Esercizi Ottobre

Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche) – Prof. Fabio Vlacci

A.A. 2020/2021

1. Sia A l'insieme $\{2, 3, 4, 6\}$, allora il sottoinsieme $\{(x, y),\ x, y \in A\}$ di $A \times A$ descritto dalla relazione $x \sim y$ se e solo se "x *divide* y" è

   $\boxed{\text{A}}$ $\{(2, 4),\ (2, 6),\ (3, 6)\}$

   $\boxed{\text{B}}$ $\{(2, 4),\ (2, 6),\ (4, 2),\ (3, 6),\ (6, 3)\}$

   $\boxed{\text{C}}$ $\{(2, 2),\ (2, 4),\ (2, 6),\ (3, 3),\ (3, 6),\ (4, 4), (6, 6)\}$

   $\boxed{\text{D}}$ $\{(2, 2),\ (4, 4),\ (3, 3),\ (6, 6)\}$

   Inoltre, se $x, y \in \mathbb{N}$, allora la relazione $x \sim y$ se e solo se "x *divide* y" è di equivalenza?

   $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

2. Si considerino gli insiemi $A = \{10, 20, 30, 40, 60, 400\}$, $A' = \{10, 20, 30, 40, 60\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ e $B' = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ e sia R la relazione così definita

   $$xRy \iff x \text{ ha la prima cifra uguale alla prima cifra di } y$$

   quando $x \in A$ e $y \in B$. Si stabilisca - **motivando la risposta** - se R è una funzione o meno. In caso affermativo si determini se tale funzione risulta iniettiva e/o suriettiva e/o biiettiva. Si ripeta lo stesso esercizio quando

   a) $x \in A$ e $y \in B'$;

   b) $x \in A'$ e $y \in B'$;

   c) $x \in A'$ e $y \in B$.

3. Mostrare che per ogni numero naturale $n \geq 1$, il numero

   $$n^3 + 2n$$

   è divisibile per 3.

4. Mostrare che per ogni numero naturale $n \geq 1$, risulta

   $$1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

5. Mostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ e per ogni $x \in \mathbb{R}$ con $x \geq -1$, risulta

   $$(1 + x)^n \geq 1 + nx \quad \text{(Disuguaglianza di Bernoulli).}$$