Neutron drip line

Abbiamo visto che la stabilità di un nuclide dipende da svariati fattori, e in particolare, al crescere del numero atomico $\boldsymbol{Z}$, per compensare l'accrescersi della mutua repulsione coulombiana nella geometria circa sferica del nuclide, la natura fa sì che il numero di neutroni nel nuclide cresca maggiormente di quanto cresce $\boldsymbol{Z}$.
Però anche l'indiscriminata crescita del numero di neutroni per un dato $\boldsymbol{Z}$ porta a strutture nucleari che non costituiscono più isotopi stabili, se si riflette sul modo in cui i neutroni aggiunti devono sistemarsi energeticamente nella struttura nucleare, costretti dal principio d'esclusione.
È quindi importante individuare quali sono i numeri massimi di neutroni che fissato $\boldsymbol{Z}$, sono compatibili con l'esistenza di isotopi stabili.
Come fare?

Ciò significa, rifacendosi alla tabella dei nuclidi (carta di Segrè), individuare quale sia la cosiddetta ***neutron drip line***, ovvero **l'insieme di nuclidi per cui risulta nulla l'energia $\boldsymbol{S_n}$ di separazione di un neutrone**.

Bisogna dunque esprimere $\boldsymbol{S_n}$:

$$
\begin{aligned}
S_n &= -\,[\,\mathrm{M(A,Z)} - \mathrm{M(A{-}1,\,Z)} - m_{\mathrm{n}}]c^2 = \\
&= -\,[\mathrm{Z}m_{\mathrm{p}} + \mathrm{N}m_{\mathrm{n}} - \mathrm{B(A,Z)} - \mathrm{Z}m_{\mathrm{p}} - (\mathrm{N}{-}1)m_{\mathrm{n}} + \mathrm{B(A{-}1,Z)} - m_{\mathrm{n}}]c^2 = \\
&= \mathrm{B(A,Z)} - \mathrm{B(A{-}1,Z)}
\end{aligned}
$$

Supposta $\mathrm{B(A,Z)}$ funzione continua delle quantità variabili A e Z, la si può sviluppare in serie di Taylor delle due variabili fermandosi al primo termine

$$\mathrm{B}(\mathrm{A} + \delta\mathrm{A},\, \mathrm{Z} + \delta\mathrm{Z}) \approx \mathrm{B}(\mathrm{A,Z}) + [\partial\mathrm{B}/\partial\mathrm{A}]\, \delta\mathrm{A} + [\partial\mathrm{B}/\partial\mathrm{Z}]\, \delta\mathrm{Z} + \ldots$$

ma nel nostro caso: $\delta\mathrm{A} = -1$, $\delta\mathrm{Z} = 0$, quindi

$$\mathrm{B}(\mathrm{A} + \delta\mathrm{A},\, \mathrm{Z} + \delta\mathrm{Z}) \approx \mathrm{B}(\mathrm{A,Z}) - [\partial\mathrm{B}/\partial\mathrm{A}]$$

Si ha dunque:

$$S_n \approx \mathrm{B}(\mathrm{A,Z}) - \mathrm{B}(\mathrm{A} + \delta\mathrm{A},\, \mathrm{Z} + \delta\mathrm{Z}) \approx \mathrm{B}(\mathrm{A,Z}) - \mathrm{B}(\mathrm{A}-1,\, \mathrm{Z}) \approx \partial\mathrm{B}/\partial\mathrm{A}$$

Ora, per esprimere le energie di legame si sfrutta la formula di Weitzaker trascurando il termine d'accoppiamento di spin e approssimando $\mathrm{Z} \simeq (\mathrm{Z}-1)$, che è plausibile per nuclei non troppo piccoli.

$$\mathrm{B}(A, Z) = b_V A + b_S A^{2/3} + b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} + b_{sim} \frac{(A-2Z)^2}{A}$$

Derivando parzialmente si ha:

$$
\begin{aligned}
S_n &= b_V - \frac{2}{3} b_S A^{-1/3} + \frac{1}{3} b_C Z^2 A^{-4/3} - b_A \frac{2A(A-2Z) - (A-2Z)^2}{A^2} \\
&= b_V - \frac{2}{3} b_S A^{-1/3} + \frac{1}{3} b_C Z^2 A^{-4/3} - \frac{b_A}{A^2} \left(2A^2 - 4AZ - A^2 + 4AZ - 4Z^2 \right) \\
&= b_V - \frac{2}{3} b_S A^{-1/3} + \frac{1}{3} b_C Z^2 A^{-4/3} - b_A \left[1 - \frac{4Z^2}{A^2} \right]
\end{aligned}
$$

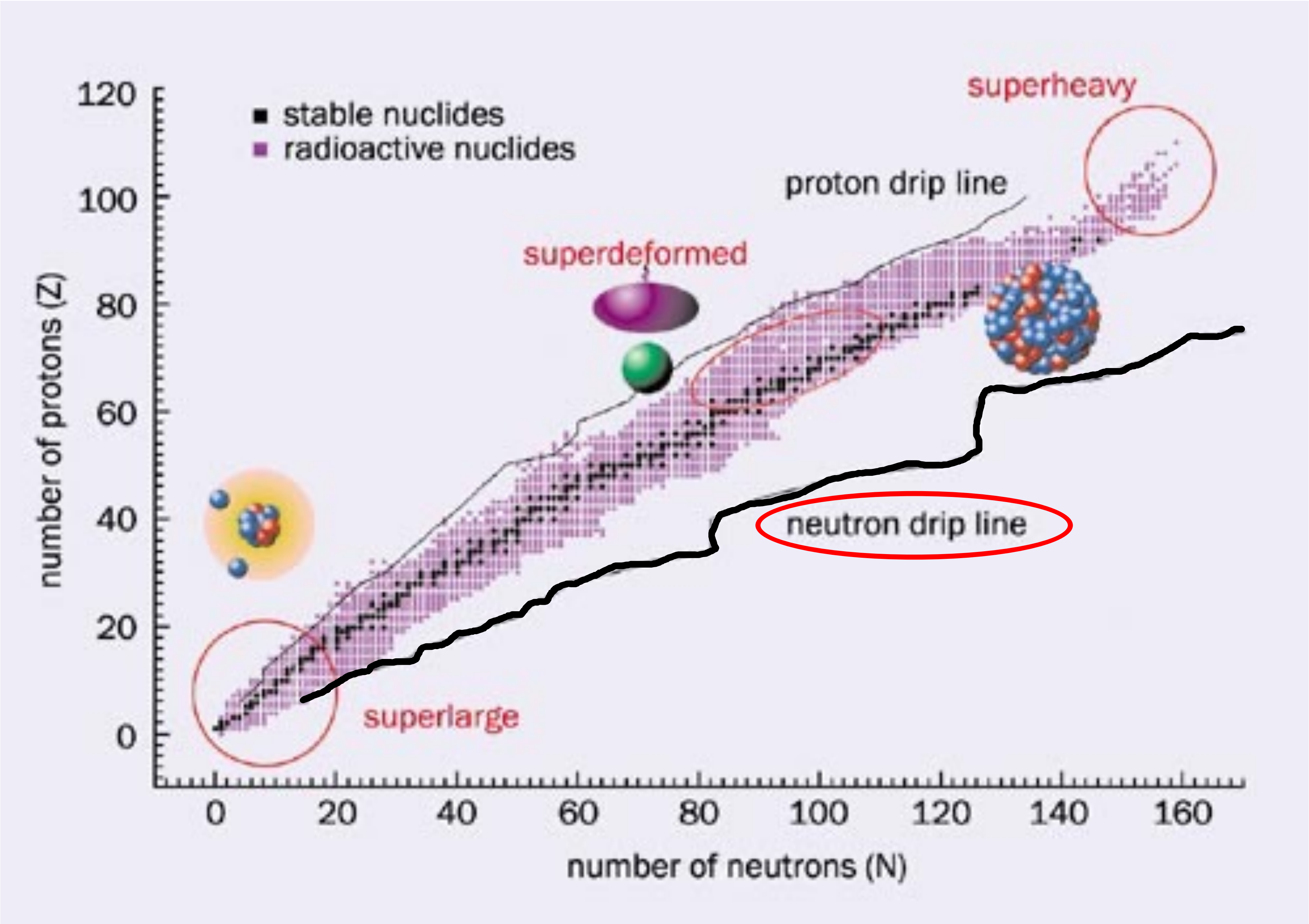
Imponendo quindi la condizione che caratterizza la **neutron drip line**, $\boldsymbol{S_n = 0}$, si ottiene

$$
b_V - b_A - \frac{2}{3} b_S A^{-1/3} = -Z^2 \left(\frac{1}{3} b_C A^{-4/3} + \frac{4 b_A}{A^2} \right)
$$

da cui:

$$
Z_{n\_d-line} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} b_S A^{-1/3} + b_A - b_V}{\frac{b_C}{3} A^{-4/3} + 4 \frac{b_A}{A^2}}}
$$

Ricordando che $A = (Z + N)$ si ha, sul piano (Z,N) della carta dei nuclidi di Segrè:


stable nuclides
radioactive nuclides
superheavy
proton drip line
superdeformed
neutron drip line
superlarge
number of protons (Z)
number of neutrons (N)
120
100
80
60
40
20
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160