PROVA SCRITTA DI ANALISI 3
Anno accademico 2018/2019 – CdL MATEMATICA
APPELLO DEL 04.02.2019

1. Risolvere, se possibile, il seguente problema:

$$\begin{cases} u''(x) + 4u'(x) + 4u(x) = -1 \\ \\ u(0) = 0\,, \quad u'\left(\frac{1}{2}\right) = 0\,. \end{cases}$$

2. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2 \leq \tfrac{1}{2}(1 + x^2 + y^2)\right\}\,.$$

3. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \to \mathbb{R}^3$ dell'insieme

$$\mathcal{M} = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = 4x^2 + 4z^2 \leq 1\right\}\,,$$

dove I è un rettangolo di $\mathbb{R}^2$. Calcolare quindi l'area di tale superficie.

4. Sia $\omega : \mathbb{R}^3 \to \Omega_1(\mathbb{R}^3)$ la 1-forma differenziale definita da

$$\omega(x, y, z) = \sin(xyz)\Big(yz\,dx + xz\,dy + xy\,dz\Big)\,.$$

Trovare una funzione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tale che $df = \omega$. Calcolare quindi $\int_\gamma \omega$, dove $\gamma : [0, 1] \to \mathbb{R}^3$ è la curva definita da

$$\gamma(t) = (2t, \pi t, t^2)\,.$$