Info. D. DEL SANTO (delsanto@units.it) 1

corso propedeutico. luogo aula magna H3
orario 11.00 - 13.00

slide si trovano nel sito di moodle

Lezione 1. Cenni di logica simbolica.

motivazioni: avere un linguaggio comune fra quanto più possibile naturale

Proposizioni. in ling. nat.

"parte del discorso a cui possiamo dare un valore di verità o falsità"

es. "3 è un numero dispari" p

"Roma è la capitale della Francia" q

"prenderò 30 e lode in Analisi 1" ?

quindi proposizioni indicate con $p, q, r, \dots$

2 valori V, F

Connettivi logici

servono a creare proposizioni (composte) a partire da proposizioni (semplici)

a) negazione   simbolo $\neg$ si legge "non"

$\neg p$ si legge "non p"

p : "oggi piove" $\neg p$ "oggi non piove"

tabella di verità

p	$\neg p$
V	F
F	V

b) congiunzione simbolo $\wedge$

si legge "e"

$p \wedge q$ si legge "p e q"

p : "6 è divisibile per 3"

q : "6 è divisibile per 2"

$p \wedge q$ "6 è divisibile per 3 e per 2"

tabella di verità

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

r) disgiunzione simbolo $\vee$ si legge "oppure" 5

$p \vee q$ si legge "p oppure q"

oss. non è la disgiunzione esclusiva

tabella di verità

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

<u>OSS</u>. Se 2 proposizioni composte hanno la stessa tabella di verità sono "la stessa proposizione" sono logicamente equivalenti

<u>ES</u>.

p : pesare più di 80 Kg
q : essere più alti di 1,85 m

$p \vee q$ "per essere "robusti" "

vogliamo questa frase "

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p) \wedge (\neg q)$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

$\neg$ $\qquad$ $\wedge$

sono uguali

Legge di DE MORGAN

$\neg(p \vee q)$ è equiv. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

$\neg(p \wedge q)$ è equiv. $(\neg p) \vee (\neg q)$

d) implicazione (o implicazione materiale)

simbolo è $\Rightarrow$ si legge "implica"

oppure "se .... allora ...."

$p \Rightarrow q$ "p implica q"

"se p allora q"

"p è cond. sufficiente per q"

"q è condi. necessaria di p"

tabella di verità

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L \qquad x_0, L \in \mathbb{R}$$

non serve!
(adesso)

$$\neg \left(\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 : \forall x \in E \quad \underbrace{0 < |x - x_0| < \delta}_{p} \Rightarrow \underbrace{|f(x) - L| < \varepsilon}_{q} \right)$$

osservazione

p "piove"
q "prendo l'ombrello"

$p \Rightarrow q$ "se piove allora prendo l'ombrello" 10

non è vero

è vero che piove e non prendo l'ombrello

$\neg(p \Rightarrow q)$ è log. eq. a $p \wedge \neg q$

$\neg(\neg(p \Rightarrow q))$

cioè

$p \Rightarrow q$ è log. eq. a $\neg(p \wedge \neg q)$

$\neg p \vee q$

$p \Rightarrow q$ è eq. a $\neg p \vee q$

p	$\neg p$	q	$\neg p \vee q$	$p \Rightarrow q$
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V

V

sono uguali!

IMPORTANTE

$\neg(p \Rightarrow q)$ è log. equiv. a $p \wedge \neg q$

e) doppia implicazione $\Longleftrightarrow$ si legge "se e solo se"

$p \Longleftrightarrow q$ è log. equiv. $(p \Longrightarrow q) \wedge (q \Longrightarrow p)$

tabella di verità

p	q	$p \Longleftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tautologia

è una prop. composta che è sempre vera
(a prescindere dal valore V o F dei componenti)

es.

i) "tertium non datur"

$$p \vee \neg p$$

ii) "non contradictio"

$$\neg (p \wedge \neg p)$$

iii) "modus ponens" $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$

iv) "modus tollens"

$$(\neg q \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \neg p$$

v) "reductio ad absurdum"

$$((p \wedge \neg q) \Rightarrow (r \wedge \neg r)) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

Predicati

predicato: parte del discorso in ling. naturale in cui compare una o più variabili es. "la persona x è più alta di 1,8 m"

x varia tra le persone in questa classe

"unario"
una sola variabile

"la persona x è amica della persona y"

"binario"
dip. da 2 variabili

$p(x)$

$q(x,y)$

un predicato diventa una prop. quando le variabili assumono un valore nella classe. (16)

p(Andrea) : Andrea è più alto di 1,8 m.

q(Andrea, Federica)

Andrea è amico di Federica

Quantificatori

universale $\forall$ per ogni

esistenziale $\exists$ esiste.