

PROVA SCRITTA DI ANALISI 3
Anno accademico 2018/2019 – CdL MATEMATICA
APPELLO DEL 01.07.2019

1. Risolvere, se possibile, il seguente problema:

$$\begin{cases} u''(x) - u(x) = e^x, \\ u(0) = u(1), \quad u'(0) = 0. \end{cases}$$

2. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 9x^2 + 4y^2 \leq z \leq 1\}.$$

3. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ dell'insieme

$$\mathcal{M} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x = 1 - (y^2 + z^2)\},$$

dove I è un rettangolo di \mathbb{R}^2 . Calcolare quindi l'area di tale superficie.

4. Sia $\omega : \mathbb{R}^2 \rightarrow \Omega_1(\mathbb{R}^2)$ la 1-forma differenziale definita da

$$\omega(x, y) = 3x^2y \, dx + x^3dy.$$

Dimostrare che è esatta, e trovare una funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $df = \omega$.
Calcolare quindi in due modi diversi $\int_\sigma \omega$, dove $\sigma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ è la curva definita da

$$\sigma(t) = (-t^2, t).$$