



# Trasmissione sul canale radio

## Segnali a banda larga

Fulvio Babich (babich@units.it)

DIA – Università di Trieste



# Motivazioni

- Bassa densità spettrale di potenza (difficile intercettazione).
- Protezione (cifatura).
- Diversità.
- Accesso multiplo flessibile.
- Coesistenza con sistemi pre-esistenti (affollamento spettro radio).
- Reiezione interferenza.
- Elevata risoluzione temporale.



# *Spread Spectrum: modalità di espansione*

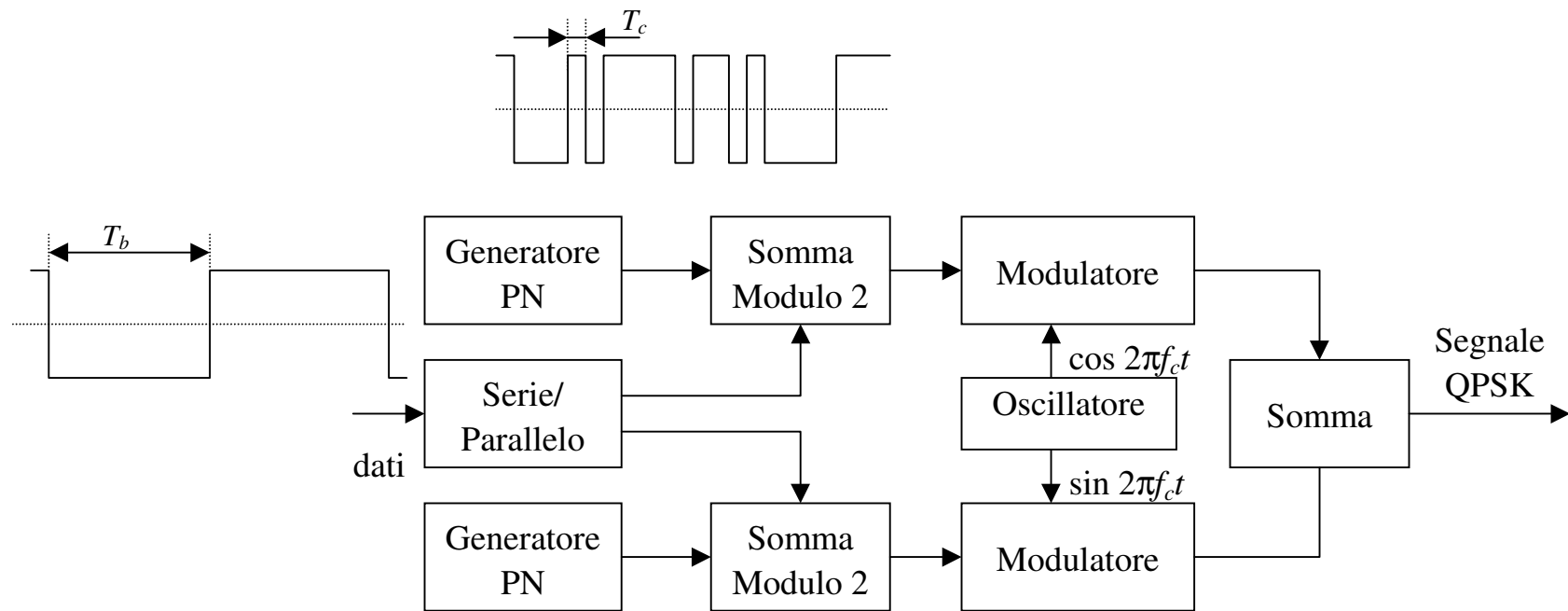
- *Direct Sequence (DS) Spread Spectrum*
  - L'espansione è ottenuta 'combinando' la sequenza di informazione con una a tasso maggiore di caratteristiche pseudocasuali (*Pseudo Noise – PN – sequence*), che occupa una banda significativamente maggiore della banda di coerenza..
- *Frequency Hopping (FH)*
  - L'espansione è ottenuta variando in modo pseudocasuale nel tempo la frequenza della portante, con variazioni significativa-mente superiori alla banda di coerenza.



# FH – Caratteristiche principali

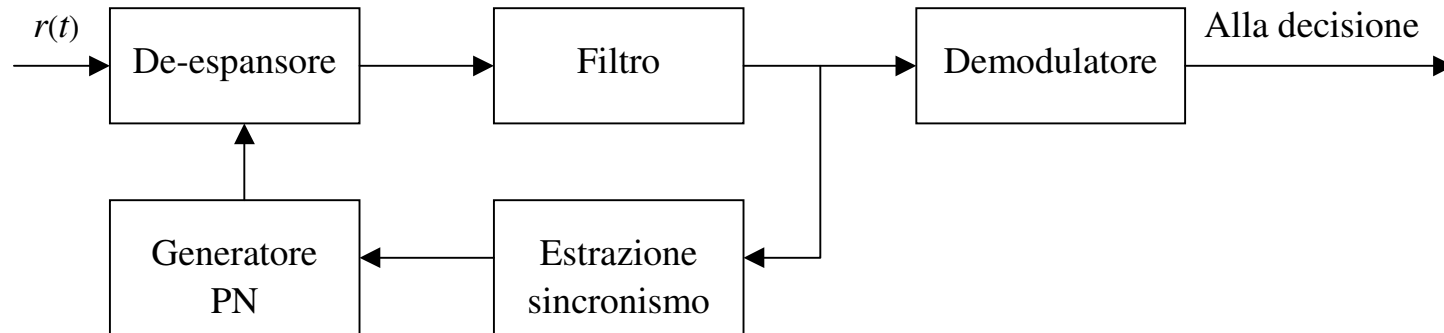
- Modalità facilmente inseribile nei sistemi che operano a divisione di tempo (GSM).
- La banda istantanea è stretta (e l'interferenza istantanea generata è grande, come nei sistemi a banda stretta).
- Non richiede controllo di potenza (l'uso simultaneo di banda da parte di trasmettitori di versi perdura per un tempo molto limitato).
- Impiega demodulazione non coerente (dato il tempo limitato a disposizione per acquisire la fase).
- Interferenze a banda stretta disturbano per intervalli limitati di tempo.

# Spread spectrum: trasmettitore DS-QPSK



- $T_b$ : durata bit d'informazione (dati)
- $T_c$ : durata chip sequenza PN
- $S_f = T_b / T_c$ : *spreading factor* (fattore di espansione di banda). Detto anche *processing gain*.

# Sistemi *spread spectrum*: ricevitore



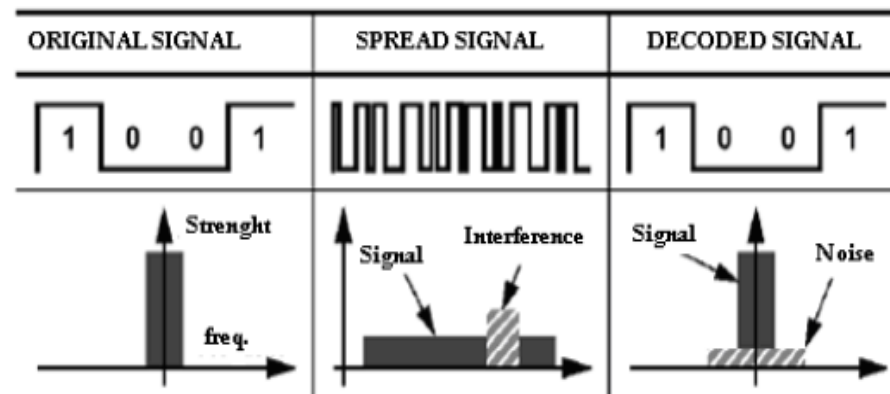
- $P_r$ : potenza segnale ricevuto
- $N_0/2$ : densità spettrale di potenza rumore (bilatera)
- $B_s$ : banda occupata dal segnale a spettro espanso
- $J$ : potenza di un segnale interferente non correlato
- Il rapporto segnale/rumore

in uscita è dato da:

$$\text{SNR}_o = \frac{S_F P_r}{\frac{N_0 B_s}{2} + J}$$

# Esempio

- Wideband CDMA (**WCDMA**): gli utenti sono distinti in base a sequenze ortogonali. In trasmissione il segnale contenente l'informazione viene moltiplicato per una sequenza di spreading (diversa per ogni utente), determinando così un' **espansione diretta dello spettro** (Direct Sequence Spread Spectrum – **DSSS**). In ricezione il segnale viene rimoltiplicato per la stessa sequenza in modo da ricostruire il segnale trasmesso.





## Canale selettivo in frequenza (*multipath*)

- Sia  $W$  la banda del segnale a banda larga. L'involuppo complesso ha banda  $W/2$ . Pertanto la sua versione campionata:

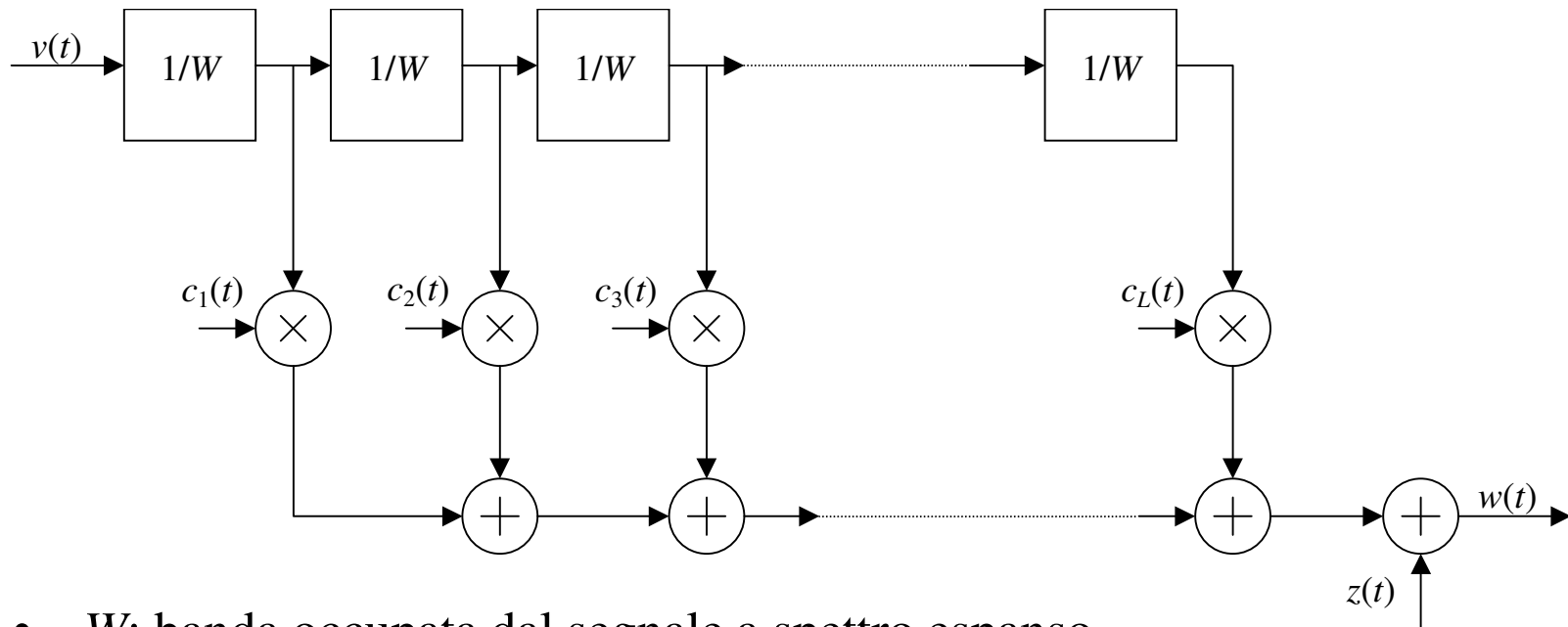
$$v_{\delta}(t) = \sum_n v(n/W) \delta(t - n/W) \quad V_{\delta}(f) = \sum_n v(n/W) e^{j2\pi f n/W}$$

- Pertanto la risposta è (notando che per  $|f| \leq W/2$ , la trasformata dell'involuppo campionato coincide con quella dell'involuppo a meno di un fattore  $1/W$ ):

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{|f| \leq W/2} T(f, t) \frac{1}{W} V_{\delta}(f) e^{j2\pi f t} df = \frac{1}{W} \sum_n v(n/W) \int_{|f| \leq W/2} T(f, t) e^{j2\pi f (t - n/W)} df \\ &= \frac{1}{W} \sum_n v(n/W) c(t - n/W, t) = \frac{1}{W} \sum_n v(t - n/W) c(n/W, t) \\ &= \sum_n v(t - n/W) c_n(t) \end{aligned}$$

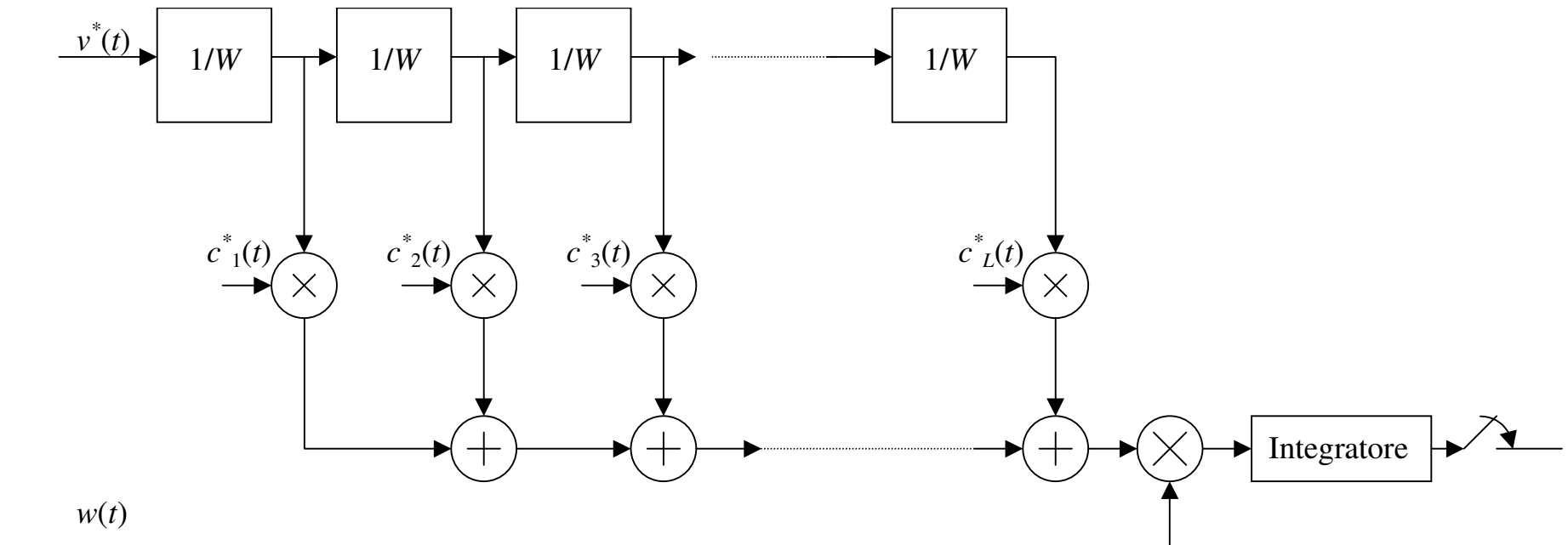


# Canale selettivo in frequenza (*multipath*)



- $W$ : banda occupata dal segnale a spettro espanso.
- risposta impulsiva tempo-variante del canale:  $c(\tau; t) = \sum_{n=1}^L c_n(t) \delta(\tau - n/W)$
- Detto  $T_m$  il *delay spread* massimo è:  $L = \lfloor T_m W \rfloor + 1$
- I coefficienti moltiplicativi  $\{c_n(t)\}$  sono processi aleatori gaussiani a valori complessi, incorrelati fra loro, le cui ampiezze seguono la statistica di Rice (Rayleigh nel caso di assenza di componente diretta), e le cui fasi sono uniformemente distribuite. La loro evoluzione temporale può essere descritta mediante il modello di Clarke.

# Ricevitore Rake



- Il segnale ricevuto viene correlato con la generica forma d'onda  $v(t)$ , filtrata secondo il modello di canale stimato (alternativamente, il segnale ricevuto viene filtrato e correlato con la generica forma d'onda trasmessa).
- L'operazione descritta effettua una combinazione dei segnali derivanti dai diversi contributi in modalità MRC.



## Prestazioni: sintesi

- Le prestazioni su canale AWGN non sono influenzate dall'espansione di spettro.
- La densità di potenza del segnale espanso è inversamente proporzionale al fattore di espansione.
- La protezione nei confronti di un interferente a banda stretta è proporzionale al fattore di espansione.
- Sono possibili  $K$  trasmissioni simultanee, utilizzando sequenze PN incorrelate (*CDMA – Code Division Multiple Access*).



## Prestazioni: sintesi (2)

- Se codici distinti sono usati da uno stesso trasmettitore (*multiplexing: downlink*), le trasmissioni sono ortogonali e non interferiscono.
- Trasmissioni simultanee di trasmettitori diversi (*multiple access: uplink*) interferiscono fra loro. Si assuma di adottare un modello gaussiano per l'interferenza complessiva (*standard gaussian approximation*). Sono stati proposti modelli più accurati (*improved gaussian approximation*).
- BER (*standard gaussian approximation*, BPSK, controllo di potenza perfetto,  $K$  trasmissioni simultanee)

Interferenza asincrona (chip e fase):  $P_b \cong Q\sqrt{\frac{3S_f}{K-1}}$

Interferenza sincrona (chip e fase):  $P_b \cong Q\sqrt{\frac{S_f}{K-1}}$



# Pregi CDMA/SS-DS

- **Reiezione interferenza** a banda stretta.
- **Diversità** intrinseca.
- Capacità intrinseca di **sfruttare** favorevolmente i periodi di **inattività** della **sorgente**.
- Limitazione **soft** del numero massimo di utenti.
- **Protezione** messaggio (difficile sia l'intercettazione - bassa densità di potenza - che la decodifica - sequenza PN).

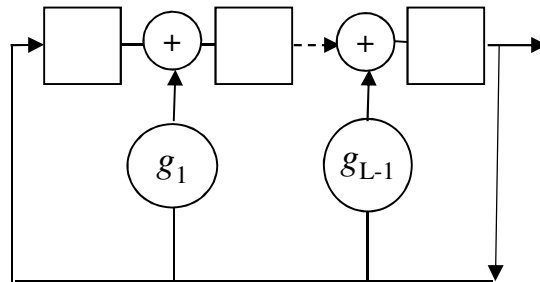


# Problemi CDMA/SS-DS

- Sensibile a imperfetto **controllo di potenza** (effetto *near-far*).
- **Sincronizzazione** (elevata chip rate).
- Disponibilità **sequenze PN**
  - Facili da generare.
  - Difficili da ricostruire.
  - A simboli incorrelati.
  - Incorrelate con sequenze ottenute mediante traslazione.
  - Incorrelate fra loro (accesso multiplo).

## Generatori sequenze PN: *ML-sequence generator*

- Generatore sequenza *ML* (configurazione di Galois) (somme modulo 2). (vedi *scrambler*).

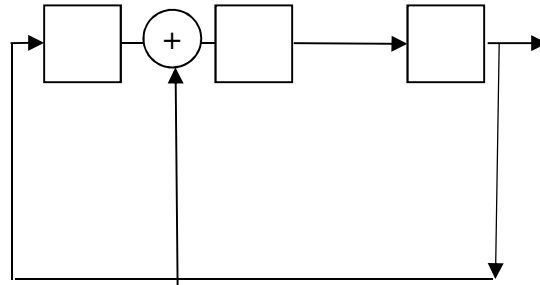


- I termini  $g_i \in \{0,1\}$  sono i coefficienti dei polinomi generatori dei codici duali dei codici di Hamming. Valgono le seguenti proprietà.
  - La sequenza ottenuta è a periodo massimo  $n=2^L-1$ .
  - Sommando modulo 2 una sequenza e una versione traslata si ottiene un'ulteriore versione traslata.
  - Nella sequenza ci sono  $2^{L-1}$  “uni” e  $2^{L-1}-1$  “zeri”.
  - Caratteristiche non buone in termini di correlazione mutua
  - Sia  $\{c_n\}$  la sequenza ottenuta codificando gli “uni” con -1, e gli “zeri” con

$$+1. \text{ Risulta essere: } R_c(k) = \sum_{i=1}^n c_i c_{i+k} = \begin{cases} n & k=0 \\ -1 & 1 \leq k < n \end{cases}$$

# Sequenze PN - esempi

- Esempio: codice di lunghezza 3, con  $g_2=0$ ,  $g_1=1$ ,  $g_0=1$  (011, 3 in notazione ottale)



$L$	$G (g_L g_{L-1} \dots g_0)$	$G$ (ottale)
4	1 0 0 1 1	23
5	1 0 0 1 0 1	45
6	1 0 0 0 0 1 1	103
7	1 0 0 0 1 0 0 1	211
8	1 0 0 0 1 1 1 0 1	435
9	1 0 0 0 0 1 0 0 0 1	1021
10	1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1	2011





# Correlazione sequenze PN

- Sia  $p[n]$  la sequenza generata.
- Sia  $x=1-2p[n]$  (Gli '1' diventano  $-1$  e gli '0' diventano  $+1$ ).

$$\rho_x(k) = \frac{E[(x[h]-\mu)(x[h-k]-\mu)]}{\sigma_x^2} = \frac{E[x[h]x[h-k]] - \mu^2}{\sigma_x^2} = \rho_p(k)$$

- In un periodo,  $n$ , il valor medio  $\mu = -1/n$ . Inoltre la varianza vale  $1-(1/n)^2$ .

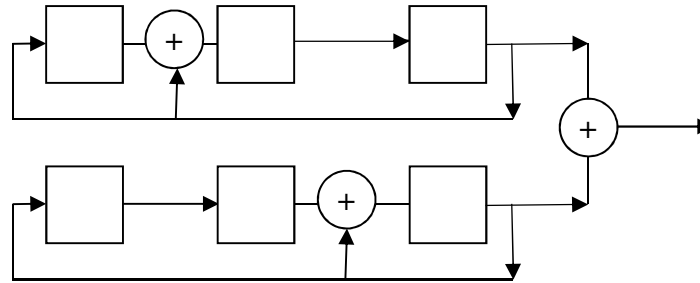
$$x[h]x[h-k] = 1 - 2(p[h] \oplus p[h-k]), \quad E[x[h]x[h-k]] = \begin{cases} 1 & k = mn \\ -1/n & \text{altrim.} \end{cases}$$

parola di codice

- Pertanto:  $\rho_x(k) = \begin{cases} 1 & k = mn \\ -1/(n-1) & \text{altrimenti} \end{cases}$

# Sequenze Gold

- Si ottengono sommando modulo 2, due sequenze PN distinte dello stesso periodo.



- Inizializzandole in modo diverso (con sequenze non nulle), si ottengono sequenze distinte, con valori di correlazione mutua appartenenti all'insieme:  $\{-1, -t(L), t(L)-2\}$  (nell'esempio  $L=3$ ; altri esempi sono riportati in tabella), essendo:

$$t(L) = \begin{cases} 2^{(L+1)/2} + 1 & L \text{ pari} \\ 2^{(L+2)/2} + 1 & L \text{ dispari} \end{cases}$$

$L$	Generatore 1	Generatore 2
3	3	5
4	0,3	1,1
5	0,5	2,7



# Sequenze Kasami

- Si ottengono sommando modulo 2, due sequenze PN distinte, una che utilizza un generatore di lunghezza  $L$ , l'altra che utilizza un generatore di lunghezza  $2L$ .
- Traslando la sequenza ottenuta con il generatore di lunghezza  $L$  si ottiene l'insieme piccolo di Kasami. Traslando l'altra si ottiene l'insieme grande.
- Alcune coppie di generatori sono riportate in tabella.

$L$	G 1 (lunghezza $L$ )	G 2 (lunghezza $2L$ )
3	3	4,7
3	3	4,1
3	5	6,3
3	5	5,5
4	0,3	0,3,5
4	1,1	0,5,3



# Sequenze ortogonali

- Usate in fase di multiplazione
- Esempio: sequenze di Walsh-Hadamard

Si ottengono dalle matrici di Hadamard,  $\mathbf{H}_M$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ +1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{2M} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_M & \mathbf{H}_M \\ \mathbf{H}_M & -\mathbf{H}_M \end{bmatrix}$$

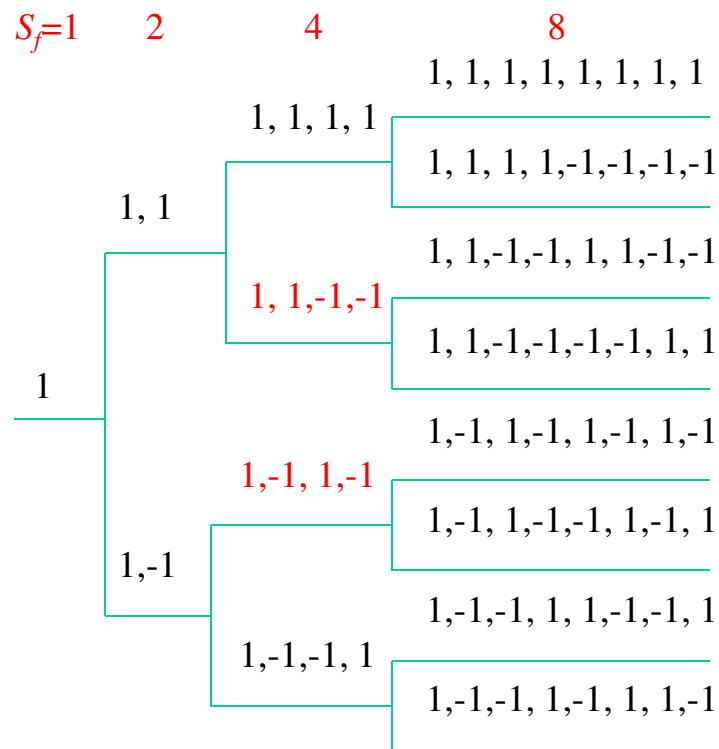
esempio

$$\mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix}$$



# Albero di canalizzazione

- Ad ogni  $S_f$  corrisponde un insieme di codici ortogonali. In downlink consentono di ottenere una ortogonalità certa fra i canali. Qualora venga usato un codice corrispondente a un dato  $S_f$ , tutti i codici che lo seguono nell'albero non sono disponibili. In uplink, per diminuire l'interferenza è necessario utilizzare le sequenze PN, con funzione di scrambler.



## Esempio

Info A	$I_A = +1$
Spreading A	$S_A = +1 +1 -1 -1$
Espansa A = $I_A \cdot S_A$	$E_A = +1 +1 -1 -1$
Info B	$I_B = -1$
Spreading B	$S_B = +1 -1 +1 -1$
Espansa B = $I_B \cdot S_B$	$E_B = -1 +1 -1 +1$
Canale = $E_A + E_B$	$C = 0 +2 -2 0$
De-espansa A = $C \cdot S_A$	$D_A = 0 +2 +2 0$
De-espansa B = $C \cdot S_B$	$D_B = 0 -2 -2 0$
Somma( $D_A$ ) > 0	$\rightarrow +1$
Somma( $D_B$ ) < 0	$\rightarrow -1$



# Orthogonal Frequency Division Multiplexing

- Canale *multi-path* (espressione semplificata):

$$h(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(t) \delta(\tau - \tau_l)$$

- OFDM: Sia  $W$  la banda disponibile. Suddivido il segnale (inviluppo complesso) in  $N$  flussi che occupano una banda pari a  $\Delta f = W/N < B_c$  (Banda di Coerenza). Siano  $S_n[k]$  i simboli della modulazione in uso.

$$\tilde{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} S_n[k] g(t - nT) e^{j2\pi(k-N/2)\Delta f t}$$

- Condizione di ortogonalità fra le portanti:  $\Delta f = 1/T$ .
- Sia  $g(t) = \text{rect}(t/T - 1/2)$ . In  $[0, T)$  abbiamo:  $\tilde{s}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} S[k] e^{j2\pi(k-N/2)t/T}$
- Essendo la semi-banda positiva pari a  $W/2$  possiamo campionare con un intervallo di campionamento pari a  $1/W = T/N$

$$\tilde{s}[m] = \tilde{s}\left(t = m \frac{T}{N}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} S[k] e^{j2\pi(k-N/2)m/N} = \sum_{k=0}^{N-1} S_{\text{shift}}[k] e^{j2\pi mk/N} = N \text{IDFT}\{S_{\text{shift}}[k]\}$$



# OFDM: algoritmo di trasmissione

- $\mathbf{S} = [S[-N/2], S[-N/2+1], \dots, S[0], \dots, S[N/2]]$  . Di solito  $S[0]=0$ .

- Detto  $N_{\text{FFT}}=2^K$ , aggiungo  $N_{\text{FFT}} - N$  zeri -1 (*zero padding*)

$$\mathbf{S}_{\text{PADD}} = [S[-N/2], S[-N/2+1], \dots, S[0] = 0, \dots, S[N/2], 0, \dots, 0]$$

- $\mathbf{S}_{\text{SHIFT-PADD}} = [0, S[1], \dots, S[N/2], 0, \dots, 0, S[-N/2], \dots, S[-1]]$

- IFFT:  $\tilde{\mathbf{s}} = [\tilde{s}[0], \tilde{s}[1], \dots, \tilde{s}[N_{\text{FFT}} - 1]]$

- Aggiunta prefisso ciclico (CP: *Cyclic Prefix*), replicando in testa al vettore dei campioni gli ultimi  $L-1$  campioni, essendo  $L$  la lunghezza della risposta impulsiva del canale).

$$\tilde{\mathbf{s}}_{\text{CP}} = [\tilde{s}[N_{\text{FFT}} - L + 1], \dots, \tilde{s}[N_{\text{FFT}} - 1]]$$

- Conversione parallelo serie e trasmissione.



# Prefisso Ciclico (CP)

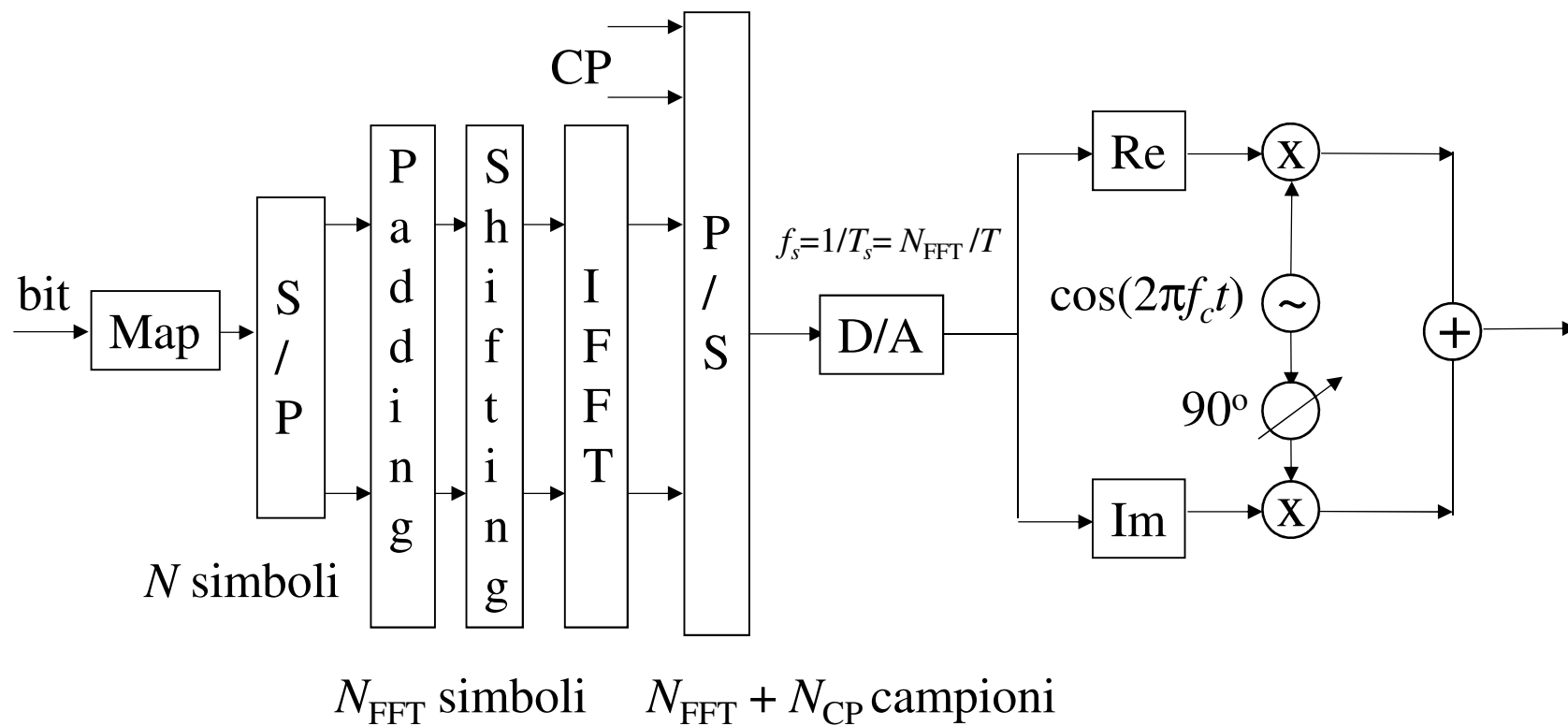
- Compito del ricevitore è quello di calcolare la DFT del segnale ricevuto in  $N_{\text{FFT}}$  valori.
- Antepoendo in testa al vettore di simboli trasmessi gli ultimi  $L-1$ , la risposta del canale (ottenuta per convoluzione lineare) contiene i campioni che consentono il calcolo diretto della DFT. Risulta cioè  $Y_n(k) = S_n(k)H_n(k), k = 1, \dots, N_{\text{FFT}}$  (campioni distinti vedono portanti distinte e indipendenti).
- Esempio ( $L=3, N_{\text{FFT}}=4$ ).

CP <sub>S1</sub>		S <sub>1</sub>				CP <sub>S2</sub>		S <sub>2</sub>	Y <sub>n</sub>	Convoluzione ciclica
S <sub>12</sub>	S <sub>13</sub>	S <sub>10</sub>	S <sub>11</sub>	S <sub>12</sub>	S <sub>13</sub>	S <sub>22</sub>	S <sub>23</sub>	S <sub>20</sub>		
h <sub>2</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>0</sub>							y <sub>10</sub>	S <sub>12</sub> h <sub>2</sub> + S <sub>13</sub> h <sub>1</sub> + S <sub>10</sub> h <sub>0</sub>
	h <sub>2</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>0</sub>						y <sub>11</sub>	S <sub>13</sub> h <sub>2</sub> + S <sub>10</sub> h <sub>1</sub> + S <sub>11</sub> h <sub>0</sub>
		h <sub>2</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>0</sub>					y <sub>12</sub>	S <sub>10</sub> h <sub>2</sub> + S <sub>11</sub> h <sub>1</sub> + S <sub>12</sub> h <sub>0</sub>
			h <sub>2</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>0</sub>				y <sub>13</sub>	S <sub>11</sub> h <sub>2</sub> + S <sub>12</sub> h <sub>1</sub> + S <sub>13</sub> h <sub>0</sub>
				h <sub>2</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>0</sub>			CP <sub>R1</sub>	
					h <sub>2</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>0</sub>			
						h <sub>2</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>0</sub>	y <sub>20</sub>	S <sub>22</sub> h <sub>2</sub> + S <sub>23</sub> h <sub>1</sub> + S <sub>20</sub> h <sub>0</sub>



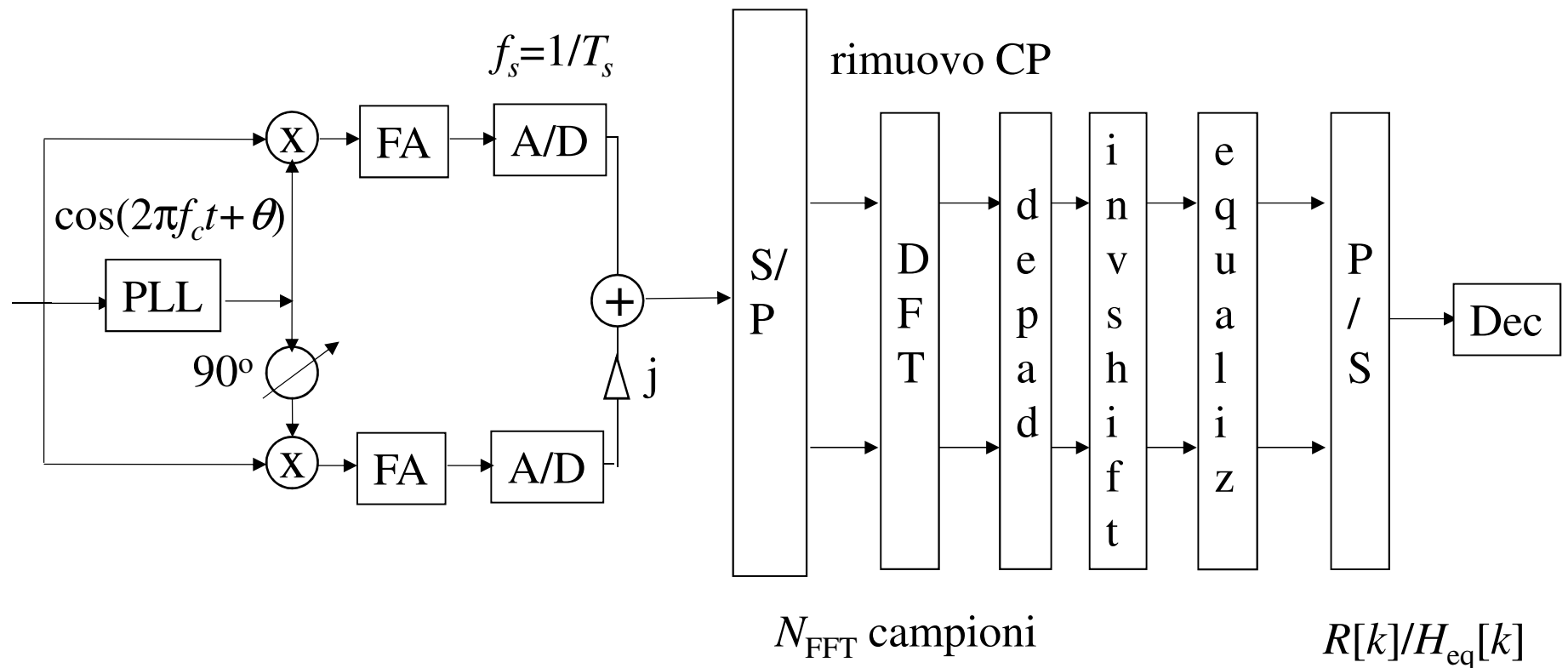
# OFDM: trasmettitore

- Trasmettitore



# OFDM: ricevitore

- Ricevitore** (il blocco equalizzatore ripristina la costellazione di partenza, invertendo il canale (CSI), per ipotesi piatto nella banda occupata dalla sotto-portante – *flat fading*, demodulazione coerente).





# OFDM (esempi)

- 802.11 a/g (banda disponibile:  $W=20$  MHz; canali adiacenti sovrapposti)
  - $N_{\text{FFT}}=64$
  - $\Delta f=W/N_{\text{FFT}}=312.5$  kHz
  - $T=1/\Delta f=3.2$   $\mu\text{s}$
  - $T_s=T/N_{\text{FFT}}=50$  ns
  - $N=52$  (12 sotto-portanti libere)
  - $N_{\text{CP}}=12$
- LTE, banda disponibile:  $W=10$  MHz
  - $N_{\text{FFT}}=1024$
  - $\Delta f=15$  kHz
  - $T=1/\Delta f=66.7$   $\mu\text{s}$
  - $T_s=T/N_{\text{FFT}}=65$  ns
  - $N=600$
  - $N_{\text{CP}}$  (normal)=72
- $W=15$  MHz
  - $N_{\text{FFT}}=1536$
  - $\Delta f=15$  kHz
  - $T=1/\Delta f=66.7$   $\mu\text{s}$
  - $T_s=T/N_{\text{FFT}}=43$  ns
  - $N=900$
  - $N_{\text{CP}}$  (normal)=108



# OFDM - riepilogo

- La trasmissione, complessivamente a larga banda, utilizza un adeguato numero di canali paralleli a banda stretta, affetti da fading piatto.
- La compensazione del canale avviene nel dominio della frequenza (demodulazione coerente).
- Modulazione e demodulazione efficienti operando a tempo discreto mediante IFFT e FFT.
- Uso ottimale della banda e del canale mediante tecniche di tipo adattativo (*water filling*).
- Osservazioni
  - Il canale deve essere ragionevolmente piatto nella banda occupata dalla sotto-portante.
  - L'efficienza è parzialmente ridotta dall'utilizzo (indispensabile) del prefisso ciclico.

# Single Carrier - FDMA

- Utilizza un multiplatore OFDM, in cui i simboli di utente vengono raggruppati a gruppi di  $M < N$  (sottoportanti) e trasformati mediante la FFT, per poi essere assegnati a  $M$  sottoportanti (diversità). Le altre sottoportanti trasmettono 0.
- In ricezione, prima della decisione, i simboli ricevuti vengono antitrasformati mediante IFFT.
- Utilizzato in up-link. Utenti diversi usano sottoportanti diverse.

