

# Introduzione alla Fisica Nucleare e Subnucleare

## Prova scritta – 14, 06, 2021

### Esercizio 1

Il trizio  ${}^3_1H$  è un isotopo radioattivo dell'idrogeno, che come quest'ultimo si presenta in forma gassosa, e decade  $\beta^-$  con un tempo di dimezzamento  $t_{1/2} = 12.323$  y. Si dispone di un campione di trizio di massa  $M = 100$  mg, adsorbiti in un composto che viene inserito in un calorimetro permettendo di misurare la potenza termica prodotta dal campione di trizio, che risulta pari a 28 cal/h.

Si calcoli l'energia cinetica media in keV degli elettroni emessi dal trizio ricordando che  $1 \text{ cal} = 4.184 \text{ J}$ , e che  $1 \text{ J} = 6.242 \times 10^{18} \text{ eV}$ .

### Soluzione 1

Il trizio decade secondo il processo



I prodotti che possono ragionevolmente rilasciare nel calorimetro tutta la propria energia cinetica, derivante dal Q-valore del decadimento, sono quelli carichi ovvero il nucleo di  ${}^3_2He$  e l'elettrone  $e^-$ ; infatti la probabilità di interazione degli antineutrini con il materiale del calorimetro è pressochè insignificante.

Peraltro, data la grande differenza di massa, la quasi totalità dell'energia cinetica di ogni decadimento  $\beta^-$  è raccolta dai prodotti leggeri del decadimento, ovvero elettroni e neutrini.

Tenendo conto di ciò, supponendo che il calorimetro raccolga tutta l'energia cinetica degli elettroni emessi, per effetto delle interazioni fra questi ed il calorimetro stesso, e trascurando nel contempo l'energia cinetica dei nuclei di  ${}^3_2He$ , si può esprimere la potenza termica  $P_d$  depositata nel calorimetro come

$$P_d = \frac{E_{tot,d}}{t} \simeq \frac{N_e \langle E_{k-e} \rangle}{t} = A_e \langle E_{k-e} \rangle$$

con  $A_e$  il numero di elettroni emessi per unità di tempo per effetto del decadimento  $\beta$  del trizio, ovvero l'attività della sorgente, ed  $\langle E_{k-e} \rangle$  l'energia cinetica media di quegli elettroni.

L'attività si può d'altronde esprimere in funzione della vita media

$$\tau_{\beta^-} = \frac{1}{\lambda_{\beta^-}} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \simeq \frac{t_{1/2}}{0.693} = \frac{12.323 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365}{0.693} \simeq$$

$$\simeq 5.608 \times 10^8 \text{ s}$$

ponendo  $A_e = \lambda_e N_{\text{trizio}}$ , con

$$N_{\text{trizio}} = \frac{M}{M_{\text{mol}}^{\text{trizio}}} \times N_A \simeq \frac{0.1}{3} \times 6.02 \times 10^{23} \simeq 2.01 \times 10^{22}$$

il numero di atomi di trizio inizialmente presenti, da cui:

$$A_e = 1.783 \times 10^{-9} \times 2.01 \times 10^{22} \text{ s}^{-1} \simeq 3.6 \times 10^{13} \text{ Bq}$$

Dall'espressione per la potenza si ha dunque

$$\langle E_{k-e} \rangle = \frac{P_d}{A_e} = \frac{28}{3.6 \times 10^{13}} \frac{\text{cal} \times \text{s}}{h} = \frac{28 \times 4.184}{3.6 \times 10^3 \times 3.6 \times 10^{13}} \simeq 9.04 \times 10^{-16} \text{ J}$$

ovvero

$$\langle E_{k-e} \rangle \simeq 5.65 \text{ keV.}$$

La misura sperimentale dà  $\langle E_{k-e} \rangle \simeq 5.7 \text{ keV}$ , e la piccola differenza per difetto del calcolo, inferiore all'1%, è sostanzialmente dovuta all'aver trascurato il contributo dell'energia associata ai nuclei di  ${}^3_2\text{He}$ .

## Esercizio 2

Si consideri il decadimento

$$\Lambda \rightarrow n + \pi^0$$

1. Determinare la composizione a quark e i numeri quantici di tutte le particelle coinvolte, e stabilire se il decadimento è possibile per interazione elettromagnetica motivando la risposta.
2. Calcolare il  $\beta$  e il  $\gamma$  del pione nel sistema di riferimento della  $\Lambda$ .
3. Calcolare la distanza percorsa dal  $\pi^0$  nel sistema di riferimento della  $\Lambda$ .
4. Indicare almeno un decadimento possibile per le particelle dello stato finale e disegnare il diagramma di Feynman a livello di quark costituenti.

[Dati:  $m_\Lambda=1115$  MeV,  $\tau_\Lambda=2.6 \cdot 10^{-10}$ s,  $\tau_\pi=2.6 \cdot 10^{-8}$ s,  $m_\pi=139$  MeV].

## Soluzione 2

1.  $\Lambda = uds$ ,  $n = udd$ ,  $\pi^0 = u\bar{u}(d\bar{d})$ . Il decadimento è debole essendo violata la stranezza, per cui non può essere elettromagnetico (o forte).  
B:  $1 \rightarrow 1+0$ , Q:  $1 \rightarrow 0+1$ , S:  $1 \rightarrow 0+0$ , L: 0.

2. Dalla definizione:  $\gamma_\pi = \frac{E_\pi}{m_\pi}$ ,  $\beta_\pi = \frac{|\vec{p}|_\pi}{E_\pi}$ .

Decadimento in due corpi per cui dalla cinematica abbiamo:

$E_\pi = \frac{m_\Lambda^2 + m_\pi^2 - m_n^2}{2m_\Lambda} = 170.7$  MeV, per cui:  $|\vec{p}|_\pi = \sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2} = 220$  MeV, da cui si trova facilmente  $\gamma_\pi = 1.22$ ,  $\beta_\pi = 1.28$ .

3.  $\ell_\pi = \beta\gamma \cdot c\tau_\pi = 12$  m
4.  $n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$ ,  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  (diagrammi sugli appunti di lezione).

# Compito 14 giugno 2021

## 1 Esercizio

Uno spettrometro a simmetria cilindrica con asse coincidente con quello di due fasci  $e^+e^-$  collidenti, circonda il vertice di interazione. L'energia dei fasci è tale da creare mesoni  $\phi(1020)$  a riposo. Lo spettrometro ha un raggio di 70 cm ed è caratterizzato da un campo magnetico assiale pari a 0.5T. I principali canali di decadimento dei mesoni  $\phi$  portano all'emissione di coppie di Kaoni carichi  $K^+ - K^-$  e neutri  $K_s - K_L$  di bassissima energia. Si è interessati alla identificazione dei  $K^+$  e dei  $K_s$  che, nell'approssimazione che siano generati a riposo, decadono direttamente nel vertice di interazione primario  $e^+e^-$ , nei canali  $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$  in pioni di 206 MeV/c e  $K^+ \rightarrow \mu_\mu^+$  di 236 MeV/c. Subito al di fuori dello spettrometro, ad una distanza media di 75 cm si trovano degli scintillatori utilizzati per misurare la perdita di energia delle particelle e il tempo di volo tra il vertice di interazione ed il rivelatore. Il tempo dell'interazione  $e^+e^-$  lo si consideri noto con altissima precisione. La risoluzione in impulso dello spettrometro è piuttosto bassa e non permette di distinguere con certezza tra 206 MeV/c e 236 MeV/c. Gli scintillatori forniscono una misura dell'energia rilasciata che permette di distinguere due diversi rilasci energetici se questi differiscono di più del 20% e una misura di tempo con una risoluzione temporale di 400 ps.

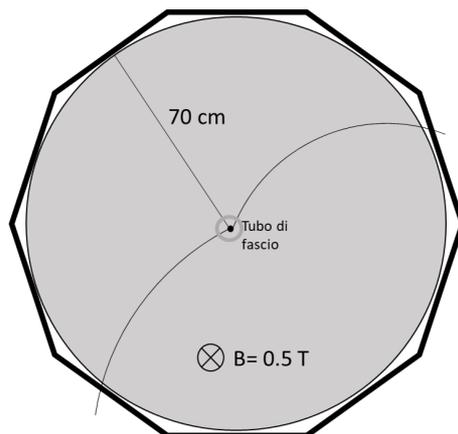
Domanda 1: Si valuti se è possibile identificare i due canali di decadimento identificando i  $\mu^+$  ed i  $\pi^+$  e se sì con quale metodo (differenza di energia rilasciata o differenza tra i tempi di volo). Si assuma che gli scintillatori vengano attraversati perpendicolarmente dalle particelle e che tutte le particelle giacciono sul piano ortogonale all'asse dello spettrometro.

Domanda 2: Talvolta alcuni  $K^-$  si fermano nel tubo di fascio vicinissimo al punto di interazione creando degli iperoni  $\Lambda$  quasi a riposo che decadono in coppie  $\pi^-p$  ad un impulso di circa 100 MeV/c. Si chiede se sarà possibile identificare questi decadimenti. Si consideri trascurabile il raggio del tubo di fascio.

Si usino i seguenti valori:

Massa pione:  $140MeV/c^2$

Massa muone:  $106MeV/c^2$



**Soluzione 1.** Risposta alla domanda 1.

Una volta valutato che gli impulsi in questione permettono alle particelle di uscire dallo spettrometro e raggiungere gli scintillatori (r. curvatura maggiore di  $0.7/2$  m), per valutare il tempo di volo e la differenza di rilascio energetico e' necessario in primo luogo determinare la velocita' delle particelle:  $\beta_\mu = p_\mu / E_\mu$

$$E_\mu = \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2} = \sqrt{236^2 + 106^2} = 259 \text{ MeV}$$

$$\beta_\mu = 236/259 = 0.91$$

mentre

$$\beta_\pi = p_\pi / E_\pi$$

$$E_\pi = \sqrt{p_\pi^2 + m_\pi^2} = \sqrt{206^2 + 140^2} = 249 \text{ MeV}$$

$$\beta_\pi = 206/249 = 0.83.$$

Essendo

$$dE_\mu/dx \sim K z_\mu^2 / \beta_\mu^2$$

$$dE_\pi/dx \sim K z_\pi^2 / \beta_\pi^2$$

ove si e' trascurata la differenza nel termine logaritmico, ne segue che

$$dE_\pi/dx = dE_\mu/dx \times (\beta_\mu/\beta_\pi)^2$$

e quindi

$$\Delta E_\pi = \Delta E_\mu \times (\beta_\mu/\beta_\pi)^2$$

Siccome  $(\beta_\mu/\beta_\pi)^2 = 1.205$  ne viene che

$$\Delta E_\pi/\Delta E_\mu = (\beta_\mu/\beta_\pi)^2 = 1.205$$

Siccome la differenza tra i due rilasci energetici e' superiore al 20% sara' possibile discriminare tra i pioni e muoni in oggetto.

Oss. Il valore e' casualmente molto vicino al 20% per cui se si normalizza al  $\Delta E_\pi$  la condizione non e' piu' soddisfatta.

Calcoliamo ora la differenza nei tempi di volo  $\Delta_{TOF} = TOF_{\mu} - TOF_{\pi}$  per verificare se differisce in modo significativo da zero (non essendo stato esplicitato un criterio si richiederà come criterio minimale che  $\Delta_{TOF} \geq \sigma_{\Delta_{TOF}} = \sqrt{2}\sigma_{TOF}$ , ed in ogni caso perlomeno  $\Delta_{TOF} \geq \sigma_{TOF}$ ). Una volta verificato che la curvatura è sufficientemente grande da poter approssimare l'arco di circonferenza (traiettoria reale) con la sua corda (= raggio dello spettrometro), Si ha:

$$TOF_{\mu} = 75cm/0.91c = 2.74ns$$

$$TOF_{\pi} = 75cm/0.83c = 3.01ns$$

Ne viene che la differenza tra i due tempi di volo risulta essere

$$\Delta_{TOF} = 270ps$$

Siccome l'indeterminazione sullo START è trascurabile ne viene che  $\sigma_{TOF} = \sqrt{\sigma_{START}^2 + \sigma_{STOP}^2} = \sqrt{2}\sigma_t = \sqrt{2} \times 400ps$ .

La differenza tra tempi di volo  $\Delta_{TOF} = 270ps$  non è pertanto maggiore di  $\sqrt{2} \times 400ps$  e non è pertanto possibile discriminare i muoni dai pioni.

2. Risposta alla domanda 2. Considerando pioni e protoni generati sull'asse di collisione ne segue che per poter essere rivelate le 2 particelle devono poter uscire dallo spettrometro. Questo implica un raggio di curvatura maggiore di  $75/2cm = 37.5cm$ .

Siccome

$$\rho = p/(0.3B) = 0.1GeV/c/(0.3 \times 0.5T) = 0.66m$$

tali pioni e protoni arriveranno pertanto fino agli scintillatori e potranno pertanto essere identificati grazie alla misura del loro impulso.