

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, poi il corrispondente risultato numerico, con corretto numero di cifre significative e unità di misura.

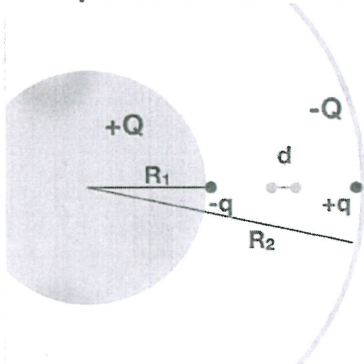


Fig. 1

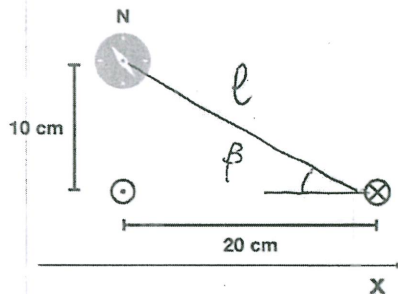


Fig. 2

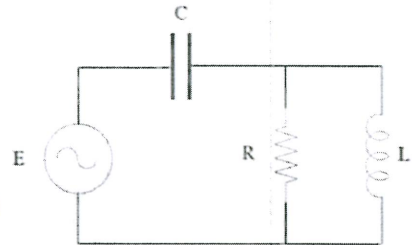


Fig.3

1. Una sfera metallica di raggio $R_1=9.7$ cm è circondata da uno strato metallico sferico e concentrico, di raggio interno $R_2=22.1$ cm (Fig. 1). Entrambi i conduttori sono caricati rispettivamente a $+Q$ e $-Q$, con $Q=1.24$ μC . Su di esse poggiano (allineate lungo una retta radiale) due sferette isolanti, di massa $m=1.00$ g e raggio trascurabile, caricate rispettivamente a $-q$ e $+q$, con $q=7.42$ nC.

a. Trascurando le sferette, calcolare il campo elettrico in ogni punto tra le due armature, specificando il suo valore numerico a R_1 .

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}, \quad \vec{E}(R_1) = 1.18 \times 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} \hat{r}$$

b. Le sferette vengono avvicinate fino a distanza $d=4$ mm seguendo un cammino radiale di uguale lunghezza per entrambe, poi collegate tra loro con un bastoncino rigido e isolante a formare un dipolo, e ruotate in modo che il bastoncino stia sulla superficie equipotenziale. Quanta energia serve per raggiungere questa configurazione? (Chiamate r_- ed r_+ le posizioni delle due cariche come nella Fig. 1, r_m la posizione del centro di massa.)

$$W = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r_-} \right) + \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{d}{r_m^2} \right] = 4.77 \times 10^{-6} \text{ J}$$

c. Il dipolo viene lasciato libero e si allinea velocemente col campo elettrico. Approssimando la forza risultante come costante, quanto tempo ci mette il dipolo a toccare una delle due pareti? quale?

$$t = \sqrt{\frac{2m}{qQ} \frac{4\pi\epsilon_0 (r_- - R_1)}{\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right)}} = 0.866 \text{ s}$$

2. Per misurare il campo magnetico terrestre (ipotizzandolo orizzontale) avviciniamo una bussola ad un filo molto lungo, verticale (Fig. 2), in cui scorre una corrente (verso l'alto) di 11.4 A. Il filo rimane in direzione sud. A 10.0 cm dal filo l'ago della bussola ha deviato di 29.6 gradi rispetto al nord.

a. Quanto vale il campo magnetico terrestre \vec{B}_T ? Definire il piano orizzontale xy come in figura.

$$\vec{B}_T = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \frac{1}{\tan \alpha} \hat{j} = 4.04 \times 10^{-5} \hat{j} \text{ T}$$

b. In questo calcolo abbiamo trascurato il filo che chiude il circuito, posto a 20 cm in direzione est, in cui la corrente scorre in discesa; calcolare il campo magnetico esercitato dai due fili sulla bussola.

$$\beta = \tan^{-1}(10 \text{ cm} / 20 \text{ cm}) = 26.6^\circ, \quad \rho = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22.4 \text{ cm}$$

$$\vec{B}_F = \frac{\mu_0 I}{2\pi(10 \text{ cm})} (-\hat{i}) + \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho} (\hat{i} \sin \beta + \hat{j} \cos \beta) = (-1.77 \hat{i} + 1.02 \hat{j}) \times 10^{-5} \text{ T}$$

c. Ricalcolare il campo magnetico terrestre \vec{B}_T tenendo presente anche il secondo filo.

$$|B_T| = \frac{|B_{Fx}|}{\tan \alpha} - |B_{Fy}| = 2.10 \times 10^{-5} \text{ T}$$

3. Si consideri un circuito RLC come quello mostrato in figura 3, con $R = 25.4 \Omega$, $L = 6.24 \text{ mH}$, $C = 1.29 \mu\text{F}$, $\nu = 60.2 \text{ Hz}$, e $E_{\text{eff}} = 31.2 \text{ V}$.

a. Calcolarne l'impedenza.

$$j = \sqrt{-1}$$

$$Z_{\text{eq}} = \frac{-j}{\omega C} + \frac{R(j\omega L)}{R+j\omega L} = \frac{R\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{R^2 \omega^2 LC - R^2 - \omega^2 L^2}{\omega C (R^2 + \omega^2 L^2)}$$

b. Calcolarne la fase.

$$|Z| = 2067 \Omega$$

$$\phi = \arctan \frac{\text{Im}(Z_{\text{eq}})}{\text{Re}(Z_{\text{eq}})} = -83.9^\circ$$

c. Calcolarne il fattore di potenza.

$$\cos \phi = \frac{\text{Re}(Z_{\text{eq}})}{|Z_{\text{eq}}|} = 4 \times 10^{-4}$$