightarrow$ Lynden Bell 67

$\frac{\pi}{2}$ = fattore di proiezione per i raggi

3 = fattore di proiezione di $\sigma^2_{1D \to 3D}$

$$R_{VT} = \frac{1}{\langle r^{-1}_{ij} \rangle_{\text{solo } i>j}} = 2 R_H = \frac{2 \frac{N(N-1)}{2}}{\sum_{ij} R^{-1}_{ij}}$$

raggio del Teorema del Viriale

$\hookrightarrow$ raggio armonico

$$M_\infty = \frac{3\pi}{2} \frac{\sigma^2_{LOS} R_{VT}}{G}$$

(= teorema del viriale x N punti massa $2H + W = 0$ vedi corso Mandolesi)