

Cognome ..... Nome .....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

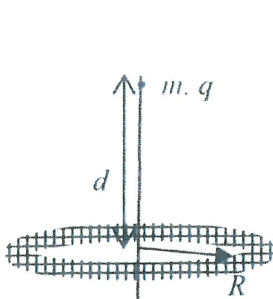


Fig. 1

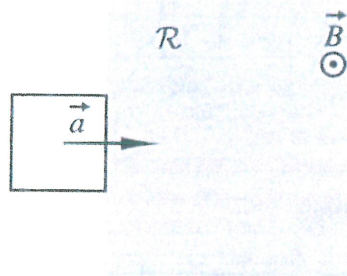


Fig. 2

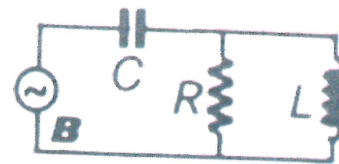


Fig. 3

1. Si consideri un anello uniformemente carico con  $Q = 10^{-7}$  C e raggio  $R = 5.0$  cm (Fig.1). Calcolare

a. Il campo elettrico a distanza  $d = 2.0$  cm dal asse dell'anello.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi R} \frac{\lambda ds \hat{r}}{r^2}$$

$$E_y = \cos\theta E$$

$$\cos\theta = \frac{d}{r}$$

$$r = \sqrt{d^2 + R^2}$$

$$E_y = \frac{Qd}{4\pi\epsilon_0 (d^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$E_y = 1.15 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$$

b. Nel medesimo punto d viene posta una particella di carica  $q = 5.0 \cdot 10^{-9}$  C. Calcolare l'energia potenziale elettrica della carica q.

$$U(d) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{d^2 + R^2}} = 8.35 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

c. Sapendo che la carica q con massa m è in equilibrio nel punto d, calcolare la massa m della particella.

$$m = \frac{qE_y}{g} = 5.87 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

2. Si consideri una spira conduttrice di lato  $d = 30$  cm e resistenza  $R = 6.0$  m $\Omega$  posta come in figura su un piano ai margini di una zona R interessata da un campo magnetico costante  $B = 16$  mT perpendicolare al piano stesso (Fig. 2). Inizialmente la spira è in quiete e viene accelerata con accelerazione costante  $a = 4.0$  m s $^{-2}$  che la spinge nella zona R. Determinare

a. La forza elettromotrice massima  $\mathcal{E}_{\max}$  che viene indotta nella spira.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bd\left(\frac{dx}{dt}\right) = -Bdv$$

$$v_{\max} = \sqrt{2ad} \quad |\mathcal{E}_{\max}| = Bd v_{\max} = 7,44 \text{ mV}$$

Considerando l'intervallo di tempo tra l'istante iniziale e quello in cui la spira è completamente all'interno della regione R calcolare :

b. La carica  $q$  che è fluita globalmente nella spira.

$$q = \int_0^d \frac{Bd}{R} dx = \frac{Bd^2}{R}$$

$$dq = i(dt) = \frac{Bd}{R} v(dt) = \frac{Bd}{R} dx \quad q = 0,24 \text{ C}$$

c. L'energia dissipata per effetto Joule sulla spira.

$$dW_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R} dt = \frac{(Bdv)^2}{R} dt = \frac{B^2 d^2}{R} \frac{dx}{dt} \frac{dx}{dt} dt = \frac{B^2 d^2}{R} v dx = \frac{B^2 d^2}{R} \sqrt{2ax} dx$$

$$W_R = \int_0^d \frac{B^2 d^2}{R} \sqrt{2ax} dx = \frac{B^2 d^2}{R} \sqrt{2a} \frac{2}{3} (d)^{3/2} = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

3. Tre elementi  $R = 10^3 \Omega$  e  $L = 1,35 \text{ H}$ ,  $C = 4,5 \mu\text{F}$  sono connessi come in figura 3. Calcolare:

a. L'impedenza complessa

$$Z(\omega) = \frac{1}{i\omega C} + \frac{R + i\omega L}{R + i\omega L} = \frac{\omega^2 R L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} + i \left( \frac{\omega R^2 L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \frac{1}{\omega C} \right)$$

b. La frequenza di risonanza.

$$\omega_0^2 = \frac{R^2}{L(R^2 C - L)} = \frac{1}{LC} + \frac{1}{C(R^2 C - L)} \quad \omega_0 = 485 \text{ Hz}$$

c. Assumendo il valore massimo della tensione  $V_0 = 300 \text{ V}$ , calcolare il valore della corrente alla risonanza.

$$Z(\omega_0) = \frac{L}{RC} = 300 \Omega \quad I_0 = 1,0 \text{ A}$$