

1) Studiare la funzione $f(x) = \begin{cases} \int_0^x e^{\lfloor t \rfloor} dt & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x \lg(1+t^2) dt & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$ (1)

2) Calcolare $f^{(n)}(0)$ per ogni n e per

$$f(x) = x^2 \sin(x^3)$$

3) Dimostrare che se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è periodico di periodo $T > 0$ e non costante, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ non esiste

4) Studiare il grafico di $g(t) = e^{-\frac{1}{t}}(t-1)$ per $t \neq 0$ e stabilire il dominio di definizione di $f(x) = \int_0^x g(t) dt$

1) Risolvere $\operatorname{Re} \left(\frac{z^2 + 2z}{1+z} \right) > 0$

2) Stabilire se $\frac{1}{1+[x]} \lg(1+\frac{1}{x})$ è integrabile in $[1, +\infty)$

3) Calcolare tutti i polinomi di McLaurin di $f(x) = e^{1+x^2}$

4) Stabilire se esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x \frac{(t^2 - 3t + 2)(2 + \cos t)}{1 + t^3} dt$

Studiare la funzione $f(x) = \begin{cases} \int_0^x e^{[3t]} dt & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x \lg(1+t^2) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

Siano $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) \geq g(x) \forall x$
 Supponiamo che esistano $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

Dimostrare che $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \geq \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

① Stabilire se è convergente l'integrale ②

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x^{\frac{3}{2}}} \lg(1+x+e^{\sqrt[4]{x}}) dx$$

② Calcolare il polinomio di McLaurin P_5 di

$$\int_0^{1+x} \frac{t^2}{e}$$

③ Trovare un polinomio $P(x)$ di grado ≤ 7

tale che $P(0) = 1$, $P'(0) = 5$, $P''(0) = 4$

$P^{(3)}(0) = 6$, $P^{(4)}(0) = 2$, $P^{(5)}(0) = 1$, $P^{(6)}(0) = 6$

$P^{(7)}(0) = 1$

④ Approssimare $\int_0^1 e^{(t+1)^2} dt$ con un numero razionale con un errore $< \frac{1}{10^3}$

1) Studiare la funzione $f(x) = e^x (x^2 + 3x + 2)$

2) Stabilire se è convergente l'integrale

$$\int_0^{\infty} \sin(x) \times (\tanh(x) - 1) dx \quad \neq \quad \int_0^{\infty} \sin x \times x dx$$

3) Studiare la funzione $f(x) = \int_0^x \sqrt{t^2 - t + 1} dt$

4) Dimostrare che se $f, g \in C^0([a, b])$ e se

$f(x) \leq g(x) \quad \forall x$ ed f e g sono funzioni

distinte, allora $\int_a^b f(x) dx < \int_a^b g(x) dx$

1) Stabilire se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = [x]^3 e^{-[x]} (\tanh([x]) + 1)$ (3)

ha punti di minimo e di massimo assoluto in $\mathbb{R}$.

2) Dimostrare che $\forall X \subseteq \mathbb{R} \quad X \neq \emptyset$, esiste una successione $\{x_n\}$ in X con $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \sup X$

3) Approssimare con un numero razionale e con errore $< \frac{1}{100}$ l'integrale $\int_0^1 \sinh(t^2) e^{t^2} dt$

$$2 \int_0^1 \sinh(t^2) e^{t^2} dt$$

Sist

4) Stabilire se $\int_1^{+\infty} \cos(x) \lg(1 + \frac{1}{x}) dx$ è convergente

Dimostrare che se $f, g \in C^0([a, b])$ e se $f(x) \leq g(x) \quad \forall x$ ed f e g sono funzioni distinte, allora $\int_a^b f(x) dx < \int_a^b g(x) dx$

- 1) Dimostrare che se $\{x_n\}$ è una successione in $[0, +\infty)$ esiste una sottosuccessione $\{x_{n_k}\}$ che ha limite
- 2) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione non costante e periodica di periodo 1. Dimostrare che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ non esiste
- 3) Stabilire se è convergente l'integrale

$$\int_1^x \frac{\cos([t])}{[t]} dt$$

$$4) \text{ Studiare } f(x) = \begin{cases} \int_x^{2x} \frac{\ln(t)}{1+t} dt & \text{per } x > 0 \\ \int_0^x \frac{t^2}{1-t+t^2-t^3} dt & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$$

④

1) Studiare la funzione $f(x) = \int_0^x e^{\frac{1}{t}} (t+i) dt$

2) Trovare i polinomi di McLaurin di

$$f(x) = \int_0^{x+1} (1+t) \sin(t^2) dt$$

3) Dimostrare che se $f \in L[0, +\infty)$ e se $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora necessariamente $L = 0$

4) a) Stabilire se esiste un polinomio di grado pari $p(x) = x^{2m} + a_{2m-1}x^{2m-1} + \dots + a_1x + a_0$ t.c. $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è suriettivo.

b) Stessa domanda con suriettivo sostituito da iniettivo.

1) Trovare massimi e minimi assoluti di
 $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x$ in $[0, 2]$

2) Calcolare tutte le derivate $f^{(n)}(0)$ $\forall n \geq 1$ e per
 $f(x) = x^2 \sin(x^3)$.

3) Stabilire se è convergente l'integrale $\int_0^1 \frac{(x-1) dx}{g(x)}$
dove $g(x)$ è la funzione inversa della
funzione $f(x) = x^5 - \frac{x^3}{3} + x + 1$

4) Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1+x^2} - 1 & \text{per } x \leq 0 \\ \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{1}{4^{[t]}} dt & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

(5)

1) Dimostrare che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ se e solo se si ha $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ e $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$

2) Sia $f: [a, b]$ una funzione uguale a 0 eccetto che in un numero finito di punti di $[a, b]$.
Dimostrare che $\int_a^x f(t) dt = 0 \quad \forall t \in [a, b]$.

3) Stabilire se il seguente integrale è sommabile $\int_1^{\infty} \frac{\sin(x + \frac{1}{x})}{[x]} \arctan x \, dx$

4) Studiare la funzione

$$f(x) = \int_0^x e^{-\frac{1}{t}} (t^2 + t + 1)$$

1) Studiare $f(x) = \begin{cases} \int_0^x e^{-\frac{1}{t}} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt & \text{per } x \geq 0 \\ e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{per } x < 0 \end{cases}$

2) Studiare la $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = [x]^3 e^{-[x]} (\tanh(2[x]) + 1)$$

ha punti di minimo e di massimo assoluti in $\mathbb{R}$.

3) Dimostrare che $F(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{1}{t}\right) dt$

soddisfa $F'(0) = 0$.

4) Dimostrare che $[x]$ non è primitivabile in $\mathbb{R}$