

Si valuteranno solo risultati il cui procedimento usato per arrivarvi e' chiaro.

Fare almeno uno degli esercizi sui vettori, pena l'annullamento del compito. Si richiede:

NOME/COGNOME

ESERCIZI VETTORI

1. Dati i vettori $A=(2,5,3)$ e $B=(4,1,2)$ calcolare il prodotto scalare e l'angolo compreso α .

$$S = \vec{A} \cdot \vec{B} = (2 \cdot 4 + 5 \cdot 1 + 3 \cdot 2) = 8 + 5 + 6 = 19$$

$$S = A \cdot B \cos \alpha \quad A = \sqrt{2^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{38} \quad B = \sqrt{4^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{20}$$

$$\cos \alpha = \frac{S}{AB} = \frac{19}{\sqrt{38 \cdot 20}} = 0,681$$

$$\alpha = \arccos 0,681 = 46^\circ$$

2. Dati $A=(3,4,0)$ e $B=(1,2,0)$ calcolare i moduli e il vettore risultante, cioe' la somma.

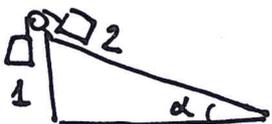
$$A = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \quad B = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \quad \vec{R} = (3+1, 4+2, 0+0) = (4, 6, 0)$$

PROBLEMA I

Si richiedono le risposte nel sistema MKS.

Nel punto piu' alto di un piano inclinato (di un angolo $\alpha = 30$) gradi perfettamente liscio e' fissata una carrucola ideale attraverso la quale scorre un filo ideale. Ad un suo estremo e' attaccato un corpo libero di massa $m_1 = 1,0$ kg, all'altro estremo e' appeso un corpo di massa m_2 che poggia su un piano. All'inizio e' tutto in equilibrio ed entrambi i corpi si trovano ad altezza $h = 0,50$ m. 1) Quanto vale la tensione della fune T ? 2) Quanto vale m_2 ?

Il filo si spezza ed i corpi cadono: 3) Qual e' la velocita di caduta del corpo 1, v_1 ? E quella del corpo 2, v_2 ?



$$1) T = m_1 g = 1 \cdot 9,8 = 9,8 \text{ N}$$

$$2) m_1 g = m_2 g \sin 30^\circ \quad m_2 = \frac{m_1}{\sin 30^\circ} = 2m_1 = 2,0 \text{ kg}$$

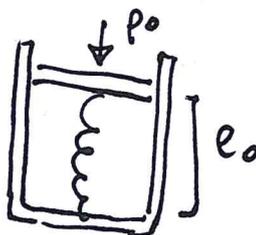
$$3) \text{ Per entrambi vale cons. en. meccanica}$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 \quad v_1 = v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,5} = 3,1 \text{ m/s}$$

PROBLEMA II

Si richiedono le risposte nel sistema MKS.

Nel cilindro in figura, $n = 0,10$ moli di un gas perfetto biatomico occupano il volume V_0 alla temperatura T_0 ed alla pressione $p_0 = 1,0$ atm. Il pistone ha sezione $S = 60 \text{ cm}^2$ e massa trascurabile. Una molla elastica, di costante $k = 3,0 \times 10^2 \text{ N/m}$ e capacita' termica trascurabile, e' disposta verticalmente tra la base del cilindro ed il pistone. Nelle condizioni iniziali essa ha lunghezza $l_0 = 90$ cm eguale alla sua lunghezza di riposo. Al sistema si sottrae reversibilmente ed uniformemente una quantita' di calore Q e si osserva che la lunghezza della molla si riduce ad $l = l_0/3$. Si determini: 1) la temperatura iniziale e finale nel processo di raffreddamento, T_0 e T_1 ; 2) la variazione di energia interna del gas nel processo, ΔU ; 3) il lavoro compiuto dal gas, W ; 4) la quantita' di calore sottratto al gas, Q .



1)

$$pV = nRT$$

$$T_0 = \frac{p_0 V_0}{nR} =$$

$$= \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 5,4 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 8,31} = \underline{6,6 \cdot 10^2 \text{ K}}$$

$$V_0 = S \cdot l_0 = 60 \cdot 10 \cdot 90 \cdot 10^{-2} = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$p_1 + \frac{F}{S} = p_0$$

$$p_1 = p_0 - \frac{F}{S} = p_0 - \frac{k(l_0 - \frac{l_0}{3})}{S} =$$

$$= p_0 - \frac{2k l_0}{3S} =$$

$$= 1,01 \cdot 10^5 - \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 90 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 60 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 1,01 \cdot 10^5 - 0,3 \cdot 10^5 = 7,1 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} =$$

$$= \frac{7,1 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 5,4 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 8,31} =$$

$$= \underline{1,5 \cdot 10^2 \text{ K}}$$

biatomico

$$2) \Delta U = C_V n \Delta T = n \frac{5}{2} R (T_1 - T_0) = 0,1 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot (-5,1 \cdot 10^2) =$$

$$= -10,6 \cdot 10^2 =$$

$$= -1,1 \cdot 10^3 \text{ J}$$



$$3) p = p_0 - \frac{k}{S}(l_0 - l) \quad W = \int_0^1 p dV = \int_{l_0}^{l_0/3} p_0 S dl - \int_{l_0}^{l_0/3} k(l_0 - l) dl =$$

$$= p_0 S \left(\frac{l_0}{3} - l_0 \right) - k l_0 \left(\frac{l_0}{3} - l_0 \right) +$$

$$+ \frac{k}{2} \left(\frac{l_0^2}{9} - l_0^2 \right) =$$

$$= p_0 (V_1 - V_0) + \frac{2}{9} k l_0^2 = 1,01 \cdot 10^5 \left(-\frac{2}{3} \cdot 5,4 \cdot 10^{-3} \right) +$$

$$+ \frac{2}{9} \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 90^2 \cdot 10^{-4} =$$

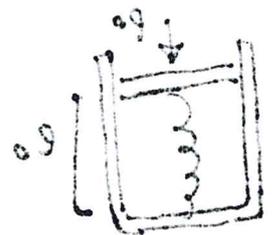
$$= \underline{-3,1 \cdot 10^2 \text{ J}}$$

$$- k l_0 \int_{l_0}^{l_0/3} dl +$$

$$+ k \int_{l_0}^{l_0/3} l dl$$

$$4) \text{ I}^\circ \text{ principio}$$

$$Q_2 = W + \Delta U = -1,1 \cdot 10^3 - 3,1 \cdot 10^2 = \underline{-1,4 \cdot 10^3 \text{ J}}$$



NOME/COGNOME

1) La frase e' "Forza centrifuga e forza centripeta sono due forze che si corrispondono secondo il III principio della dinamica", e' vera o no? Se e' "no", spiegare in poche parole.

2) Cosa e' la legge oraria? Fare un esempio per un moto a scelta.

3) Cosa significa che una forza e' "conservativa"? Cosa e' possibile definire per le forze conservative e non per quelle "non conservative"?

4) Formula il teorema dell'impulso (solo formula, non dim.). L'abbiamo usato anche in termodinamica, circa quale argomento?

5) Scrivi il teorema del momento angolare. Quand'e' che il momento angolare si conserva?

6) Scrivi la formula del centro di massa per punto e per un oggetto solido.

7) La Terra e' attratta gravitazionalmente dal sole....e allora come mai non finisce in collisione sul sole?

8) Scrivi la formula della forza gravitazionale spiegandola con un disegno.

- 9) La definizione piu' completa di lavoro in meccanica, W .
- 10) Scrivi la legge di Stevino. Vale per tutti i fluidi o solo per i liquidi? Spiegare...
- 11) Trasformazione isoterma: disegnalala in un piano di Clapeyron e scrivi le formule che la riguardano
- 12) Scrivi la formula del lavoro W in termodinamica.
- 15) Scrivi la formula del I principio della termodinamica e di' se vale solo per il gas perfetto o per tutte le trasformazioni.
- 16) Area di un rettangolo di base $b = 10 \pm 1$ cm e altezza $h = 5 \pm 1$ cm. Calcola la sua area con l'errore opportuno.