

PROVA SCRITTA DI ANALISI 3
Anno accademico 2018/2019 – CdL MATEMATICA
APPELLO DEL 02.09.2019

1. Risolvere, se possibile, il seguente problema:

$$\begin{cases} u''(x) - u(x) = 2e^x, \\ u(0) = 1, \quad u(1) = e. \end{cases}$$

2. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq x + y + 1\}.$$

3. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ dell'insieme

$$\mathcal{M} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = x + 1, x^2 + 2x = 3 - y^2 - z^2\},$$

dove I è un intervallo di \mathbb{R} . Calcolare quindi la lunghezza di tale curva.

4. Dimostrare che la forma differenziale $\omega : \mathbb{R}^4 \rightarrow \Omega_1(\mathbb{R}^4)$ definita da

$$\omega(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1x_2x_3 dx_1 + (x_1^2x_3 - 4x_2^3x_4) dx_2 + x_1^2x_2 dx_3 - x_2^4 dx_4$$

è chiusa. Trovare una funzione $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $df = \omega$.