

PROVA SCRITTA DI ANALISI 3
Anno accademico 2018/2019 – CdL MATEMATICA
APPELLO DEL 23.09.2019

1. Risolvere, se possibile, il seguente problema:

$$\begin{cases} u''(x) + \pi^2 u(x) = e^x, \\ u(0) = 0, \quad u(1) = 0. \end{cases}$$

2. Calcolare il volume del solido E così definito:

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \geq \frac{1}{2}, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \right\}.$$

3. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ dell'insieme

$$\mathcal{M} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = x^2 + z^2 \leq 9\},$$

dove I è un rettangolo di \mathbb{R}^2 . Calcolare quindi l'area di tale superficie.

4. Dimostrare che la forma differenziale $\omega : \mathbb{R}^3 \rightarrow \Omega_2(\mathbb{R}^3)$ definita da

$$\omega(x_1, x_2, x_3) = x_1 dx_2 \wedge dx_3 - 3x_2 dx_3 \wedge dx_1 + 2x_3 dx_1 \wedge dx_2$$

è chiusa. Trovare una forma differenziale $\tilde{\omega} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \Omega_1(\mathbb{R}^3)$ tale che $d\tilde{\omega} = \omega$.