Introduzione alla Fisica Nucleare e Subnucleare
Prova scritta _ 06, 07, 2021

Esercizio 1

Si consideri la reazione

$$n \; + \; {}^{10}\mathrm{B} \; \longrightarrow \; {}^{7}\mathrm{Li} \; + \; {}^{4}\mathrm{He}$$

che per neutroni termici, ovvero di energia pari a $\simeq 0.025$ eV, ha una sezione d'urto

$$\sigma_{nB} = 3840 \text{ b}$$

Una lamina di boro viene esposta per un anno ad un flusso costante di neutroni

$$\Phi_n = 9.2 \times 10^{15} \; \frac{n}{s \times m^2}$$

Trascurando qualunque processo possa distruggere il ^{10}B, tranne quello rappresentato dalla reazione indicata, si determini la frazione percentuale di boro che viene persa dalla lamina nel corso dell'anno di esposizione al flusso neutronico.

Soluzione 1

Si consideri la quantità dN_B di boro che viene persa e trasformata in ^{7}Li ed ^{4}He in un piccolo intervallo dt di tempo, a partire dal generico istante t, per effetto della reazione indicata.
Essa è proporzionale all'intervallo di tempo dt , al numero $N_B(t)$ di nuclei di ^{10}B presenti al tempo t , alla sezione d'urto $\sigma(E)$ del fenomeno all'energia E indicata, e al flusso Φ_n di neutroni incidenti, quindi

$$\mathrm{d}N_B = -N_B(t) \; \sigma(E) \; \Phi_n \; dt$$

Dividendo entrambi i membri per $N_B(t)$ e integrando sul tempo, si ottiene

$$\frac{\mathrm{d}N_B}{N_B(t)} = -\sigma(E) \; \Phi_n \; dt \qquad , \qquad \ln N_B(t)\Big|_{t_0}^{t_1} = -\sigma(E) \; \Phi_n \; (t_1 - t_0)$$

dove t_0 e t_1 rappresentano l'istante iniziale ($= 0$) e l'istante finale ($= 1$ *anno*) del periodo d'esposizione al flusso di neutroni. E quindi

$$\frac{N_B(t_1}{N_B(t_0)} = e^{-\sigma(E) \; \Phi_n \; (t_1 - t_0)} \qquad , \qquad N_B(t_1) = N_B(t_0) e^{-\sigma(E) \; \Phi_n \; (t_1 - t_0)}$$

Con $t_0 = 0$ s e $t_1 = 1$ y $= 3.1536 \times 10^7$ s, ricordando che $1\ b\ =\ 10^{-28}$ m^2, si ha

$$\sigma(E) = 3.84 \times 10^{-25}\ \mathrm{m}^2$$

La frazione F di boro consumata in un anno è espressa da

$$F = \frac{N_B(t_0) - N_B(t_1)}{N_B(t_0)} = 1 - \frac{N_B(t_1)}{N_B(t_0)} = 1 - e^{-\sigma(E)\ \Phi_n\ t_1}$$

che sostituendo i valori diviene

$$F \simeq 1 - 0.89457 \simeq 0.1054$$

La frazione percentuale di boro persa dalla lamina è quindi: $F_{\%} = 10.54\ \%$

Esercizio 2

Protoni cosmici di altissima energia ($E > 10^{19}$ eV) possono attraversare l'Universo e collidere con fotoni che rappresentano la radiazione residua emessa dopo il Big Bang (*Cosmic Microwave Background, CMB*). Considerando il processo:

$$p + \gamma \to p + \pi^0$$

1. Ricavare la dipendenza dell'energia di soglia di questo processo in funzione dell'angolo tra il protone e il fotone.

2. Nel processo può anche essere prodotta una risonanza Δ^+ tramite

$$p + \gamma \to \Delta^+.$$

   Calcolare l'energia di soglia considerando frontale lo scattering $p + \gamma$.

3. Consideriamo infine i seguenti decadimenti della Δ^+:

   a) $\Delta^+ \to e^+\nu_e$
   b) $\Delta^+ \to J/\psi\pi^+$
   c) $\Delta^+ \to n\pi^+$
   d) $\Delta^+ \to \Delta^0\gamma$
   e) $\Delta^+ \to p\gamma$

   3.1) Dire quali sono possibili e quali no, indicando la conservazione o violazione dei numeri quantici coinvolti incluso lo spin. Per i decadimenti permessi, dire il tipo di interazione responsabile.

   3.2) Specificare la composizione a quark di tutte le particelle coinvolte.

[Dati: $E_\gamma = 2.4 \cdot 10^{-13}$eV, m_π^0 =139 MeV, m_p =938 MeV m_Δ=1.232 GeV].

Soluzione 2

1. Considerato che $E_p >> M_p$ ovvero $E_p \sim p_p$, dalla conservazione del quadrimpulso per lo stato iniziale con fotone e con i prodotti dello stato finale fermi (definizione di energia di soglia), otteniamo:

$$E_p^2 + E_\gamma^2 + 2E_pE_\gamma - p_p^2 - p_\gamma^2 - 2p_p \cdot p_\gamma = (M_p + M_\pi)^2$$
$$2E_pE_\gamma(1 - \cos\theta) = (M_p + M_\pi)^2 - M_p$$
$$E_p^{th}(\theta) = \frac{(M_p+M_\pi)^2-M_p^2}{2E_\gamma(1-cos\theta)}$$

2. Nel caso in cui $\theta = \pi$ otteniamo semplicemente dalla formula precedente

$$E_p^{th} = \frac{m_\Delta^2 - m_p^2}{4E_\gamma} = 6.7 \cdot 10^{30} \text{ eV}.$$

3. Numeri quantici

a) NO, $\not{B}$, b) NO, $\not{M}$, c) SI, interazione forte, d) NO, $\not{Q}$, $\not{E}$, e) SI, interazione e.m.

Spin:

Δ^+ s=3/2, fermioni s=1/2, fotoni s=1, J/ψ s=1, pioni s=0.

Quarks:

Δ^+=uud, $J/\psi = c\bar{c}$, Δ^0=udd, p=uud, n=udd, π^+=$u\bar{d}$, elettrone, neurino e fotone sono particelle elementari.

Esercizio 3

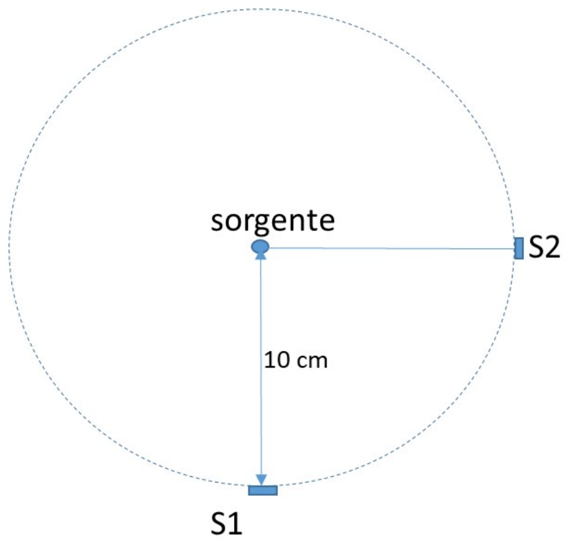
Nel centro di una camera di scattering in cui è stato fatto il vuoto si trova una sorgente radioattiva di caratteristiche ignote. Alla distanza radiale di 10 cm e ad un angolo relativo di 90 deg sono posti due piccoli rivelatori cilindrici a scintillazione, S1 e S2, di 1 cm di diametro e 0.5 cm di spessore (vedi figura).
Si scopre che spesso i due rivelatori danno due segnali in coincidenza (a meno di pochi ns) e si decide di equipaggiare i rivelatori per una misura di tempo (Δt), con S1 che fornisce lo START ed S2 lo STOP.
La distribuzione dei tempi misurata risulta essere di forma gaussiana, centrata sul valore $\Delta t = 5.8$ ns.
Nel tentativo di meglio comprendere la natura della radiazione si inserisce un sottile strato di oro tra la sorgente e il rivelatore S1 per una breve misura di test scoprendo che sebbene il numero di eventi per unità di tempo si riduca di molto, la forma della distribuzione dei tempi Δt non varia.

D1. Si formuli un'ipotesi sulle caratteristiche della radiazione emessa e si valuti l'energia della particella che fornisce lo STOP su S2.
D2. Se si invertisse il ruolo di START e STOP tra S1 ed S2, cosa ci si aspetterebbe di vedere?
D3. Qualora la risoluzione temporale di S1 e S2 fosse di bassa qualità (circa 5 ns) sarebbe possibile discriminare mediante la misura di Δt particelle beta da particelle alfa? Giustificare la risposta.
D4. Nella camera di scattering è anche possibile accendere un campo magnetico di 1 T. Ci si aspetta in tal caso una variazione dei tempi Δt misurati? Di che tipo?

Massa elettrone/positone: 0.511 MeV/c^2
Massa particella alfa: 3.727 GeV/c^2

Soluzione 3

L'osservazione di una variazione del numero di eventi su S1 in assenza di una variazione dei tempi non è compatibile con l'arrivo di una particella carica, e quindi trattasi di un fotone.
La forma gaussiana sta ad indicare la misura di un tempo ben definito (valor medio della gaussiana) a meno di fluttuazioni ed è pertanto compatibile solo con particelle mono-energetiche. Non può pertanto trattarsi di una sorgente beta in quanto le energie (e quindi in certa misura i tempi) sarebbero variabili.
Nella ragionevole ipotesi che l'emissione delle due particelle avvenga nello stesso istante (ovvero con una differenza minore delle capacità di risoluzione temporale dell'apparato), il tempo misurato è dato dalla differenza tra il



tempo di volo della particella alfa tra la sorgente ed S2 e quello del fotone tra la sorgente ed S1:
$\Delta t = 10cm/30cm/ns - 10cm/\beta c = 5.84ns$
da cui
$\beta = 0.054$, da cui è immediato calcolare (anche in approssimazione classica) l'energia di una particella alfa che risulta essere pari a 5.5 MeV.
Si noti peraltro che nel caso di un elettrone, tale velocità corrisponderebbe a energie di qualche KeV.
D2. Se si invertisse il ruolodi S1 ed S2 nulla cambierebbe in quanto l'emissione uniforme di alfa e gamma porterebbe a invertire il ruolo dei due rivelatori con S2 a dare lo start qualora colpito da gamma.
D3. La distribuzione delle particelle beta vedrebbe una distribuzione di tempi anche molto lunghi relativamente alla parte dello spettro energetico beta di pi'ù bassa energia e pertanto sarebbe comunque possibile capire la caratteristica della radiazione dalla forma non gaussiana della distribuzione.
D4. La traiettoria delle particelle in caso di presenza di campo magnetico diventa un arco di cerchio e pertanto il tempo aumenterebbe del rapporto tra l'arco di cerchio e la corda.